

## BAB II TINJAUAN PUSTAKA DAN LANDASAN TEORI

### 2.1. Tinjauan Pustaka

Studi pustaka yang ditinjau dalam kaitan dengan penelitian ini adalah studi-studi yang berhubungan dengan masalah identifikasi parameter modal. Diantaranya studi yang dilakukan oleh Brincker, dkk (2000) tentang “*modal identification of output – only system using frequency domain decomposition*” pada model bangunan dua lantai. Dalam analisisnya, respon bangunan dua lantai disimulasikan menggunakan parameter *lumped* dengan enam derajat kebebasan, data percepatan sebanyak (n) =10000 sample dengan tiga kondisi, yaitu tanpa noise, noise 10% dan noise 20%. Dengan menggunakan prosedur FDD, Brincker, dkk (2000) menyimpulkan bahwa rasio parameter modal berhasil diidentifikasi dengan akurasi yang sangat baik.

Studi selanjutnya dilakukan oleh Gulilaume, dkk (2014) tentang “*inovative system identification methods for monitoring applications*”. Tujuan penelitian adalah untuk memperkenalkan sistem identifikasi dan strategi monitoring yang menghasilkan keputusan yang lebih handal pada aplikasi monitoring yang kompleks. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah OMA berbasis *transmissibility* dengan obyek yang diteliti adalah struktur jembatan dan turbin angin lepas pantai. Penelitian ini berhasil mengestimasi parameter modal dengan akurat baik dalam domain frekuensi maupun dalam domain waktu.

Selain peneliti – peneliti diatas, Schanke (2015) dalam penelitiannya tentang “*operational modal analysis of large bridges*” pada *hardanger bridge* melakukan penelitian untuk membandingkan beberapa metode OMA baik dalam domain waktu maupun dalam domain frekuensi untuk mengidentifikasi parameter modal dari model simulasi struktur jembatan Hardanger. Metode OMA yang digunakan dalam penelitian tersebut antara lain yaitu *covariance-driven stochastic subspace identification*, *data-driven stochastic subspace identification*, *second order blind identification*, *peak picking*, *frequency domain decomposition*, *least squares complex frequency method* dan *poly-reference least squares complex frequency method*. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menganalisis parameter modal berupa ; frekuensi alami struktur ( $\omega_n$ ), periode getar ( $T$ ) dan mode getar ( $\phi$ ) dari beberapa metode diatas dan membandingkan hasil dari sifat-sifat parameter modal tersebut untuk mendapatkan metode mana yang paling akurat dan efisien.

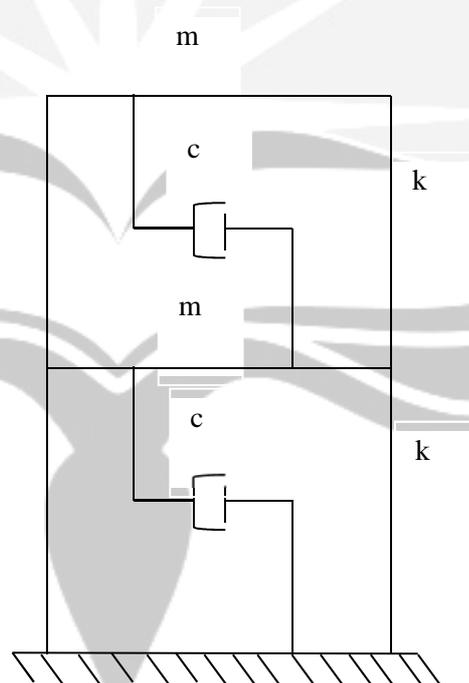
Hasil penelitian dengan menggunakan metode FDD menyimpulkan bahwa nilai frekuensi alami dapat diperoleh dengan akurat apabila nilai NFFT Singular plot untuk NFFTnya = 8192. Hal ini dilakukan mengingat nilai NFFT sangat berpengaruh terhadap resolusi dari grafik yang dihasilkan dengan menggunakan metode FDD.

## 2.2. Landasan Teori

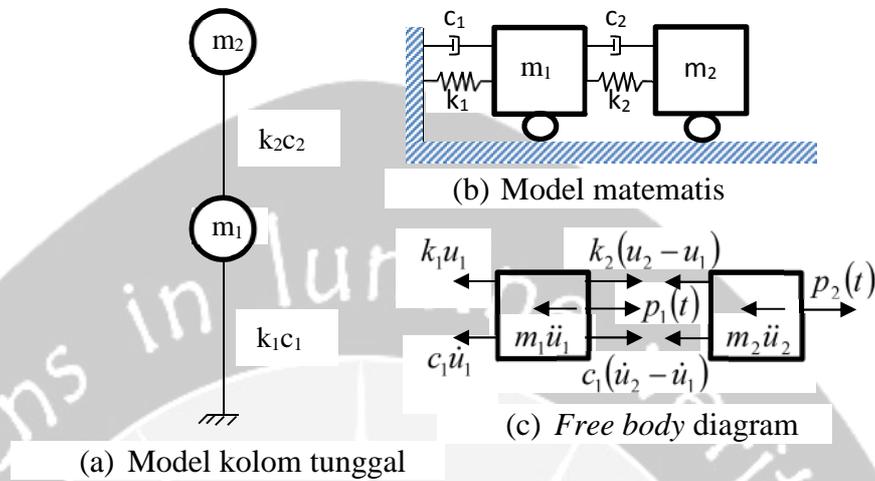
### 2.2.1. Analisis Numerik

#### 2.2.1.1 Persamaan Gearak Pada Model Bangunan Geser

Dalam model bangunan geser struktur seperti pada gambar 2.1, struktur dianggap memiliki massa gedung yang terpusat pada masing-masing lantai, dengan anggapan bahwa lantai gedung sangat kaku maka kekakuan lantai dalam arah horizontal jauh lebih besar dari kekakuan kolomnya sehingga deformasi aksial yang terjadi pada kolom diabaikan. Dengan anggapan tersebut maka jumlah derajat kebebasan menjadi sebanyak jumlah lantai seperti terlihat pada gambar 2.2



Gambar 2.1 Model bangunan geser



Gambar 2.2 Model kolom tunggal, model matematis, dan free body diagram

Seperti terlihat pada gambar 2.2, dari free body diagram didapatkan persamaan gerak sebagai berikut

$$m_1 \ddot{u}_1 + c_1 \dot{u}_1 - \{c_2(\dot{u}_2 - \dot{u}_1)\} + k_1 u_1 \{k_2(u_2 - u_1)\} - p_1(t) = 0 \dots\dots\dots(2.1)$$

$$m_2 \ddot{u}_2 + c_2(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) + k_2(u_2 - u_1) - p_2(t) = 0 \dots\dots\dots(2.2)$$

Jika respon pada persamaan 2.1 dan 2.2 dikelompokkan sesuai dengan respon yang sejenis maka persamaan menjadi

$$m_1 \ddot{u}_1 + (c_1 + c_2) \dot{u}_1 - c_2 \dot{u}_2 + (k_1 + k_2) u_1 - k_2 u_2 = p_1(t) \dots\dots\dots(2.3)$$

$$m_2 \ddot{u}_2 + c_2 \dot{u}_2 - c_2 \dot{u}_1 + k_2 u_2 - k_2 u_1 = p_2(t) \dots\dots\dots(2.4)$$

Jika persamaan (2.3) dan (2.4) di susun dalam bentuk matriks maka menjadi

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(2.5)$$

atau secara sederhana dapat ditulis menjadi

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{P(t)\} \dots\dots\dots(2.6)$$

Atau

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = P(t) \dots\dots\dots(2.7)$$

untuk model bangunan geser yang memiliki derajat kebebasan banyak, dipakai anggapan dan pendekatan seperti pada struktur dengan derajat kebebasan tunggal (Pawirodikromo, 2017).

### 2.2.1.2 Metode Matriks Kekakuan Struktur

Dalam model bangunan geser, matriks kekakuan struktur dapat di susun dalam bentuk yang sederhana. Meskipun demikian, kadang diinginkan model yang lebih teliti dengan memperhitungkan derajat kebebasannya. Untuk itu, matriks kekakuan harus disusun dalam matriks kekakuan dalam koordinat lokal dan koordinat global terlebih dahulu.

#### a. Matriks Kekakuan Lokal

Dalam metode matriks kekakuan struktur, derajat kebebasan yang dimiliki suatu elemen dalam portal bidang dianggap sesuai dengan perpindahan bebas tiap titik kumpul, sehingga matriks kekakuannya menjadi

$$k = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.7)$$

dengan,

$E$  = modulus elastisitas bahan,

$A$  = luas penampang

$L$  = panjang bentang

$I$  = momen inersia batang

#### b. Matriks Kekakuan Global

Agar matriks kekakuan dapat dirakit ke dalam matriks kekakuan struktur, matriks kekakuan dalam koordinat lokal harus di transformasikan menjadi matriks kekakuan dalam koordinat global, sehingga secara singkat matriks kekakuan dalam koordinat global menjadi

$$[K] = [T]^T [k] [T] \dots\dots\dots(2.8)$$

dengan  $[T]$  merupakan matriks transformasi dari elemen batang.

### 2.2.1.3 Kondensasi Statik

Kondensasi statik dilakukan untuk mereduksi jumlah derajat kebebasan yang harus diselesaikan dalam suatu persamaan. Dengan cara ini ukuran persamaan yang harus diselesaikan akan lebih sederhana.

Ditinjau suatu persamaan keseimbangan statik

$$[K]\{U\} = \{P\} \dots \dots \dots (2.9)$$

dengan partisi matriks sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} [K_{CC}] & [K_{CL}] \\ [K_{LC}] & [K_{LL}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_C\} \\ \{U_L\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{P_C\} \\ \{P_L\} \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (2.10)$$

Pada persamaan (2.10)  $\{U_C\}$  adalah perpindahan yang akan di kondensasi sedangkan  $\{U_L\}$  adalah perpindahan yang akan dipertahankan. Dari persamaan submatriks yang pertama diperoleh

$$[K_{CC}]\{U_C\} + [K_{CL}]\{U_L\} = \{P_C\} \dots \dots \dots (2.11)$$

Sehingga diperoleh

$$\{U_C\} = [K_{CC}]^{-1}(\{P_C\} - [K_{CL}]\{U_L\}) \dots \dots \dots (2.12)$$

Dari persamaan submatriks yang kedua pada persamaan (2.12) diperoleh

$$[K_{LC}]\{U_C\} + [K_{LL}]\{U_L\} = \{P_L\} \dots \dots \dots (2.13)$$

dengan mensubstitusikan  $\{U_C\}$  dari persamaan (2.12) maka diperoleh

$$[K_{LC}][K_{CC}]^{-1}(\{P_C\} - [K_{CL}]\{U_L\}) + [K_{LL}]\{U_L\} = \{P_L\}$$

$$[K_{LC}][K_{CC}]^{-1}\{P_C\} - [K_{LC}][K_{CC}]^{-1}[K_{CL}]\{U_L\} + [K_{LL}]\{U_L\} = \{P_L\}$$

$$[K_{LC}][K_{CC}]^{-1}\{P_C\} + ([K_{LL}] - [K_{LC}][K_{CC}]^{-1}[K_{CL}])\{U_L\} = \{P_L\}$$

$$([K_{LL}] - [K_{LC}][K_{CC}]^{-1}[K_{CL}])\{U_L\} = \{P_L\} - [K_{LC}][K_{CC}]^{-1}\{P_C\} \dots \dots \dots (2.14)$$

Jika

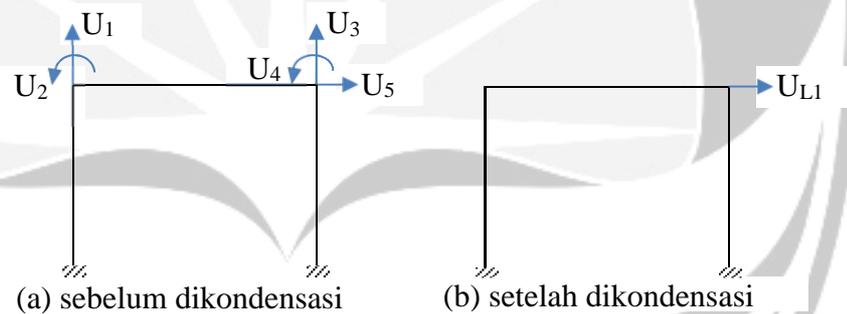
$$[K_{LL}^*] = [K_{LL}] - [K_{LC}] [K_{CC}]^{-1} [K_{CL}] \dots \dots \dots (2.15)$$

$$\{P_L^*\} = \{P_L\} - [K_{LC}] [K_{CC}]^{-1} \{P_C\} \dots \dots \dots (2.16)$$

maka persamaan (2.14) menjadi

$$[K_{LL}^*] \{U_L\} = \{P_L^*\} \dots \dots \dots (2.15)$$

Dalam permasalahan statik persamaan (2.15) dapat diselesaikan dulu untuk memperoleh  $\{U_L\}$ . Perpindahan pada derajat kebebasan yang dikondensasi kemudian dihitung dengan persamaan (2.12) sehingga semua perpindahan global dapat diperoleh (Arfiadi, 2016).



Gambar 2.3 Kondensasi statik pada struktur *frame*

Seperti yang terlihat pada gambar 2.3, setelah dikondensasi setelah dikondensasi maka derajat kebebasan pada struktur berkurang sehingga penyelesaian akan menjadi lebih sederhana. Dalam hal ini derajat kebebasan yang lain ( $U_1$  sampai  $U_4$ ) tidak dihilangkan, dan nilainya dapat di peroleh dari persamaan (2.12) setelah  $U_L$  didapatkan. Matriks  $[K_{LL}^*]$  juga dikenal sebagai matriks kekakuan lateral dengan tanpa mengekang derajat kebebasan vertikal dan rotasi  $\{U_C\}$  (Arfiadi, 2016).

**2.2.1.4 Massa**

Selain dianggap massa struktur terpusat pada suatu titik diskritnya, massa struktur juga dapat dianggap terdistribusi merata pada elemen struktur. Dalam kasus massa terdistribusi merata pada elemen struktur, matriks massa dapat dibentuk dengan menggunakan fungsi bentuk yang sama dengan membentuk matriks kekakuan melalui fungsi bentuk (*shape function*). Dengan begitu matriks massa dalam koordinat lokal dapat diperoleh dari

$$m = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 126 & 22L & 0 & 54 & -13L \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & -22 & 4L^2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.16)$$

dengan  $\rho$  = massa jenis.

Dengan cara yang sama dalam penyelesaian matriks kekakuan, matriks massa dalam kekakuan global pun menjadi

$$[M] = [T]^T [m][T] \dots\dots\dots(2.17)$$

Selain itu teknik kondensasi juga dapat digunakan untuk mereduksi derajat kebebasan, sehingga penyelesaian bisa lebih sederhana (Arfiadi, 2016).

**2.2.1.5 Matriks Redaman**

Redaman dalam struktur dapat dikelompokkan sebagai redaman bahan (*material damping*) dan redaman non-material (*nonmaterial damping*). Karena tidak mudah untuk menentukan matriks redaman, biasanya dianggap bahwa redaman sebanding dengan massa dan kekakuan.

Clough dan Penzien (1993) dalam Pawirodikromo (2017) mengatakan bahwa redaman sebanding massa dan redaman sebanding kekakuan memiliki kekurangan masing-masing. Untuk itu, dalam penyempurnaan matriks redaman maka digunakan kombinasi dari matriks massa dan kekakuan yang juga dikenal sebagai redaman *Rayleigh*, yaitu

$$[C] = a_k [K] + a_m [M] \dots\dots\dots(2.18)$$

dengan,

$$a_k = \frac{2\xi_r}{\omega_r} \dots\dots\dots(2.19)$$

dan

$$a_m = 2\omega_r \xi_r \dots\dots\dots(2.18)$$

dengan  $\xi_r$  = rasio redaman.

#### 2.2.1.6 Parameter Modal

Pada kondisi getaran bebas tanpa redaman (*undamped free vibration*), maka persamaan gerak dapat ditulis sebagai

$$m\ddot{u} + ku = 0 \dots\dots\dots(2.19)$$

Persamaan (2.19) merupakan persamaan diferensial linear homogen dengan koefisien konstant yang di tunjukkan oleh konstanta m dan k. Disebut persamaan homogen karena suku sbelah kanan sama dengan nol. Persamaan ini di kenal juga dengan persamaan *eigen value*. Dalam Pawirodikromo (2017) mengatakan bahwa persamaan (2.19) juga akan menghasilkan gerakan periodik, sehingga berdasarkan analisis *trial and error* maka persamaan tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk

$$y = A \cdot \sin(\omega t) \dots\dots\dots(2.20)$$

A merupakan suatu amplitudo simpang atau suatu koefisien yang nilainya bergantung pada kondisi awal (*initial value*). Dari persamaan tersebut juga diperoleh

$$\begin{aligned} \dot{y} &= \omega \cdot A \cos(\omega t) \\ \ddot{y} &= -\omega^2 \cdot A \sin(\omega t) \end{aligned} \dots\dots\dots(2.21)$$

jika persamaan (2.21) disubstitusi ke dalam persamaan (2.20) maka akan diperoleh

$$\{k - \omega^2 m\} A \cdot \sin(\omega t) = 0 \dots\dots\dots(2.22)$$

nilai A dan  $\sin(\omega t)$  tidak selalu sama dengan nol, maka nilai yang sama dengan nol adalah

$$\{k - \omega^2 m\} = 0 \dots\dots\dots(2.23)$$

Dengan demikian maka

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \dots\dots\dots(2.24)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \dots\dots\dots(2.25)$$

Dimana  $\omega$  dalam rad/dt dan  $T$  dalam detik, Pawirodikromo (2017).

### 2.2.1.7 Metode Runge-Kutta

Terdapat beberapa metode yang dapat digunakan untuk analisis persamaan diferensial. Salah satu metode yang sering digunakan adalah metode Runge-Kutta. Metode ini terdiri dari Runge-Kutta orde 1, orde 2, orde 3, dan orde 4. Namun dalam penelitian ini dikhususkan dengan

menggunakan metode Runge-Kutta orde 4, dengan meninjau kembali persamaan gerak, maka dari persamaan tersebut didapatkan

$$\{\ddot{U}\} = [M]^{-1}(-[C]\{\dot{U}\} - [K]\{U\}) + [M]^{-1}\{P(t)\} \dots\dots\dots(2.26)$$

dengan mendefinisikan suatu vektor posisi (*state vector*)  $\{Z\}$  yang baru sebagai

$$\{Z\} = \begin{Bmatrix} \{U\} \\ \{\dot{U}\} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(2.27)$$

sehingga

$$\{\dot{Z}\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{U}\} \\ \{\ddot{U}\} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(2.28)$$

selanjutnya persamaan gerak dapat dituliskan sebagai

$$\begin{Bmatrix} \{\dot{U}\} \\ \{\ddot{U}\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ [M]^{-1}[K] & [M]^{-1}[C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U\} \\ \{\dot{U}\} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \{0\} \\ [M]^{-1}\{P\} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(2.29)$$

selanjutnya secara sederhana persamaan (2.29) dapat ditulis sebagai

$$\{\dot{Z}\} = [A]\{Z\} + \{P_z\} \dots\dots\dots(2.30)$$

dengan

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ [M]^{-1}[K] & [M]^{-1}[C] \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.31)$$

$$\{P_z\} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ [M]^{-1}\{P\} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(2.32)$$

dapat dilihat pada persamaan (2.29) persamaan gerak yang pada awalnya berupa persamaan orde dua telah berubah menjadi persamaan diferensial

orde 1, tetapi dengan ukuran vektor dan matriks yang menjadi dua kali lebih besar.

Berdasarkan persamaan (2.30) maka metode Runge-Kutta bisa dilakukan dan dapat ditulis sebagai

$$\{\dot{Z}\} = f(t, \{Z\}) \dots \dots \dots (2.33)$$

maka

$$\{Z(t + \Delta t)\} = \{Z(t)\} + \frac{1}{6}(\{k\}_1 + 2\{k\}_2 + 2\{k\}_3 + \{k\}_4)\Delta t \dots \dots \dots (2.34)$$

dengan

$$\begin{aligned} \{k_1\} &= f(t, \{Z(t)\}) \\ \{k_2\} &= f\left(t + \frac{\Delta t}{2}, \{Z(t)\} + \frac{1}{2}\{k_1\}\right) \\ \{k_3\} &= f\left(t + \frac{\Delta t}{2}, \{Z(t)\} + \frac{1}{2}\{k_2\}\right) \\ \{k_4\} &= f(t + \Delta t, \{Z(t)\} + \Delta t\{k_3\}) \end{aligned} \dots \dots \dots (2.35)$$

Dikatakan dalam Pawirodikromo (2017) bahwa respon yang dihasilkan dengan metode Runge-Kutta sangat dekat dengan hasil yang dihitung dengan metode  $\beta$ -Newmark.

### 2.2.2 Metode FDD

Dalam metode ini, proses identifikasi menggunakan pengukuran vibrasi untuk mendapatkan parameter modal yang berupa frekuensi alami dan periode getar suatu struktur tanpa mengetahui gaya-gaya eksitasi dengan memanfaatkan *output-only* dari pengukuran, Brincker, dkk (2000). Dengan metode ini, ditunjukkan cara untuk mendapatkan *Singular Value Decomposition* (SVD) dari matriks spektral, dimana matriks spektral diubah

menjadi suatu fungsi *Spectral Density* sesuai dengan sistem derajat kebebasan tunggal (Brincker, dkk, 2000).

**2.2.2.1 Latar Belakang Teoritis Metode FDD**

Hubungan antara input dalam domain waktu  $x(t)$  dan hasil pengukuran respond dalam domain waktu  $y(t)$ , dapat ditulis menjadi, Bendat dan Piersol (1993)

$$G_{yy}(j\omega) = \bar{H}(j\omega)G_{xx}(j\omega)H(j\omega)^T \dots\dots\dots(2.36)$$

dengan  $G_{xx}(j\omega)$  merupakan matriks input  $r \times r$  dari *Power Spectral Density* (PSD), dengan  $r$  merupakan jumlah dari data input.  $G_{xx}(j\omega)$  merupakan matriks respon  $m \times m$  dari PSD, dengan  $m$  adalah jumlah data dari respond yang didapatkan.  $H(j\omega)$  merupakan matriks *Frequency Response Function* (FRF) dari  $m \times r$ , dan tanda “-“ dan  $T$  merupakan konjungasi kompleks dan transpose

FRF juga dapat ditulis dalam bentuk fraksi parsial menjadi

$$H(j\omega) = \sum_{k=1}^n \frac{R_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{R}_k}{j\omega - \bar{\lambda}_k} \dots\dots\dots(2.37)$$

Dimana  $n$  merupakan bentuk ragam ke  $n$ ,  $\lambda_k$  adalah pole dan  $R_k$  merupakan residu

$$R_k = \phi_k \gamma_k^T \dots\dots\dots(2.38)$$

dengan  $\phi_k \gamma_k^T$  merupakan vektor dari *mode shape* dan modal partisipasi vektor. Dengan menganggap bahwa input merupakan *white noise*, sehingga PSD merupakan matriks konstan dan  $G_{xx}(j\omega) = C$ , maka persamaan (2.36) menjadi

$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^n \left[ \frac{R_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{R}_k}{j\omega - \bar{\lambda}_k} \right] C \left[ \frac{R_s}{j\omega - \lambda_s} + \frac{\bar{R}_s}{j\omega - \bar{\lambda}_s} \right]^H \dots\dots\dots(2.37)$$

dengan  $H$  merupakan konjugasi kompleks dan transpose. Dengan manipulasi matematik dengan teorema fraksi parsial, maka output PSD dapat direduksi sebagai berikut

$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{A}_k}{j\omega - \bar{\lambda}_k} + \frac{B_k}{-j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{B}_k}{-j\omega - \bar{\lambda}_k} \dots\dots\dots(2.38)$$

dengan,  $A_k$  merupakan matriks residu ke  $k$  hasil output dari PSD. Dikarenakan output dari PSD berupa matriks residu  $m \times m$  dalam tingkat yang lebih tinggi dan menjadi

$$A_k = R_k C \left( \sum_{s=1}^n \frac{\bar{R}_s}{-\lambda_k - \bar{\lambda}_s} + \frac{R_s^T}{-\lambda_k - \bar{\lambda}_s} \right) \dots\dots\dots(2.39)$$

Kontribusi terhadap residu dari mode ke  $k$  didapatkan dari

$$A_k = \frac{R_k C \bar{R}_k^T}{2\alpha_k} \dots\dots\dots(2.40)$$

dengan  $\alpha_k$  merupakan minus dari  $\lambda_k = -\alpha_k + j\omega_k$ , setelah itu redaman rendah menjadi lebih mendominasi, sehingga residu menjadi proposional untuk vektor *mode shape*.

$$A_k \propto R_k C \bar{R}_k^T = \phi_k \gamma_k^T C \bar{\phi}_k \gamma_k^T = d_k \phi_k \gamma_k^T \dots\dots\dots(2.41)$$

dengan  $d_k$  merupakan constanta scalar, pada frekuensi tertentu hanya sedikit jumlah mode yang akan berkontribusi secara signifikan, biasanya pada mode satu dan dua. Dalam kasus struktur dengan redaman rendah respon *spetral density*, selalu ditulis dalam

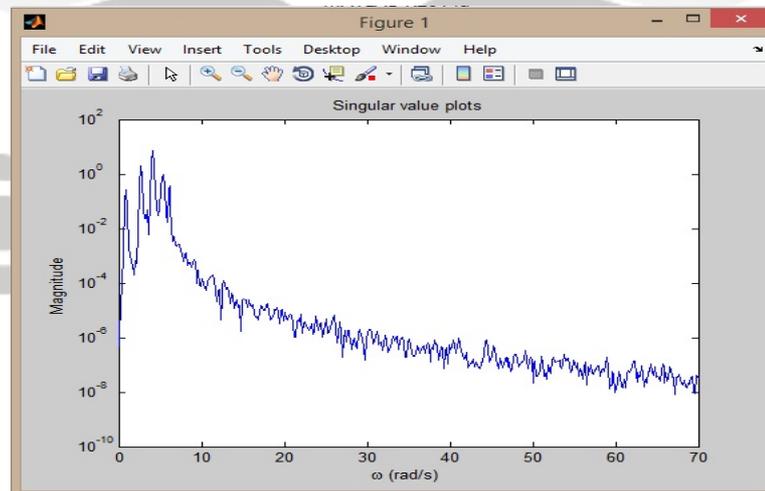
$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{k \in \text{Sub}(\omega)}^n \frac{d_k \phi_k \phi_k^T}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{d}_k \bar{\phi}_k \bar{\phi}_k^T}{j\omega - \bar{\lambda}_k} \dots \dots \dots (2.42)$$

### 2.2.2.2 Algoritma Identifikasi FDD

Dalam identifikasi FDD, langkah pertama adalah dengan estimasi matriks PSD. Estimasi dari output PSD  $\hat{G}_{yy}(j\omega)$ , juga disebut sebagai frekuensi diskrit  $\omega = \omega_i$ , kemudian dikomposisi dengan diambilnya SVD dari matriks PSD.

$$\hat{G}_{yy}(j\omega_i) = U_i S_i U_i^H$$

dengan matriks  $U_i = [u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{in}]$  adalah matriks kesatuan yang memiliki *singular vector*  $u_{ij}$ , dan  $S_i$  matriks diagonal yang memiliki skalar nilai *singular*, (Brincker, dkk, 2000).



Gambar 2.4. Contoh plot nilai singular