

JURNAL TEKNOLOGI INDUSTRI

The Minimum Agitation Speed in Mixer Settler Extractor (MSE)

Studi Gelombang Akustik dengan Metode *Discontinuous Galerkin* Orde Tinggi dalam *Mesh* Tidak Berstruktur

Simulasi Pengaruh Gas Tak Ideal pada Efisiensi Generator Termionik

Pengembangan Sistem Validasi Dokumen Teks HTML dengan Metode MD5

Analisa Implementasi Sistem Informasi dan Perencanaan Strategis *E-Business* di RS.X

Integrasi Jaringan *Connectionless-based* (IP) dan *Connection-based* (ATM) dengan *Multiprotocol Label Switching*: Analisa Simulasi Pengukuran *Quality Of Service*

Pengembangan Sistem Identifikasi Buah-Buahan Menggunakan Ciri Bentuk. *Mean* dan Standar Deviasi Warna

Pemetaan Model Jejaring Usaha Mikro Kecil dan Menengah di Daerah Istimewa Yogyakarta

Analisis Pengaruh Parameter Keberadaan Jejak Pada *Ant Colony Optimization* Terhadap Makespan Pada *Permutation Flow shop*

JTI	Vol. XI	No. 3	Hal. 179-268	Yogyakarta Juli 2007	ISSN 1410-5004
-----	---------	-------	--------------	-------------------------	-------------------



UNIVERSITAS ATMA JAYA YOGYAKARTA
Fakultas Teknologi Industri

JURNAL TEKNOLOGI INDUSTRI
ISSN 1410-5004

AKREDITASI

Keputusan
Direktur Jendral Pendidikan Tinggi
Departemen Pendidikan Nasional
Nomor: 23a/DIKTI/Kep/2004

DEWAN REDAKSI

Penanggung Jawab
Paulus Mudjihartono

Pemimpin Redaksi
Yashinta S. Setio Wigati

Redaksi Pelaksana
Thomas Suselo

Anggota Redaksi
Alb. Joko Santoso
Benyamin L. Sinaga
Luciana Triani Dewi
V. Darsono

Redaksi Ahli
A.M. Madyana
Universitas Gadjah Mada
B. Kristyanto
Universitas Atma Jaya Yogyakarta
F. Soesianto
Universitas Atma Jaya Yogyakarta
I Nyoman Pujawan
Institut Teknologi Surabaya
Inggriani Liem
Institut Teknologi Bandung
Subanar
Universitas Gadjah Mada
Suyoto
Universitas Atma Jaya Yogyakarta

Layanan *online* internet tersedia dengan
alamat: <http://fti.uajy.ac.id/jurnal>

Alamat Redaksi

Tata Usaha Fakultas Teknologi Industri
Universitas Atma Jaya Yogyakarta
Jln. Babarsari No. 43, Yogyakarta 55281
Telp. (0274) 487711 Fax. (0274) 485223
E-mail: jti@mail.uajy.ac.id
Home page: <http://fti.uajy.ac.id/jurnal>

Jurnal Teknologi Industri diterbitkan oleh Fakultas Teknologi Industri Universitas Atma Jaya Yogyakarta sebagai media untuk menyalurkan pemahaman tentang aspek-aspek teknologi baik teknologi industri maupun teknologi informasi berupa hasil penelitian lapangan atau laboratorium maupun studi pustaka. Jurnal ini terbit empat kali dalam setahun yaitu pada bulan **Januari, April, Juli, dan Oktober**. Redaksi menerima sumbangan naskah dari dosen, peneliti, mahasiswa maupun praktisi dengan ketentuan penulisan seperti tercantum pada halaman dalam sampul belakang.

Distribusi

Pusat Pemasaran Universitas (PPU)
Universitas Atma Jaya Yogyakarta
Gedung Don Bosko
Jln. Babarsari No. 5, Yogyakarta 55281
Telp. (0274) 487711 Fax. (0274) 487748
E-mail: ppu@mail.uajy.ac.id

Biaya Berlangganan

Langganan Rp 200.000,00/tahun
Eceran Rp 60.000,00/nomor

Biaya Penulisan

Bagi penulis yang naskahnya diterbitkan, penulis diwajibkan membayar biaya sebesar Rp 500.000,00 per naskah (sudah termasuk biaya berlangganan selama 1 tahun).

Rekening (Bank Account)

Bank Lippo Kantor Kas UAJY Babarsari
a.n. Universitas Atma Jaya Yogyakarta
No. Acc. 787-30-00754-2

JURNAL TEKNOLOGI INDUSTRI

Volume XI Nomor 3 Juli 2007

Zuchra Helwani, Martunus
Chemical Engineering Department, Riau University
Kampus Binawidya Km 12,5 Panam, Pekanbaru 28293
E-mail : martunusche@yahoo.co.id

DAFTAR ISI

- | | |
|---|-----------|
| <i>The Minimum Agitation Speed in Mixer Settler Extractor (MSE)</i>
Zuchra Helwani, Martunus | 179 - 188 |
| Studi Gelombang Akustik dengan Metode <i>Discontinuous Galerkin</i> Orde Tinggi dalam Mesh Tidak Berstruktur
Pranowo | 189 - 198 |
| Simulasi Pengaruh Gas Tak Ideal pada Efisiensi Generator Termionik
G. Nugroho, Totok.R. Biyanto | 199 - 206 |
| Pengembangan Sistem Validasi Dokumen Teks HTML dengan Metode MD5
Kristoko Dwi Hartomo | 207 - 220 |
| Analisa Implementasi Sistem Informasi dan Perencanaan Strategis <i>E-Business</i> di RS.X
Flourensia Spty Rahayu | 221 - 232 |
| Integrasi Jaringan <i>Connectionless-based</i> (IP) dan <i>Connection-based</i> (ATM) dengan <i>Multiprotocol Label Switching</i> : Analisa Simulasi Pengukuran <i>Quality Of Service</i>
A.Sjamsjiar Rachman, Budi Irmawati | 233 - 238 |
| Pengembangan Sistem Identifikasi Buah-Buahan Menggunakan Ciri Bentuk. <i>Mean</i> dan Standar Deviasi Warna
Abdullah | 239 - 246 |
| Pemetaan Model Jejaring Usaha Mikro Kecil dan Menengah Di Daerah Istimewa Yogyakarta
Ign. Luddy Indra Purnama, Yosephine Suharyanti, Baju Bawono | 247 - 262 |
| Analisis Pengaruh Parameter Keberadaan Jejak Pada <i>Ant Colony Optimization</i> Terhadap Makespan Pada <i>Permutation Flow shop</i>
Slamet Setio Wigati | 263 - 268 |

Studi Gelombang Akustik dengan Metode *Discontinuous Galerkin* Orde Tinggi dalam Mesh Tidak Berstruktur

Pranowo

Program Studi Teknik Informatika, Fakultas Teknologi Industri, Universitas Atma Jaya Yogyakarta

Jl. Babarsari 43, Yogyakarta 55281

E-mail : pran@mail.uajy.ac.id

Abstract

This paper presents the study of acoustic wave propagations in two dimensional domains with unstructured nodal high-order Discontinuous Galerkin (DG) method. The DG method employs triangular elements and uses piecewise high-order Koorwinder Dubiner polynomials for spatial discretization and low storage fourth order Runge Kutta for time integrations. Fluxes are calculated by using upwind fluxes. After demonstrating the exponential convergence of the DG method, the acoustic wave propagations in complex domains are studied.

Keywords: *Acoustic wave propagation, discontinuous Galerkin, triangular elements.*

1. Pendahuluan

Gelombang akustik merupakan gelombang mekanik yang merambat dalam media fluida gas maupun cair. Studi gelombang akustik sudah dikenal manusia sejak jaman purba, manusia menciptakan alat musik untuk menghasilkan gelombang akustik yang indah untuk didengar. Bangsa Yunani dan Romawi mempelajari gelombang akustik untuk merancang bangunan teater. Pada masa sekarang, studi gelombang akustik dilakukan dengan cara eksperimental dan simulasi numerik dengan komputer.

Studi gelombang akustik dengan metode numerik intensif dikembangkan karena metode ini relatif murah dibanding metode eksperimen dan hasilnya dekat dengan hasil eksperimen. Metode numerik yang umum dipakai adalah metode beda hingga (Schneider and Ramahi, 1998) dan wavelet (Pranowo, 2002; Pranowo dan Soesianto, 2004). Kedua metode tersebut terbatas untuk domain berbentuk kotak, sehingga untuk domain berbentuk kompleks kedua metode tersebut tidak dapat digunakan. Metode elemen hingga cocok untuk mengatasi domain yang kompleks, metode ini sering digunakan untuk studi gelombang akustik dalam kawasan frekuensi (*frequency domain*). Untuk simulasi dalam kawasan waktu, metode elemen hingga mengalami galat dispersi yang tinggi, sehingga sulit untuk simulasi dalam rentang waktu yang panjang. Metode elemen hingga terus dikembangkan untuk memperbaiki kelemahan tersebut, salah satu varians dari metode elemen hingga yang cocok untuk pemodelan perambatan gelombang adalah metode *Discontinuous Galerkin*. Perbedaan utama metode ini dengan metode elemen hingga konvensional adalah, *Discontinuous Galerkin* tidak mempertahankan kesinambungan (*continuity*) nilai variabel antar elemen pada setiap sisi elemen. Sebagai kompensasinya, hubungan antar elemen dilakukan dengan perhitungan fluks. Dengan demikian konservasi massa dan momentum terjaga. Perhitungan fluks tersebut mengadopsi dari

perhitungan fluks metode volume hingga (Hirsch, 1988) yang sudah terbukti handal untuk perhitungan gelombang kejut pada aliran gas berkecepatan tinggi.

Untuk meningkatkan akurasi, metode *Discontinuous Galerkin* menggunakan polinomial ortogonal Jacobi orde tinggi, termasuk diantaranya polinomial Legendre dan Chebyshev (Hesthaven and Warburton, 2002; 2004). *Mesh* tidak berstruktur dengan elemen berbentuk segitiga dipakai untuk meningkatkan fleksibilitas. Fungsi Koorwinder Dubiner digunakan sebagai fungsi basis, fungsi ini merupakan polinomial Jacobi dalam segitiga. Fungsi tersebut dihitung pada simpul Gauss-Lobato-Legendre dalam segitiga.

2. Formulasi

Persamaan Akustik yang ditulis dalam bentuk tanpa dimensi adalah seperti berikut (Pranowo, 2002):

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} p \\ u \\ v \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- t : waktu tanpa dimensi
- x, y : koordinat tanpa dimensi
- p : tekanan
- u : kecepatan horisontal
- v : kecepatan vertikal

Diskretisasi ruang dengan *Discontinuous Galerkin* untuk persamaan di atas dilakukan mengalikan persamaan (1) dengan fungsi basis diteruskan dengan integrasi per bagian (Warburton, 2003):

$$\left(\phi, \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial y} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow \left(\phi, \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} \right)_{\Omega} + \left(\phi, \mathbf{A} n_x \mathbf{q} + \mathbf{B} n_y \mathbf{q} \right)_{\partial \Omega} - \left(\frac{\partial}{\partial x} (\mathbf{A} \phi), \mathbf{q} \right)_{\partial \Omega} - \left(\frac{\partial}{\partial y} (\mathbf{B} \phi), \mathbf{q} \right)_{\partial \Omega} = 0$$

Suku kedua menyatakan integrasi fluks pada batas elemen, tanda (\dots) menyatakan L^2 inner product dan ϕ adalah fungsi basis

$$\left(\phi, \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} \right)_{\Omega} + \left(\phi, \mathbf{A} n_x \mathbf{q} + \mathbf{B} n_y \mathbf{q} \right)_{\partial \Omega} - \left(\frac{\partial}{\partial x} (\mathbf{A} \phi), \mathbf{q} \right)_{\partial \Omega} - \left(\frac{\partial}{\partial y} (\mathbf{B} \phi), \mathbf{q} \right)_{\partial \Omega} = 0$$

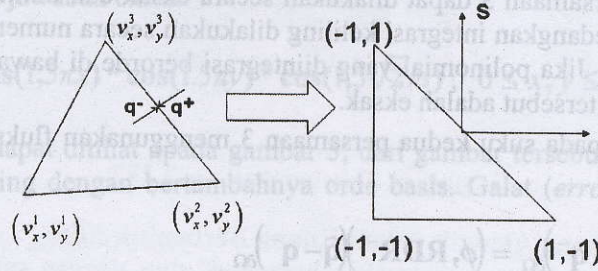
Dengan memodifikasi fluks : $\mathbf{q}^- \Big|_{\partial\Omega} = \hat{\mathbf{q}}^-(\mathbf{q}^-, \mathbf{q}^+) \Big|_{\partial\Omega}$ dan integrasi sekali lagi maka persamaan di atas menjadi :

$$\left(\phi, \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial y} \right)_{\Omega} + (\phi, \mathbf{A} n_x + \mathbf{B} n_y) (\hat{\mathbf{q}} - \mathbf{q}^-)_{\partial\Omega} = 0 \quad (3)$$

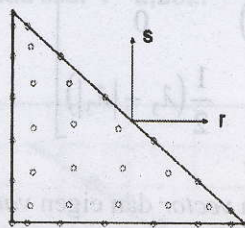
Fungsi basis adalah fungsi Korwinder Dubiner dalam segitiga:

$$\phi_{ij}(r,s) = \sqrt{\frac{2i+1}{2}} \sqrt{\frac{2i+2j+2}{2}} P_i^{0,0} \left(\frac{2(1+r)}{(1-s)} - 1 \right) P_j^{2=+1,0}(s) \quad (4)$$

$P^{\alpha,\beta}$ adalah polinomial ortogonal Jacobi



Gambar 1. Transformasi Koordinat



Gambar 2. Simpul Gauss Lobatto Quadrature orde-7

Untuk menyelesaikan persamaan 3, maka semua $\mathbf{q} = (p \ u \ v)^T$ diekspansikan dengan fungsi basis di atas, ekspansi tekanan diambil sebagai contoh:

$$p(r,s) = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^{N-i} \phi_{ij}(r,s) \hat{p}_{ij} \quad (5)$$

$$p(r_n, s_n) = \sum_{m=1}^{m=M} \mathbf{V}_{nm} \hat{p}_m \quad (6)$$

$$\hat{p}_m = \sum_{j=1}^{j=M} (\mathbf{V}^{-1})_{mj} p(r_j, s_j)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r}(r, s) = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^{N-i} \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial r}(r, s) \hat{p}_{ij} = \hat{\mathbf{D}}^r \mathbf{V}^{-1} p(r, s) \quad \hat{\mathbf{D}}^r = \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (7)$$

$$\frac{\partial p}{\partial s}(r, s) = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^{N-i} \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial s}(r, s) \hat{p}_{ij} = \hat{\mathbf{D}}^s \mathbf{V}^{-1} p(r, s) \quad \hat{\mathbf{D}}^s = \frac{\partial \phi}{\partial s}$$

\mathbf{V}_{ij} matriks Vandermonde, dan N adalah orde polinomial Jacobi

Untuk integrasi persamaan 3 dapat dilakukan secara eksak dan numerik, integrasi luasan dilakukan secara eksak sedangkan integrasi keliling dilakukan secara numerik dengan kuadratur Gauss Lobatto Legendre. Jika polinomial yang diintegrasikan berorde di bawah atau sama dengan $(2N - 1)$ maka kuadratur tersebut adalah eksak.

Perhitungan fluks pada suku kedua persamaan 3 menggunakan fluks jenis *upwind*, yang dihitung seperti berikut:

$$(\phi, \mathbf{A}n_x + \mathbf{B}n_y)(\hat{\mathbf{q}} - \mathbf{q}^-)_{\partial\Omega} = (\phi, \mathbf{RDR}^{-1})(\hat{\mathbf{q}} - \mathbf{q}^-)_{\partial\Omega} \quad (8)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(\lambda_1 + |\lambda_1|) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}(\lambda_2 + |\lambda_2|) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(\lambda_3 + |\lambda_3|) \end{bmatrix}$$

Vektor \mathbf{R} dan $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ adalah *eigen vector* dan *eigen value* dari matriks $\mathbf{A}n_x + \mathbf{B}n_y$. Syarat batas untuk tekanan dan kecepatan pada dinding keras adalah seperti berikut:

$$p^+ = p^-, u^+ = -u^- \text{ dan } v^+ = -v^- \quad (9)$$

Integrasi waktu menggunakan metode *low storage* Runge-Kutta versi Carpenter dan Kennedy (1994). Perhitungan ini mempunyai 5 tingkat perhitungan dengan akurasi berorde-4, metode ini hanya memerlukan 2 tingkat penyimpanan data.

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = L[t, \mathbf{q}(t)] \quad (10)$$

Tahap perhitungan persamaan di atas menggunakan Runge-Kutta di atas adalah:

$$\begin{aligned} dq_j &= A_j dq_{j-1} + hL(q_j) \\ q_j &= q_{j-1} + B_j + dq_j \end{aligned} \quad (11)$$

A_j dan B_j : koefisien Runge-Kutta

3. Hasil dan Pembahasan

Metode *Discontinuous Galerkin* yang dijabarkan di atas diimplementasikan ke dalam program komputer menggunakan *software* modifikasi dari *software* USEME versi Matlab dari Brown University.

a. Perbandingan dengan jawaban eksak

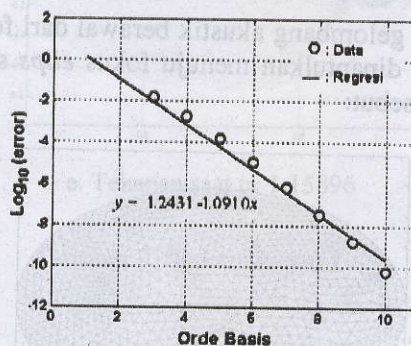
Untuk mengevaluasi akurasi metode *Discontinuous Galerkin*, hasil perhitungan numerik dibandingkan dengan jawaban eksak:

$$p(x, y, t) = \cos(1,5\pi x) * \cos(1,5\pi y) * \cos(1,5\sqrt{2}\pi t); \quad 0 \leq x, y \leq 2 \quad (12)$$

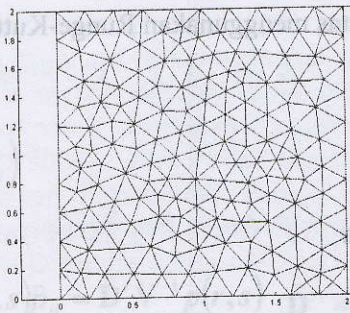
Hasil perbandingan dapat dilihat apada gambar 3, dari gambar tersebut bahwa galat berkurang secara eksponen seiring dengan bertambahnya orde basis. Galat (*error*) dihitung berdasarkan rumus:

$$error = \max |p_{numerik} - p_{eksak}| \quad (13)$$

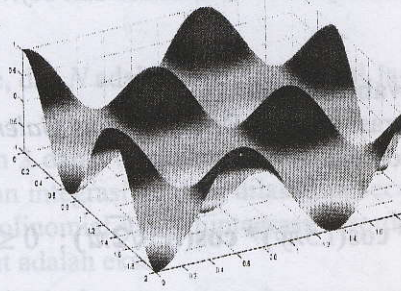
Gambar 4 memperlihatkan *mesh* yang digunakan terdiri dari 312 elemen dan gambar 5 memperlihatkan distribusi tekanan pada saat $t = 2,282$.



Gambar 3. Orde Basis vs. Galat



Gambar 4. Mesh



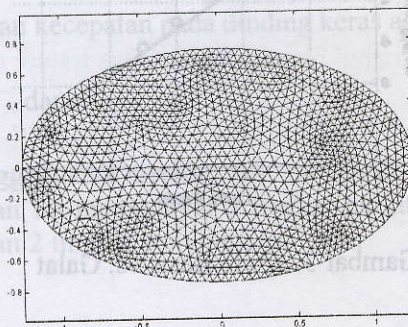
Gambar 5. Tekanan saat $t = 2,282$

b. Perambatan Gelombang Akustik dalam Ruang Berbentuk Elips

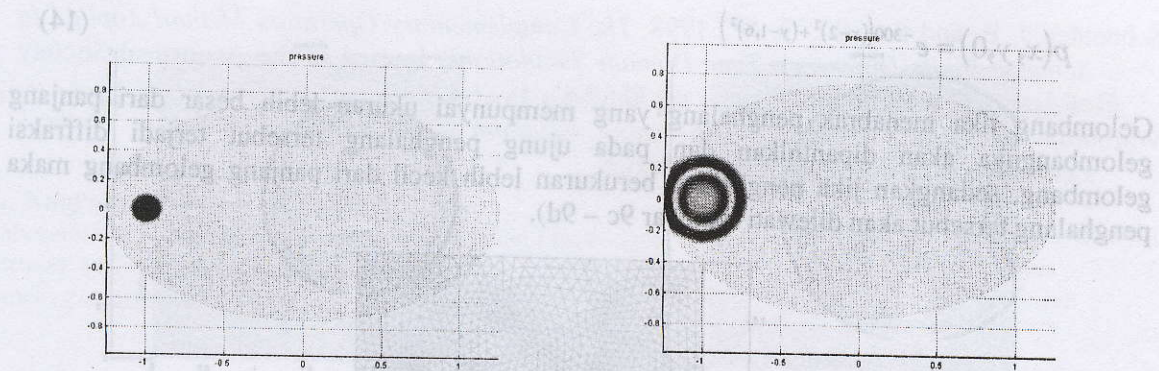
Pada bagian ini domain yang digunakan berbentuk *elips* dengan sumbu panjang = 1,25 dan sumbu pendek = 0,75. Jumlah elemen yang digunakan adalah : 2464 elemen dengan orde basis=6. Syarat awal untuk kecepatan adalah nol dan untuk tekanan adalah fungsi Gaussian dengan pusat terletak pada koordinat fokus *elips* (-1,0) :

$$p(x, y, 0) = e^{-300((x+1)^2 + y^2)} \tag{14}$$

Dengan demikian perambatan gelombang akustik berawal dari fokus kiri dan secara teori akan merambat ke segala arah dan dipantulkan menuju fokus *elips* sebelah kanan, gambar 7a – 7e memperlihatkan fenomena tersebut:

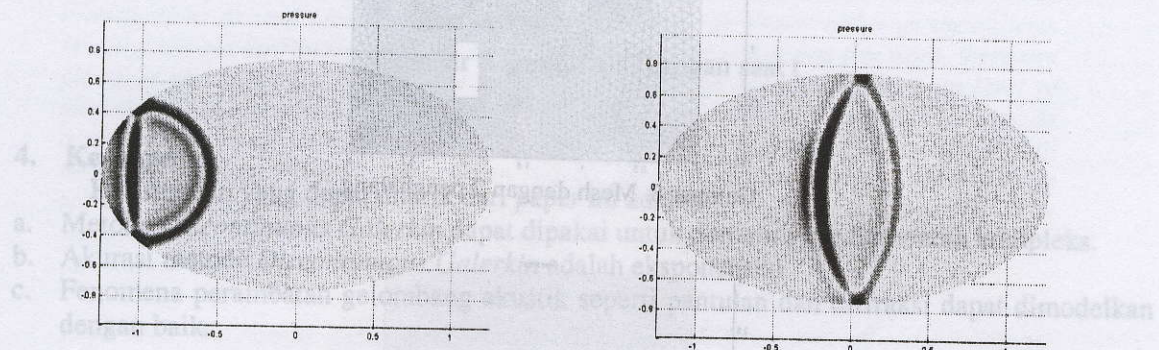


Gambar 6. Mesh *Elips*



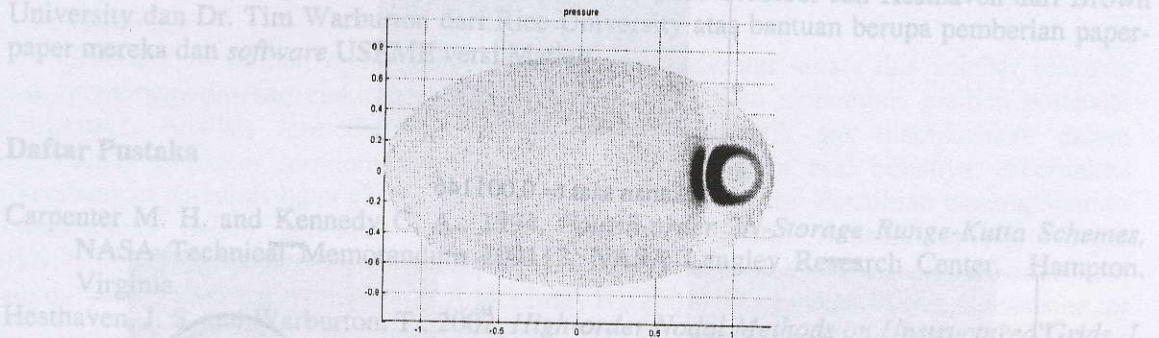
a. Tekanan saat $t = 0,005268$

b. Tekanan saat $t = 0,10536$



c. Tekanan saat $t = 0,21072$

d. Tekanan saat $t = 0,63216$



e. Tekanan saat $t = 1,15896$

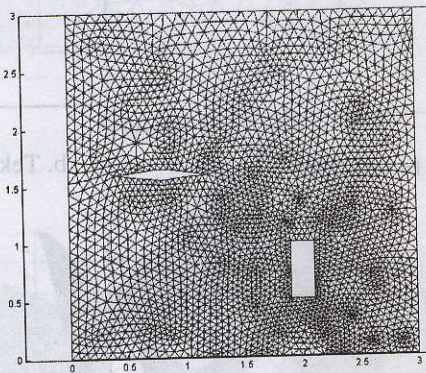
Gambar 7. Tekanan saat t

c. Diffraksi Gelombang Akustik

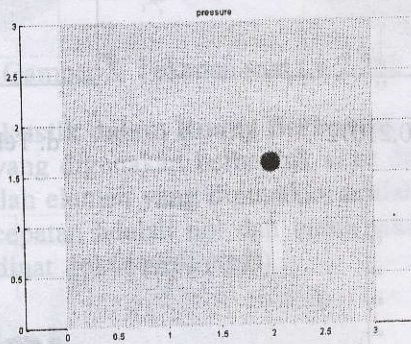
Pada bagian ini domain yang digunakan berbentuk kotak dengan ukuran 3×3 , di dalamnya terdapat 2 buah penghalang berbentuk tumpul dan runcing. Jumlah elemen yang digunakan adalah $=5504$ elemen dengan orde basis=6. Syarat awal untuk kecepatan nol dan untuk tekanan adalah fungsi Gaussian dengan pusat terletak pada koordinat $(2, 1,6)$:

$$p(x, y, 0) = e^{-300((x-2)^2 + (y-1,6)^2)} \quad (14)$$

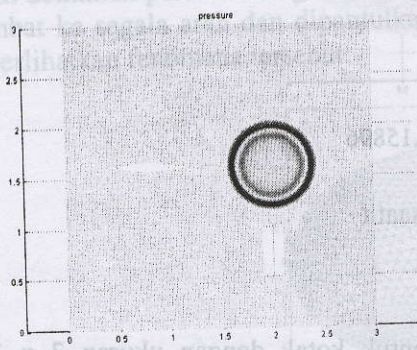
Gelombang jika menabrak penghalang yang mempunyai ukuran lebih besar dari panjang gelombangnya akan dipantulkan dan pada ujung penghalang tersebut terjadi diffraksi gelombang, sedangkan jika penghalang berukuran lebih kecil dari panjang gelombang maka penghalang tersebut akan dilewati (gambar 9c – 9d).



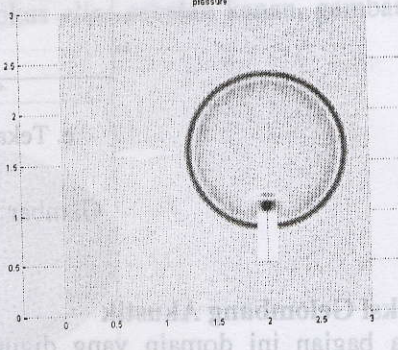
Gambar 8. Mesh dengan 2 penghalang



a. Tekanan saat t = 0,001146



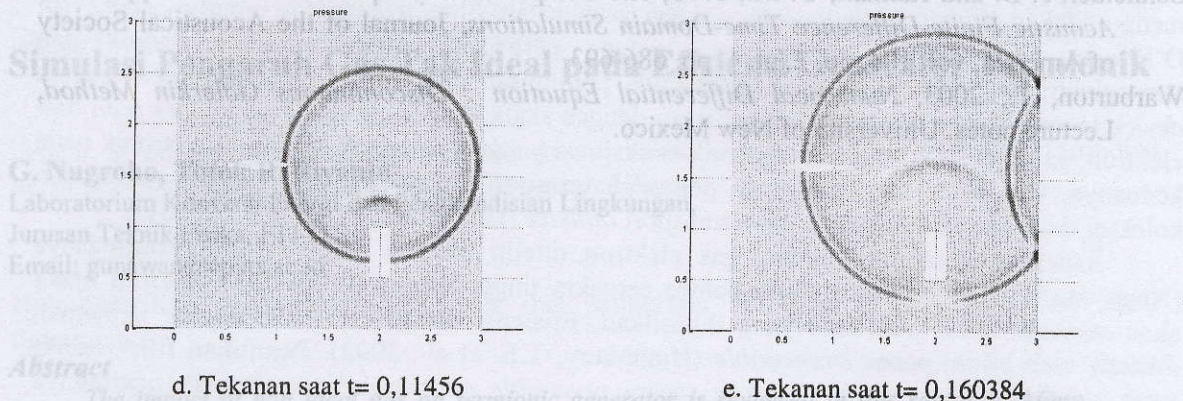
b. Tekanan saat t = 0,045824



c. Tekanan saat t = 0,091648

Gambar 9. Tekanan saat t

Studi Gelombang Akustik dengan Metode Discontinuous Galerkin Orde Tinggi dalam Mesh Tidak Berstruktur
(Pranowo)



Gambar 9 (lanjutan). Tekanan saat t

4. Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat ditarik dari paper ini adalah:

- Metode *Discontinuous Galerkin* dapat dipakai untuk domain yang berbentuk kompleks.
- Akurasi metode *Discontinuous Galerkin* adalah eksponensial
- Fenomena perambatan gelombang akustik seperti pantulan dan difraksi dapat dimodelkan dengan baik.

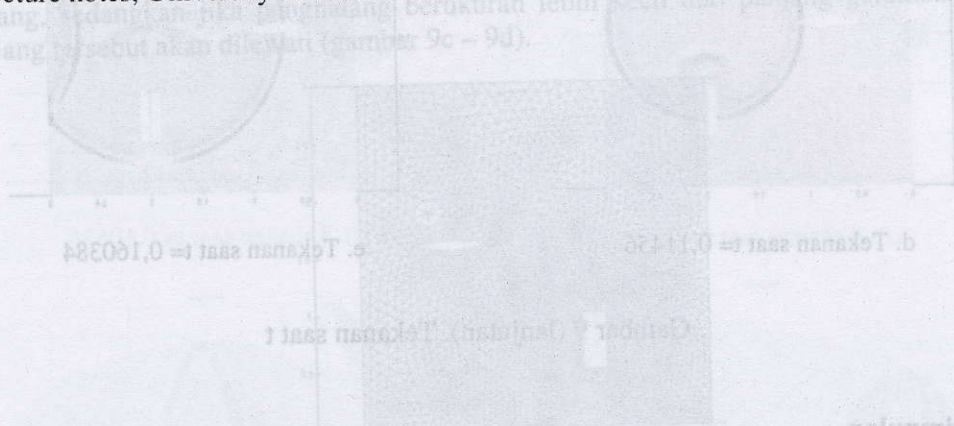
5. Ucapan Terima Kasih

Penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada Profesor Jan Hesthaven dari Brown University dan Dr. Tim Warburton dari Rice University atas bantuan berupa pemberian paper-paper mereka dan *software* USEME versi Matlab.

Daftar Pustaka

- Carpenter M. H. and Kennedy C. A., 1994, *Fourth-order 2N-Storage Runge-Kutta Schemes*, NASA Technical Memorandum 109112, NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia.
- Hesthaven, J. S. and Warburton, T., 2002, *High-order Nodal Methods on Unstructured Grids, I. Time Domain Solution of Maxwell's Equations*, J. Computational Physics, 181, pp. 1-34.
- Hesthaven, J. S. and Warburton, T., 2004, *High-order Nodal Discontinuous Galerkin Methods for Maxwell Eigen Value Problem*, Philosophical Transactions of The Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences, 362 (1816): 493-524.
- Hirsch, C., 1988, *Numerical Computation of Internal and External Flows, Vol. I*, John Wiley and Son Publisher, Chicester.
- Pranowo, 2002, Metode Multiresolusi di Kawasan Waktu untuk Penyelesaian Numerik Persamaan Maxwell dan Akustik, Tesis Magister, Universitas Gadjah Mada.
- Pranowo dan Soesianto, F., 2004, *Adaptive Multiresolution Scheme Based on Haar Wavelets for Acoustic Wave Propagation*, Proceeding of International Conference of Quality in Research (QIR), Indonesia University.

- Schneider, J. B. and Ramahi, O. M., 1998, *The Complementary Operators Method Applied to Acoustic Finite-Difference Time-Domain Simulations*, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 104, no. 2, pt. 1, pp. 686-693.
- Warburton, T., 2003, *Numerical Differential Equation : Discontinuous Galerkin Method*, Lecture notes, University of New Mexico.



4. Kesimpulan
Kesimpulan yang dapat ditarik dari paper ini adalah sebagai berikut:
a. Metode Discontinuous Galerkin dapat dipakai untuk domain yang berbentuk kompleks.
b. Akurasi metode Discontinuous Galerkin adalah eksponensial.
c. Fenomena perambatan gelombang akustik seperti pantulan dan difraksi dapat dimodelkan dengan baik.
5. Ucapan Terima Kasih
Penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada Profesor Jan Hesthaven dan Brown University dan Dr. Tim Warburton dari Rice University atas bantuan berupa pemberian paper mereka dan software USMBE versi Matlab.

Daftar Pustaka

Carpenter M. H. and Kennedy C. A., 1994, Fourth-order 2N-storage Runge-Kutta Schemes, NASA Technical Memorandum 109112, NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia.

Hesthaven, J. S. and Warburton, T., 2002, High-order Nodal Methods on Unstructured Grids. I. Time Domain Solution of Maxwell's Equations. I. Computational Physics, 181, pp. 1-34.

Hesthaven, J. S. and Warburton, T., 2004, High-order Nodal Methods for Maxwell's Equations. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences, 362 (1816): 493-524.

Hirsch, C., 1988, Numerical Computation of Internal and External Flows, Vol. 1, John Wiley and Son Publisher, Chichester.

Panowo, 2002, Metode Multiresolusi di Kawasan Waktu untuk Penyelesaian Numerik Persamaan Maxwell dan Akustik, Tesis Magister, Universitas Gadjah Mada.

Panowo dan Soesanto, F., 2004, Adaptive Multiresolution Scheme Berbasis Filter Wavelets for Acoustic Wave Propagation, Proceeding of International Conference of Quality in Research (QIR), Indonesia University of Education, Yogyakarta.