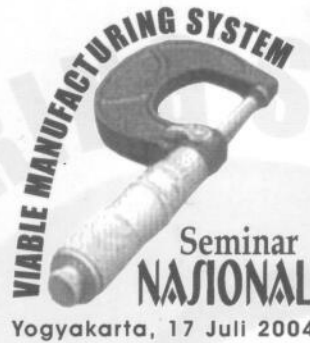


PROSIDING

SEMINAR NASIONAL 2004

Viabie Manufacturing System 2004



Peran Teknologi Industri
dalam Pengembangan
“Advanced
Manufacturing
Technology”
Pasca Krisis

Yogyakarta, 17 Juli 2004

diselenggarakan atas kerja sama:



PT MEGA ANDALAN KALASAN
(Engineering & Manufacturing Company)

didukung oleh:
Prodi Teknik Mesin - Prodi Teknik Industri
Prodi Teknik Kimia - Prodi Teknik Elektro
Jurnal Teknoin

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL 2004

Viabie Manufacturing System 2004



Peran Teknologi Industri
dalam Pengembangan
“Advanced
Manufacturing
Technology”

Pasca Krisis

Yogyakarta, 17 Juli 2004

diselenggarakan atas kerja sama:



FAKULTAS TEKNOLOGI INDUSTRI
UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA



PT MEGA ANDALAN KALASAN
(Engineering & Manufacturing Company)

didukung oleh:

Prodi Teknik Mesin - Prodi Teknik Industri
Prodi Teknik Kimia - Prodi Teknik Elektro
Jurnal Teknoin

TENAGA KERJA KEPANITIAAN INDUSTRI MESIN

Penanggung Jawab :

Dekan Fakultas Teknologi Industri UII

Panitia Pengarah :

Pembantu Dekan I/II/III FTI UII

Ketua/Sekretaris Jurusan Teknik Kimia FTI UII

Ketua/Sekretaris Jurusan Teknik Industri FTI UII

Ketua/Sekretaris Jurusan Teknik Mesin FTI UII

Ketua/Sekretaris Jurusan Teknik Elektro FTI UII

Editor :

Asmanto Subagyo

Ali Parkhan

Agus Taufiq

Wahyudi Budi Pramono

Risdiyono

Ketua Panitia :

Agus Taufiq

Sekretaris :

Hartomo

Anggota :

Dwi Ana Ratna Wati

RM. Sisdarmanto Adinandra

M. Ridlwan

Tuasikal M. Amin

Suwati

Supardiman

M. Susilo Atmojo

Sarjudi

Dibantu oleh :

Wakil – Wakil Himpunan Mahasiswa TK – TI – TM – TE

FAKULTAS TEKNOLOGI INDUSTRI UII

DAFTAR ISI

- 277 – 284 **Dwi Ana Ratna Wati**
Aplikasi Jaringan Fuzzy Adaptif Berbasis Adaptive Resonance Theory (ART) pada Identifikasi Sistem Dinamis Tak Linier
- 285 – 292 **Hendra Setiawan**
Kendali Sudut Picu SCR dengan PWM untuk Pengendalian Kecepatan Motor DC Magnet Permanen
- 293 – 299 **Waluyo, Nasrun H.**
Perhitungan Economic Dispatch pada PLTD di PT ITP Tbk dengan Pendekatan Parabola Kuadrat Terkecil
- 301 – 308 **Erhaneli**
Penggunaan Filter Pasif pada Drive-Inverter untuk Minimisasi Distorsi Harmonik
- 309 – 316 **Hidayat, Imelda Ashar, Herwan Sastra**
Perancangan Sistem Kendali Pencahayaan Ruangan Berbasis Logika Fuzzy.
- 317 – 322 **Nasrun Hariyanto, Siti Saodah, Rully Satria**
Pengaturan Kecepatan Putar Motor DC dengan menggunakan Lab View pada PC Lab Card 812-PG
- 323 – 331 **Iswanjono, Th. Prima Ari S., Arifin Samudra**
Centralized Traffic Light Network Controller
- 333 – 336 **Erhaneli**
Perancangan Prototype Pembangkit Listrik Tenaga Mikrohidro Aplikasi Rumah Tangga
- 337 – 342 **Albert Gunadhi, R. Sumarno**
Perancangan dan Implementasi Sistem Pengontrol Peralatan Listrik Jarak Jauh dengan Menggunakan SMS

- 343 – 348 **Birowo, Kusno Suryadi**
Penggunaan Algoritma Genetika untuk Optimasi Penentuan Parameter Motor Induksi dengan Model D-Q
- 349 – 355 **Ismadi Isran**
Beberapa Alternatif Komunikasi Tanpa Kabel (Wireless) di Nusantara
- 357 – 363 **Pranowo, Tonny Yuniarto**
Simulasi Numeris Perambatan Gelombang Elastis untuk Deteksi Retak Dalam Logam dengan Metode Discontinuous Galerkin
- 365 – 372 **Moh. Khairudin**
Prototype Teknik Pengendalian Traffic Light Terpadu dan Adaptif pada Suatu Zona Wilayah Berbasis Mikrokontroler AT89C51
- 373 – 378 **Yusreni Warmi, Yuhendra**
Analisis Pengaruh Pelepasan Beban Terhadap Tegangan Lebih Transien (Studi Kasus SUTET 500 kV Bandung Selatan – Ungaran)
- 379 – 385 **Yusreni Warmi, Yuhendra**
Prototype Pembangkit Listrik Tenaga Angin
- 387 – 394 **Safreni C. Sari, Soemarto**
Controller Design To Avoid Slip in A Grasping System
- 395 – 402 **Sugiarto**
Kontroler Fuzzy PD+I Versus Kontroler Fuzzy P + ID Konvensional
- 403 – 407 **Th Sri Widodo**
Pengendalian Daya Pembangkit Gelombang Mikro 2,45 GHz untuk Hipertermia Medis
- 409 – 414 **Hendi Handian Rachmat, Ferrinsyah Zwie Husodo**
Aplikasi Transducer Ultrasonik dalam Alat Diagnosis Kedokteran Pneumotachograph

SIMULASI NUMERIS PERAMBATAN GELOMBANG ELASTIS UNTUK DETEKSI RETAK DALAM LOGAM DENGAN METODE DISCONTINUOUS GALERKIN

Pranowo, Tonny Yuniarto

Fakultas Teknologi Industri, Universitas Atma Jaya, Jogjakarta

E-mail : pran@mail.uajy.ac.id , tonny@mail.uajy.ac.id

Abstrak

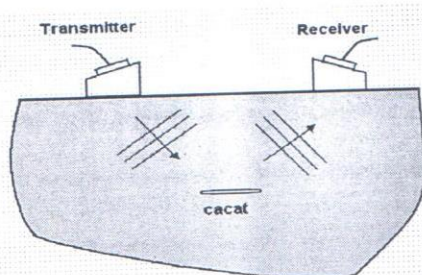
Penelitian ini membahas simulasi perambatan gelombang elastis 2 dimensi untuk deteksi cacat yang berupa retak dalam logam. Gelombang elastis akan memantul saat menabrak retak, fenomena ini dipelajari secara numeris dengan memecahkan persamaan model, yaitu persamaan elastodinamis. Persamaan model dimanipulasi menjadi formulasi stress-velocity yang berbentuk sistem persamaan differensial parsial hiperbolis berorde satu. Diskretisasi persamaan model menggunakan metode Discontinuous Galerkin (DG). Fungsi basis, yaitu: *trial* dan *test function*, yang digunakan adalah fungsi polinomial berorde nol. Persamaan aljabar yang terbentuk diselesaikan secara eksplisit menggunakan metode *leap frog*. Fenomena interaksi gelombang elastis dengan retak juga dapat dimodelkan dengan baik.

Kata kunci : retak, gelombang elastis, Discontinuous Galerkin

1. Pendahuluan

Pengendalian kualitas memegang peranan penting dalam dunia industri, terutama bidang *manufacture*. Perkembangan teknologi yang mendorong bidang *manufacture* untuk menghasilkan barang dalam jumlah banyak tetapi tetap berkualitas tinggi. Untuk memonitor pengendalian kualitas barang diperlukan inspeksi berkala. Inspeksi untuk barang berupa komponen mesin (*spare part*) dilakukan dengan 2 macam pengujian, yaitu: pengujian dengan merusak barang (uji kekerasan, uji patah-lelah, uji tarik dan tekan) dan pengujian tanpa merusak barang (*non destructive testing* atau NDT). Pengujian NDT terutama dilakukan untuk memeriksa keberadaan cacat (retak, rongga udara) dalam barang uji tanpa harus merusak barang, dengan demikian pengujian ini lebih disukai. Metode pengujian yang termasuk jenis NDT adalah: *eddy current testing*, *radiography*, *thermography*, *x-ray* dan *ultrasonic testing*. Untuk beberapa jenis *manufacture* yang menghasilkan komponen profil baja, billet dan pipa, metode *ultrasonic testing* banyak digunakan. Pada pengujian ini, gelombang mekanis (akustik atau elastik) berfrekuensi beberapa MHz digunakan untuk menguji barang (Leutnegger, 2002).

Penelitian tentang NDT dengan memakai gelombang ultrasonik (gelombang dengan frekuensi di atas jangkauan pendengaran manusia) di mulai pada abad ke-19 pada saat metode untuk membangkitkan gelombang elastis di dalam material mulai ditemukan (Halkjaer, 1999). Terobosan penting dalam bidang ini dilakukan oleh: Joule saat menemukan *magnetraction* tahun 1847 dan Curie bersaudara saat menemukan efek piezoelektris tahun 1880. Penemuan mekanisme elektrik-mekanis ini memainkan peranan penting dalam pengembangan *ultrasonic testing*. Dengan penemuan ini, pembangkitan gelombang elastis dengan *transducer* dapat dilakukan. Untuk pengujian ultrasonik, transmitter untuk pembangkit gelombang dan receiver untuk menangkap gelombang dipasang pada permukaan benda uji.



Gambar 1. Prinsip dasar pengujian ultrasonik

Dengan melihat sedemikian pentingnya pengujian ultrasonik, maka pengetahuan tentang perambatan gelombang elastis dan medium yang kompleks terus dikembangkan lebih mendalam. Penelitian tentang gelombang elastis ini dilakukan dengan cara eksperimen dan pemodelan numeris. Penelitian eksperimen memerlukan biaya yang besar dan peralatan yang rumit, sehingga pemodelan numeris banyak mendapat perhatian dari para peneliti. Meskipun demikian, penelitian eksperimen tetap diperlukan untuk validasi data.

Pemodelan gelombang elastis berdasarkan teori elastisitas untuk kasus dinamis, sehingga persamaan modelnya disebut persamaan elastodinamis (Timoshenko and Goodier, 1970). Persamaan ini mengandung turunan ruang dan waktu berorde dua. Jawaban analitis tidak ada untuk kebanyakan kasus, untuk itu ini penyelesaian numeris untuk persamaan ini terus dikembangkan. Brebbia dan Dominguez (1989) memperkenalkan metode Elemen Batas untuk menyelesaikan persamaan elastodinamis. Metode ini cocok untuk media yang homogen dan linear karena tidak perlu diskritisasi ruang untuk sebelah dalam domain. Untuk kasus nonlinear dan media tidak homogen, metode ini mengalami kesulitan. Untuk menghindari diskritisasi turunan berorde 2, Virieux (1986) mempelopori penggunaan metode beda hingga dengan *staggered grid* untuk menyelesaikan persamaan elastodinamis. Persamaan elastodinamis dimanipulasi menjadi formulasi *stress-velocity* yang berbentuk sistem persamaan differensial parsial berorde satu. Dengan hanya mengandung turunan berorde satu, media yang tidak homogen mudah diatasi. Metode ini sebenarnya diadaptasi dari metode *finite-difference time-domain* (FDTD) yang biasa dipakai untuk menyelesaikan permasalahan elektromagnetik. Kelemahan dari metode ini adalah akurasi hanya berorde 2 dan galat dispersi cukup besar. Schroeder And Scott (2000) menggunakan metode FDTD yang dikembangkan Virieux untuk meneliti interaksi gelombang elastis dengan ranjau darat yang tertanam di dalam tanah. Leutenegger menggunakan metode FDTD orde 4 untuk deteksi cacat pada pipa (2002). Kelompok Peneliti dari INRIA Perancis (Becache dkk, 1999) giat melakukan penelitian untuk mengembangkan metode Virieux ini untuk akurasi berorde tinggi, selain itu juga mengembangkan metode elemen hingga dengan *staggered grid*.

Paper ini membahas penyelesaian persamaan elastodinamis dalam bentuk formulasi *stress-velocity* dengan metode Discontinuous Galerkin (DG), fungsi konstan dipakai sebagai fungsi basis. Sebenarnya metode DG adalah metode elemen hingga dengan fungsi basis yang diskontinyu. Pada awalnya metode discontinuous galerkin dikembangkan untuk menyelesaikan pemodelan neutron transport, tetapi kemudian berkembang untuk penyelesaian masalah lainnya. Cockburn dkk (2000) secara intensif mengembangkan metode DG untuk menyelesaikan persamaan yang mempunyai suku konveksi dominan. Warburton (2003) mengembangkan software USEME (*unstructured spectral element method*) untuk persamaan Maxwell (2003).

2. Persamaan Model

Persamaan elastodinamis yang memodelkan perambatan gelombang elastis 2 dimensi adalah seperti berikut (Virieux, 1986):

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial t} - (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_x}{\partial x} - \lambda \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial t} - (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_y}{\partial y} - \lambda \frac{\partial v_x}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} - \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) = 0 \quad (5)$$

Lambang-lambang di atas menyatakan:

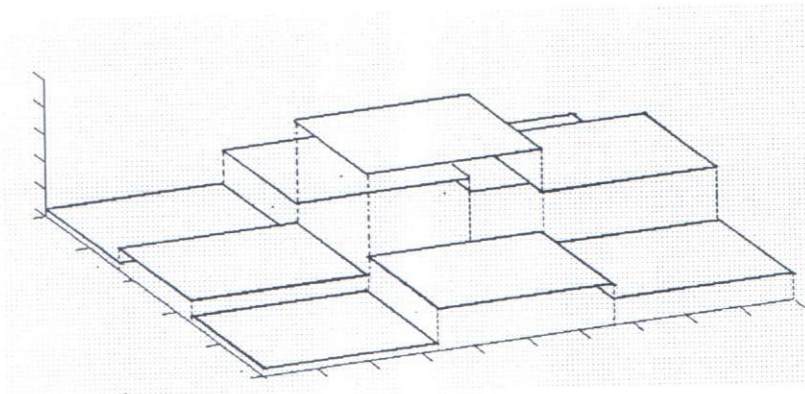
(v_x, v_y) : vektor kecepatan

- $(\tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{yy})$: tensor stress
- ρ : massa jenis
- (λ, μ) : koefisien Lamé
- (v_x, v_y) : vektor kecepatan

Gelombang yang terjadi dalam media padat pada dasarnya digolongkan 2 macam, yaitu: Gelombang tekanan (*pressure wave*) dan gelombang geser (*shear wave*). Gelombang tekanan mempunyai arah yang searah dengan arah rambatannya (longitudinal), sedangkan gelombang geser mempunyai arah tegak lurus terhadap arah perambatan (transversal). Dalam media 2 dimensi kedua jenis gelombang ini ada, gelombang lainnya (*Rayleigh wave, head wave*) merupakan varian dari kedua jenis gelombang ini.

3. Diskretisasi Persamaan

Metode Discontinuous Galerkin (DG) digunakan untuk menyelesaikan persamaan elastodinamik, yaitu persamaan (1) - (5). Metode ini menggunakan integrasi Galerkin sehingga variabel-variabelnya perlu diekspansi dan diberi bobot menggunakan fungsi basis. Vektor kecepatan dan *tensor stress* diekspansikan (*trial function*) dan diintegrasikan dengan fungsi bobot (*test function*) dengan fungsi yang sama, yaitu: fungsi bernilai konstan (orde nol).



Gambar 2. Elemen dengan fungsi basis konstan

Dengan menggunakan fungsi basis di atas, maka persamaan (1) menjadi:

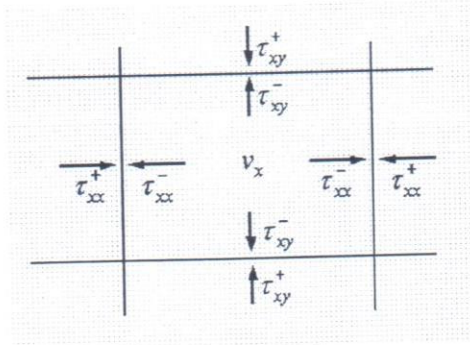
$$\begin{aligned} \frac{\partial v_x}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) &= 0 \\ \int_{\Omega} [h]^T \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) \right) dx dy &= 0 \\ \int_{\Omega} [h]^T [h] \frac{\partial [v_x]}{\partial t} dx dy - \frac{1}{\rho} \int_{\partial \Omega} [h]^T \left((\hat{\tau}_{xx}^- - \tau_{xx}^-) n_x + (\hat{\tau}_{xy}^- - \tau_{xy}^-) n_y \right) dS &- \\ \int_{\Omega} [h] \frac{\partial [h]}{\partial x} [\tau_{xx}] dx dy - \int_{\Omega} [h] \frac{\partial [h]}{\partial y} [\tau_{xy}] dx dy &= 0 \end{aligned} \tag{6}$$

$\mathbf{n} = n_x \bar{i} + n_y \bar{j}$: vektor normal satuan
 h : fungsi basis
 Ω : luas elemen

Turunan fungsi konstan adalah nol dan jika fluks yang dipakai adalah fluks central difference ($\hat{\tau}_{xx}^- = \tau_{xx}^+$ & $\hat{\tau}_{xy}^- = \tau_{xy}^+$) maka persamaan di atas menjadi :

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} - \frac{1}{\rho \Omega} \oint ((\tau_{xx}^+ - \tau_{xx}^-)dy - (\tau_{xy}^+ - \tau_{xy}^-)dx) = 0$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} - \frac{1}{\rho \Omega} \sum_{i=1}^4 (((\tau_{xx}^+ - \tau_{xx}^-)\Delta y - (\tau_{xy}^+ - \tau_{xy}^-)\Delta x)) = 0 \quad (7)$$



Gambar 3. Fluks

Dengan cara yang sama, persamaan (2) – (5) dibuat dalam bentuk diskret menjadi:

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} - \frac{1}{\rho \Omega} \sum_{i=1}^4 (((\tau_{xy}^+ - \tau_{xy}^-)\Delta y - (\tau_{yy}^+ - \tau_{yy}^-)\Delta x)) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial t} - \frac{1}{\rho \Omega} \sum_{i=1}^4 (((\lambda + 2\mu)(v_x^+ - v_x^-)\Delta y - \lambda(v_y^+ - v_y^-)\Delta x)) = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial t} - \frac{1}{\rho \Omega} \sum_{i=1}^4 (((\lambda(v_x^+ - v_x^-)\Delta y - (\lambda + 2\mu)(v_y^+ - v_y^-)\Delta x)) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} - \frac{\mu}{\Omega} \sum_{i=1}^4 (((v_y^+ - v_y^-)\Delta y - (v_x^+ - v_x^-)\Delta x)) = 0 \quad (11)$$

4. Hasil Perhitungan Pembahasan

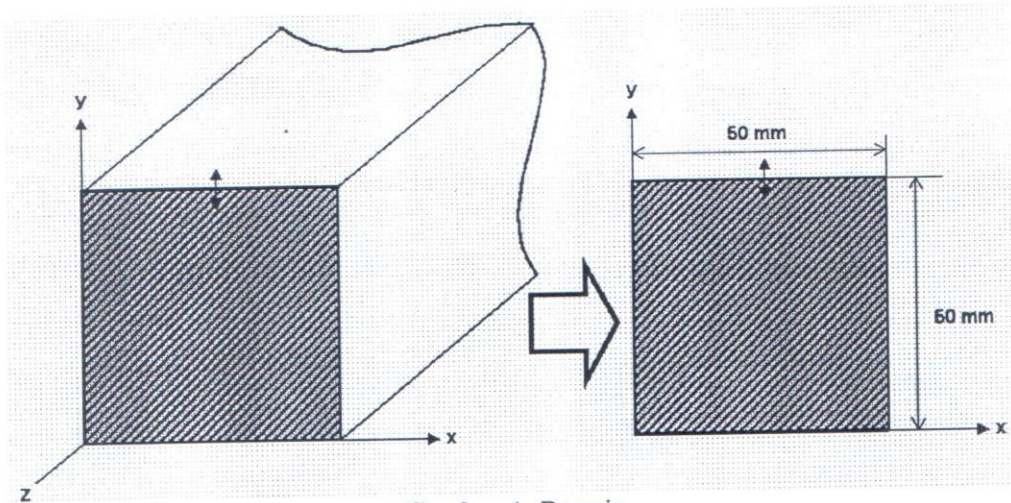
Media pada yang digunakan dalam perhitungan adalah baja ferit isotropis dengan properti seperti berikut (Halkjaer, 1999) :

$$\begin{aligned} \mu &= 0,809 \cdot 10^{11} & \text{N/m}^2 \\ \lambda &= 1,132 \cdot 10^{11} & \text{N/m}^2 \\ \rho &= 7,9 \cdot 10^3 & \text{kg/m}^3 \end{aligned}$$

Dengan demikian kecepatan perambatan P -wave = 5900 m/s dan S -wave = 3200 m/s. Domain yang digunakan berbentuk kotak dengan ukuran 50 x 50 mm². Sumber getaran dengan frekuensi : 2×10^6 Hz dipasang pada bagian tengah atas domain.

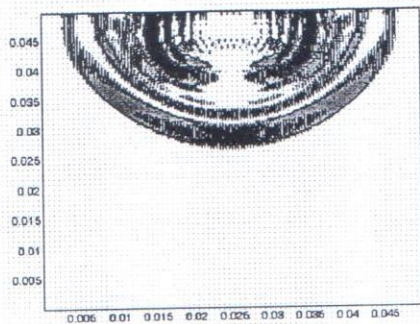
$$\sigma_{yy} = \begin{cases} \sin(2\pi ft) , & 0 < t \leq \frac{1}{2f} \\ 0 , & \text{else} \end{cases} \quad (12)$$

Lebar langkah waktu $\Delta t = 10^{-8}$ detik dan jumlah elemen adalah 250×250 . Syarat batas kondisi permukaan bebas tegangan pada semua sisi domain digunakan untuk memudahkan perhitungan.

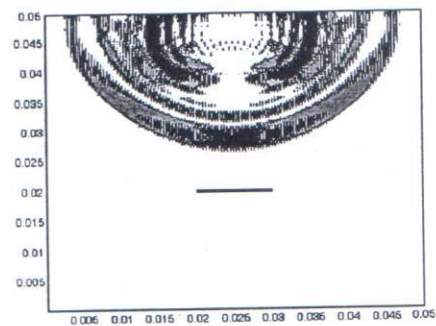


Gambar 4. Domain

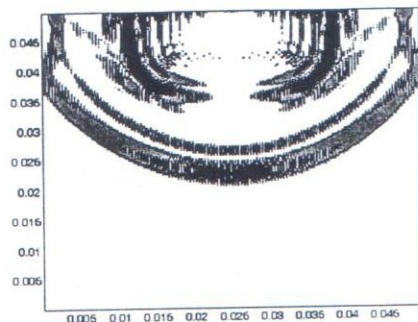
Perhitungan dilakukan untuk domain tanpa retak dan dengan retakan. Panjang retak adalah 0.01 m dan berada pada ketinggian $y = 0.02$. Pada retak diberikan syarat batas permukaan bebas tegangan. Hasil perhitungannya adalah seperti berikut:



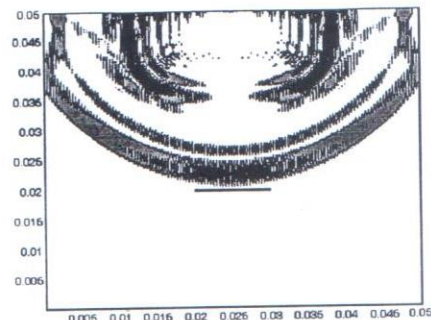
Gambar 5a. Kecepatan mutlak saat $t=1 \mu s$ tanpa retak



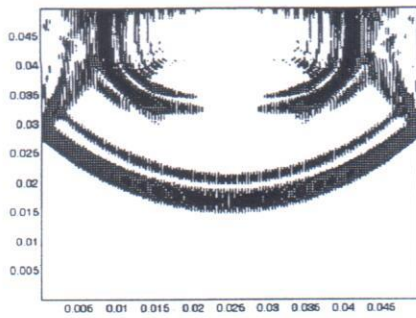
Gambar 6a. Kecepatan mutlak saat $t=1 \mu s$ dengan retak



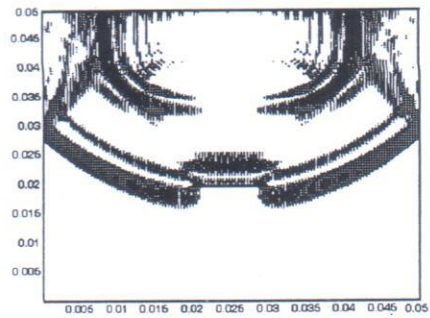
Gambar 5b. Kecepatan mutlak saat $t=1.25 \mu s$ tanpa retak



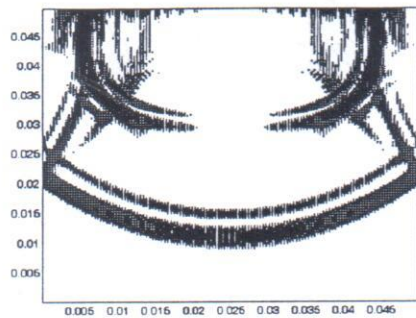
Gambar 6b. Kecepatan mutlak saat $t=1.25 \mu s$ dengan retak



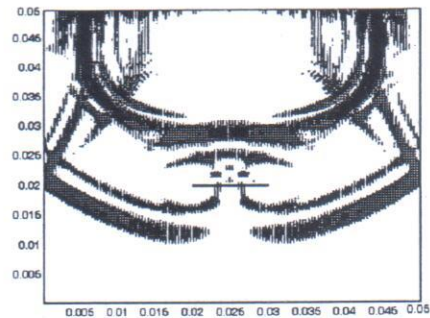
Gambar 5c. Kecepatan mutlak saat $t=1.5 \mu s$ tanpa retak



Gambar 6c. Kecepatan mutlak saat $t=1.5 \mu s$ dengan retak



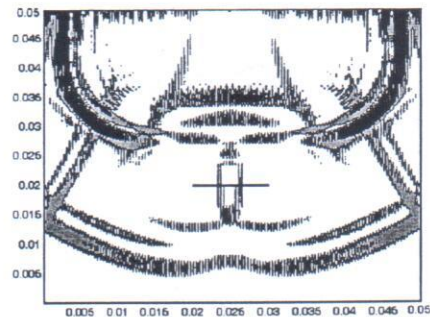
Gambar 5d. Kecepatan mutlak saat $t=1.75 \mu s$ tanpa retak



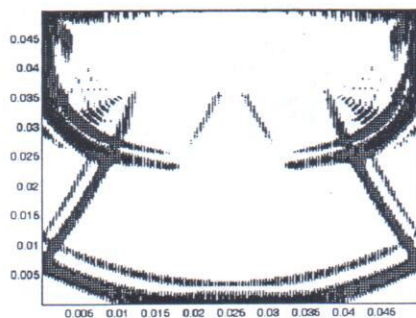
Gambar 6d. Kecepatan mutlak saat $t=1.75 \mu s$ dengan retak



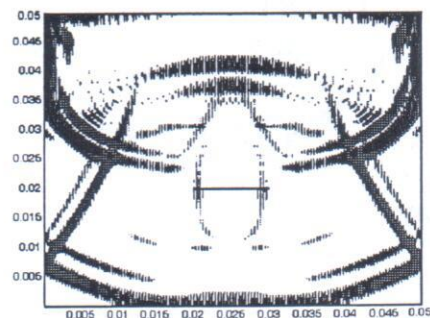
Gambar 5e. Kecepatan mutlak saat $t=2 \mu s$ tanpa retak



Gambar 6e. Kecepatan mutlak saat $t=2 \mu s$ dengan retak



Gambar 5f. Kecepatan mutlak saat $t=2.25 \mu s$ tanpa retak



Gambar 6f. Kecepatan mutlak saat $t=2.25 \mu s$ dengan retak

Di dalam domain ada 2 macam perambatan gelombang, yaitu *P-wave* dan *S-wave*. *P-wave* mempunyai kecepatan yang lebih tinggi di banding *S-wave*. Pada gambar di atas, front gelombang *P-wave* adalah lingkaran luar sedangkan front *S-wave* adalah lingkaran sebelah dalam (gambar 5a). Kecepatan rambat *P* dan *S-wave* adalah :

$$c_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad \& \quad c_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (13)$$

Gambar (5a) – (5f) menunjukkan interpolasi logaritma kecepatan mutlak = $\log_{10}(\sqrt{u^2 + v^2})$ untuk perambatan gelombang elastis tanpa adanya retak. Dari gambar-gambar tersebut perambatan gelombang elastik terlihat jelas. Pada mulanya front gelombang yang terbentuk menyerupai setengah lingkaran kecil yang kemudian menyebar ke semua domain. *P-wave* merambat lebih dahulu kemudian di susul *S-wave*. *P* dan *S-wave* jika mencapai permukaan bebas akan dipantulkan menjadi *P* dan *S-wave* baru

Gambar (6a) – (gambar 6f) menunjukkan perambatan gelombang elastis yang berinteraksi dengan retak. Gambar 6b menunjukkan saat *P-wave* baru sakan mencapai retak, sedangkan gambar (6c) menunjukkan saat *P-wave* baru saja menabrak retak dari atas. Karena retak adalah permukaan bebas, maka *P-wave* akan dipantulkan oleh retak kembali ke atas dalam bentuk *P* dan *S-wave* baru. Dalam NDT gelombang pantulan inilah yang akan diterima receiver untuk mengetahui adanya retak dalam domain.

5. Kesimpulan dan Saran

Kesimpulan yang dapat ditarik pada paper ini adalah:

- a. Deteksi retak dalam logam dapat dimodelkan dengan baik, meskipun fungsi basis yang digunakan berorde nol.
- b. Fenomena perambatan gelombang elastis dapat dipelajari lebih rinci dengan pemodelan numeris, sehingga desain alat uji NDT dapat ditingkatkan akurasi

Penelitian ini masih bersifat awal sehingga masih memerlukan pengembangan lebih lanjut. Penggunaan fungsi basis berorde tinggi disarankan untuk memperoleh hasil yang akurat, sedangkan penggunaan elemen berbentuk segitiga disarankan agar permasalahan dengan domain yang kompleks dapat dipecahkan.

Pustaka

- [1] Bechace, Eliane, Tsogka, C. and Joly. P., *A New Family of Mixed Finite Elements for the Linear Elastodynamic Equations*, INRIA Research Report, June 1999.
- [2] Brebbia, C. A. and Dominguez, J., *Boundary Elements - An Introductory Course*, Wessex Institute of Technology Press, 1989.
- [3] Cockburn, Bernardo, Karniadakis, George and Shu, Chi Wang, editors. *Discontinuous Galerkin Methods Theory, Computation and Applications*, volume 11 of Lecture Notes in Computational Science and Engineering, Berlin, Springer Verlag, 2000.
- [4] Halkjaer, Soren, *Elastic Wave Propagation in Anisotropic Inhomogeneous Materials*, Ph.D. Thesis, Technical University of Denmark, 1999.
- [5] Leutunegger, Tobias F., *Detection of Defects in Cylindrical Structure Using a Time Reverse Numerical Simulation Method*, Dissertation, Swiss Federal Institute of Technology Zurich, 2002.
- [6] Schroeder, C.T. and Scott, W.R., Jr., *Three-Dimensional Finite-Difference Time-Domain Model for Interaction of Elastic Waves with Buried Land Mines*, Proceedings of the SPIE: Annual International Symposium on Aerospace/Defense Sensing, Simulation and Controls, Orlando, FL, Vol 4038 April 2000.
- [7] Timosheno, S. P. and Goodier, J. N., *Theory of Elasticity*, 3rd Edition, McGraw-Hill, New York, 1970.
- [8] Virieux, Jean, *P-SV Wave Propagation in Heterogeneous Media: Velocity-Stress Finite-Difference Method*, International Journal of Geophysics, April, Vol. 51, pp:610-638, 1986.
- [9] Warburton, Tim, *Numerical Partial Differential Equations*, MA557/MA578/CS557 Lecture Note, University of New Mexico, 2003.