



**Jurusan Teknik Mesin dan Industri
Fakultas Teknik Universitas Gadjah Mada**



Sertifikat

Penghargaan ini diberikan kepada

Pranowo, S.T., M.T.

atas partisipasinya sebagai

Pemakalah

**SEMINAR NASIONAL THERMOFLUID 2010
di Gedung KPTU Fakultas Teknik Universitas Gadjah Mada
pada hari Kamis, 5 Agustus 2010**



Dr. Ir. Suhanan, DEA.
Ketua Jurusan Teknik Mesin dan Industri



thermofluid
seminar nasional 2010

Dr. Khasani, S.T., M.Eng.
Ketua Pelaksana



PROCEEDING

SEMINAR NASIONAL

THERMOFLUID 2010

JOINT OPERATING BODY
PERTAMINA - PETROCHINA EAST JAVA



MEDCOENERGI
Oil & Gas



ISBN 978 - 602 - 97567 - 6 - 0

**PROCEEDING
SEMINAR NASIONAL THERMOFLUID 2010**

**5 Agustus 2010
Yogyakarta, Indonesia**

Diedit oleh :

**Frandy Hutomo Ardy
Nosal Nugroho Pratama
Riandro Pramudyo
Hadiyan Yusuf Kuntoro
Artanti Dewi Utami
Niswatul Fadhila
Jannati Adnin T.
Akmal Irfan Majid**

**DISELENGGARAKAN OLEH :
JURUSAN TEKNIK MESIN DAN INDUSTRI
FAKULTAS TEKNIK UNIVERSITAS GADJAH MADA**

SEMINAR NASIONAL THERMOFLUID

2010

SUSUNAN PANITIA

- Penanggung Jawab : Ir. Tumiran , M.Eng .,Ph.D
(*Dekan Fakultas Teknik UGM*)
Dr. Ir. Suhanan ,DEA
(*Ketua Jurusan Teknik Mesin dan Industri, Fakultas Teknik UGM*)
- Panitia Pengarah : Ir. Purnomo, MSME .,Ph.D.
(*Kepala Laboratorium Konversi Energi UGM*)
Prof. Dr.Ir.Indarto, DEA
(*Kepala Laboratorium Fluida UGM*)
Dr. Ir. Samsul Kamal, MSME
(*Kepala Laboratorium Perpindahan Kalor dan Massa UGM*)
- Reviewer : Prof. Dr.Ir.Indarto, DEA (UGM)
Prof. Ir. I Made Bendiyasa, M.Sc., Ph.D. (UGM)
Prof. Dr. Ir. Triyogi Yuwono, DEA. (ITS)
Dr. Ir. H. Djatmiko Ichsani, M. Eng (ITS)
Prof. Dr. Ir. Bambang Suryawan, MT. (UI)
Dr. Ir. Anhar Riza Antariksawan (BATAN)
- Ketua : Dr. Khasani, ST., M.Eng
Sekretaris : Fauzun,S.T., M.T.Ph.D.
Bendahara : Dr.Eng. Jayan Sentanuhady S.T., M.Eng
Koord. Pelaksana : M.Wisda Nugroho
Wakil Pelaksana : Akmal Irfan Majid
Sekretaris Pelaksana : Marcellia Crenata
Bendahara Pelaksana : Milado Arafunda
Kesekretariatan : Frandy Hutomo Ardy
Nosai Nugroho Pratama
Riandro Pramudyo
Niswatul Fadhila
Jannati Adnin T.
Artanti Dewi Utami
Khollis Febryan, S.T.
Tri Santoso, S.Pd.T.
Iswanto, S.T.
Fajar Muhammad Gustav
- Publikasi : Fidiyarto
Krisdiyanto
Akbar Suryo Sadarpo
Shakti Nuryadin
M.Ridwan Aditya
Hadiyan Yusuf Kuntoro
Wardika, S.Pd.

Dekorasi-dokumentasi : Ragil Anindita
 Achmad Hafidh AQM

Dana Usaha : Budi Sulistiyo Nugroho
 Anindityo Patmono Aji
 Alfian Fisa
 Guntur Purnama
 Gilang Abimantrana

Perlengkapan : Sidiq Auda
 Rio Satrio Hutomo
 M.Khoif Billah
 Fuad Abdillah
 Bagas Estu W.

Acara : Franky Sabdha Kusuma
 Tri Imam Prastiyo
 Damar Satrio Guntoro
 Rizqi Fitri N.

Konsumsi : Wahyu Wijayanto
 Fransiska Dwi L.

DAFTAR ISI

Halaman Judul	i
Panitia	ii
Kata Pengantar	iv
Daftar Isi	v
A. <i>Keynote Speech</i>	
BIOTRANSPORT IN FREEZING OF CELLS	3
Hiroshi Takamatsu	
B. <i>Thermodynamics</i>	
1. PENGARUH PERINGKAT BATUBARA (COAL RANK) TERHADAP KEMAMPUAN ABSORPSI CO₂.	11
Barlin	
2. OPTIMALISASI PIPA KAPILER MESIN PENDINGIN AUUTOCASCADE PADA VARIASI KOMPOSISI CAMPURAN REFRIGERAN.	15
Ardi Yuliono, Darwin Rio Budi Syaka, Nasrudin.	
3. ANALISIS EFISIENSI BOILER DAN TURBIBN SEBELUM DAN SESUDAH REHABILITASI PADA PLTU UNIT 5 MUARA KARANG.	19
Eric Jobilliong, Nicky Tanjung, Anthony Riman.	
4. REDUCE HYDROCARBON LOSSES BY MINIMIZING SWEEP GAS IN PT. BADAQ NGL.	25
Ertanto Vetra.	
5. STUDI EKSPERIIMENTAL SISTEM (MESIN) REFRIGIRASI SIKLUS JOULE-THOMPSON MENGGUNAKAN REFRIIGERAN CAMPURAN.	32
Ade Suryatman Margana, Suhanan.	
6. UTILIZATION OF EXHAUST GAS TURBINE FOR HEAT WASTE RECOVERY SYSTEM TO SOLVE WAX DEPOSITION AT KODECO ENERGY Co.Ltd	37
Didik Muhadi, Muhammad Arifin.	
7. OPTIMALISASI POLA DISTRIBUSI BAHAN BAKAR GAS DI PLTG/U MUARA KARANG.	40
Eric jobilliiong, Yulius haryadi, Anthony Riman, Agustina Christiiiani.	
8. EFFECTIVE UTILIZATION OF HEAVY OIL ASH PRODUCED FROM POWERPLANT.	45
Katsuyasu Sugawara.	
9. ANALISIS ASPEK TERMOHIDROLIK REAKTOR KARTINI PADA BERBAGAI KONDISI OPERASI DAN TRANSIEN DENGAN MENGGUNAKAN RELAPS/SCDAPSIM MOD 3.4.	47
Dwi Cahyadi.	

- C. *Multi phase Flows*
10. POLA ALIRAN DANN PRESSURE DROP PADA ALIRAN DUA FASE (AIR-UDARA) MELEWATI ELBOW 60⁰ DARI PIPA VERTIKAL MENUJU PIPA DENGAN SUDUT KEMIRINGAN 30⁰ . 56
Agus Dwi Korawan, Triyogi Yuwono.
 11. POLA ALIRAN DAN PRESSURE DROP PADA ALIRAN DUA FASE (AIR-UDARA) MELEWATI ELBOW 75⁰ DARI PIPA VERTIKAL MENUJU PIPA DENGAN SUDUT KEMIRINGAN 15⁰ 63
I Kadek Ervan Hadi Wiryanta, Triyogi Yuwono
 12. FLOW PATTERN ALIRAN DUA FASE (AIR - UDARA) MELEWATI ELBOW 30⁰ DARI PIPA VERTIKAL MENUJU PIPA DENGAN SUDUT KEMIRINGAN 60⁰ 70
Gede Widayana, Triyogi Yuwono
 13. PEMODELAN NUMERIK WATER HAMMER UNTUK ALIRAN 2 FASE DENGAN METODE DISCONTINUOUS GALERKIN 75
A. Gatot Bintoro, Pranowo
 14. HUBUNGAN KECEPATAN SUPERFICIAL KEROSENE-AIR TERHADAP PETA POLA ALIRAN PADA PIPA T-JUNCTION DENGAN BAHAN PLEKSI GLASS 80
Kms. Ridhuan, Indarto, Khasani, Dewi Purpitasari
 15. PENGARUH PENGARAH ALIRAN KE SIDE ARM T-JUNCTION DENGAN SUDUT 60⁰ PADA SALURAN MIRING TERHADAP KARAKTERISTIK PEMISAHAN KEROSENE-AIR 87
Karminto, Samsul Kamal, Indarto
 16. PENGARUH FRAKSI HAMPA TERHADAP KARAKTERISTIK ALIRAN DUA FASE PADA PEMBESARAN MENDADAK HORIZONTAL 92
Mustakim, Ferry Aditya Nurhidayat, Gunarto, Indarto, Purnomo
 17. KARAKTERISTIK ALIRAN DUA FASE UDARA - AIR SEARAH VERTIKAL KE ATAS PADA PIPA DI PEMBESARAN MENDADAK (SUDDEN EXPANSION PIPE) 96
Gunarto, Mustakim, Ferry Aditya Nurhidayat, Indarto, Purnomo
 18. KAJIAN KOMPUTASI PENGARUH GEOMETRI MUKA TERHADAP MEDAN ALIRAN HILIR DARI REVERSED AHMED BODY 102
Harinaldi, Budiarmo, Rustan Tarakka
- D. *Combustion Engineering*
19. REVIEW REDUKSI TAR PADA PROSES GASIFIKASI BIOMASS DENGAN METODA RESIRKULASI GAS PIROLISA KE DAERAH PEMBAKARAN DAN GAS KELUAR REAKTOR DARI DAERAH REDUKSI. 108
Adi Surjosatyo, Yulianto Sulistyono Nugroho, Fajri Vidian
 20. MEKANISME REINISASI PERAMBATAN GELOMBANG DETONASI DI BELAKANG CELAH SEMPIT. 116
Jayan Sentanuhady, Tri Santoso.
 21. KARAKTERISTIK PEMBAKARAN BRIKET BIOARANG DARI SEKAM PADI DAN LIMBAH KAYU JATI. 123

PEMODELAN NUMERIK WATER HAMMER UNTUK ALIRAN 2 FASE DENGAN METODE DISCONTINUOUS GALERKIN

A. Gatot Bintoro¹, Pranowo²

¹ Lecturer of Industrial Engineering Atma Jaya Yogyakarta University, Indonesia
(Email: abintoro@mail.uajy.ac.id)

² Senior Lecturer of Informatics Engineering, Atma Jaya Yogyakarta University, Indonesia.

Abstrak

Paper ini membahas usulan metode numerik Discontinuous Galerkin untuk penyelesaian model peristiwa *water hammer* 2 fase. Model matematika yang digunakan meliputi aliran dalam pipa 1-dimensi dengan 2 fase fluida, yaitu: cair dan gas, fraksi gas relatif sangat kecil dibanding fraksi cairan. Diskretisasi persamaan model menggunakan metode Discontinuous Galerkin (DG). Fungsi basis, yaitu: *trial* dan *test function*, yang digunakan adalah fungsi polinomial Jacobi. Fungsi basis pada setiap elemen tidak kontinu, tetapi konservasi fluks antar elemen tetap terjaga seimbang. Persamaan aljabar yang terbentuk diselesaikan secara eksplisit menggunakan metode Runge Kutta orde-4. Hasil perhitungan dibandingkan dengan hasil perhitungan metode Finite Volume dan metode karakteristik, hasilnya menunjukkan kesesuaian yang bagus. Dengan demikian metode Discontinuous Galerkin dapat dengan baik dipakai untuk simulasi peristiwa *water hammer*.

Kata kunci: Runge-Kutta, Discontinuous Galerkin, water hammer.

1. PENDAHULUAN

Kerusakan yang terjadi pada sistem perpipaan terutama disebabkan oleh perubahan tekanan yang tajam dalam waktu singkat akibat penutupan dan pembukaan katup. Fenomena ini disebut efek palu air (*water hammer*) dan kalau sering terjadi maka pipa dapat retak dan pecah. Oleh sebab itu fenomena ini perlu dipelajari lebih rinci, sehingga perubahan tekanan maksimum dan minimum dapat dapat diketahui dan efek kerusakan dapat dikurangi.

Salah satu cara untuk mempelajari fenomena *water hammer* adalah dengan pemodelan matematika. Model matematika ini kemudian dapat dicari jawabannya secara analitik maupun numerik. Jawaban analitik untuk aplikasi yang kompleks sukar dicari, sehingga metode numerik dipakai untuk mengatasi kesukaran tersebut. Pada umumnya model matematika yang dipakai adalah model untuk aliran fluida dengan fase tunggal (cairan) (Zaruba, 1993; Acuna, 2005), tetapi dengan adanya fraksi gas yang terjebak dalam aliran maka diperlukan model yang mampu memasukkan pengaruh fraksi gas tersebut.

Persamaan model untuk pemodelan palu air dengan fluida 2 fase terdiri dari berbagai macam jenis persamaan (Legius, 1997), seperti: *two fluid model*, *drift flux model*, *single equivalent approximation model* dan lain-lain. Legius membuat pemetaan rinci tentang pemakaian berbagai macam persamaan tersebut serta syarat-syarat penggunaannya (Legius). Persamaan *two fluid model* dan *drift flux model* melibatkan persamaan kekekalan massa, momentum dan energi untuk setiap fase sehingga jumlah persamaannya lebih dari 2 macam. Kedua persamaan tersebut dapat berlaku untuk aliran 2 fase dengan fraksi hampa (*void fraction*) yang relatif tinggi seperti

aliran *bubbly* dan *slug*. Sedangkan persamaan *single equivalent approximation model* hanya melibatkan 2 jenis persamaan, yaitu: kekekalan massa dan momentum serta hanya berlaku untuk aliran dengan fraksi gas sangat rendah ($\ll 1$).

Guinot (2001) dan Leon (2007, 2008) menggunakan persamaan *single equivalent approximation model* untuk memodelkan fenomena palu air 2 fase dalam pipa. Metode numerik yang dipakai adalah diskretisasi volume hingga dengan perhitungan fluks Godunov. Perbandingan dengan metode numerik lainnya dan dengan data eksperimen menunjukkan kesesuaian yang baik. Metode volume hingga dengan orde akurasi lebih dari dua mengalami kesulitan untuk dikembangkan. Oleh karena itu, metode dengan akurasi yang lebih tinggi perlu dikembangkan.

Paper ini membahas usulan metode numerik Discontinuous Galerkin untuk penyelesaian model peristiwa *water hammer* 2 fase, yaitu persamaan: *single equivalent approximation model* dengan integrasi waktu metode Runge-Kutta eksplisit orde-4.

2. PERSAMAAN MODEL

Persamaan model yang mendeskripsikan aliran fluida 2 fase dalam saluran tertutup dapat disederhanakan jika fraksi gas dalam aliran tersebut rendah. Gerakan relatif antara cairan dan gas dapat diabaikan (gas dan cairan mempunyai kecepatan sama), dengan demikian cairan dan gas dapat diperlakukan sebagai fluida 1 fase dengan properti rata-rata (*single equivalent fluid*). Persamaan model itu kemudian

disebut *single equivalent approximation* model dan ditulis seperti berikut:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{S} \tag{1}$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \end{bmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \end{bmatrix} \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ (S_0 - S_f) \rho g \end{bmatrix}$$

ρ adalah densitas, u adalah kecepatan fluida, p adalah tekanan, g adalah percepatan gravitasi, f adalah faktor gesek Darcy-Weisbach, d adalah diameter saluran pipa, S_0 adalah kemiringan saluran dan S_f adalah kemiringan garis energi.

Persamaan di atas berlaku untuk penampang pipa konstan. Penyelesaian persamaan di atas memerlukan relasi antara variabel tekanan p dan densitas ρ , untuk itu diperkenalkan variabel kecepatan gelombang tekanan seperti berikut:

$$a_m = \frac{a}{\sqrt{1 + \psi_{ref} \rho_{ref} a^2 \frac{p^{\frac{1}{\beta}}}{p^{\frac{1+\beta}{\beta}}}}} \tag{2}$$

$$\rho = \rho_{ref} + \frac{1}{a^2} (p - p_{ref} + \left(\frac{1}{p_{ref}^{\frac{1}{\beta}} - p^{\frac{1}{\beta}}} \right) \beta \psi_{ref} \rho_{ref} a^2 p_{ref}^{\frac{1}{\beta}})$$

- a_m : kecepatan campuran cairan dan gas
- a : kecepatan campuran cairan
- β : konstanta proses
- p_{ref} : tekanan referensi (101325 Pa)
- ρ_{ref} : densitas referensi (1000 kg/m²)

$$p = p_{ref} + a^2 [\rho - \rho_{ref}] \tag{3}$$

3. DISKRETISASI

Persamaan adveksi linear dipakai sebagai wakil Persamaan (1) untuk penjelasan diskretisasi dengan metode Discontinuous Galerkin 1- dimensi, :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f(u)}{\partial x} = 0, \quad x \in [L, R] = \Omega \tag{4}$$

$$u(x, 0) = u_0(x)$$

Variabel $f(u) = au$ adalah fluks linier dengan a adalah suatu konstanta. Domain Ω yang berupa ruas garis dibagi menjadi sejumlah K elemen yang tidak tumpang-tindih (overlap), $x \in [x_i^k, x_{i+1}^k] = D^k$, seperti pada Gambar 1. Variabel u diekspansikan dengan polinomial Legendre orde $N = N_p - 1$ pada setiap elemen D^k menjadi $u_h^k(x, t)$ dan N_p adalah jumlah nodal pada setiap elemen.

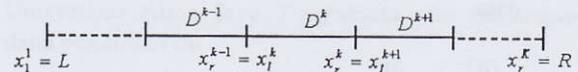
$$u_h^k(x, t) = \sum_{n=1}^{N_p} \hat{u}_n^k(x, t) \psi_n(x) \tag{5}$$

$$= \sum_{i=1}^{N_p} u_i^k(x, t) \psi_i^k(x), \quad x \in D^k$$

Dengan menghilangkan superskrip k persamaan (5) dapat ditulis menjadi:

$$u_h^k = \mathbf{\Psi}^T \hat{\mathbf{u}} = \mathbf{\Gamma}^T \mathbf{u} \tag{6}$$

\hat{u}_n^k adalah aproksimasi ekspansi modal dan u_i^k aproksimasi ekspansi nodal untuk u pada elemen D^k , $\psi_n(x)$ adalah basis polinomial Legendre dan



Gambar 1. Domain 1-dimensi

Solusi global $u(x, t)$ didekati secara numeris penjumlahan seluruh solusi lokal :

$$u(x, t) \approx u_h(x, t) = \bigoplus_{k=1}^K u_h^k(x, t) \tag{7}$$

Pendekatan numeris persamaan (4) dilakukan dengan menggunakan metode Discontinuous Galerkin (Hesthaven, J. S. and Warburton, T., 2008) untuk setiap elemen, untuk hal tersebut maka persamaan (4) dikalikan dengan fungsi bobot kemudian diintegrasikan secara parsial. Fungsi bobot dipilih sama dengan *trial function*. Hasil integrasi parsial sebanyak 2 kali adalah:

$$\left(l_n, \frac{\partial u_h^k}{\partial t} \right)_{D^k} + \left(l_n, a \frac{\partial u_h^k}{\partial x} \right)_{D^k} = \left(l_n, n \cdot (au_h^k - au^*) \right)_{\partial D^k} \quad (8)$$

(.,.) merupakan operator perkalian dalam, sebagai contoh: $(u, v)_{\Omega} = \int uv d\Omega$ dan \mathbf{n} adalah vektor normal terhadap batas elemen (bernilai - (minus) pada batas elemen sebelah kiri dan + (plus) pada batas elemen sebelah kanan. Suku kanan persamaan (8) adalah suku fluks. Perhitungan suku fluks mengadopsi perhitungan fluks pada metode Finite Volume yang telah berkembang dengan baik. Pada paper ini, fluks yang digunakan adalah fluks Lax-Friedrich.

Dengan menggunakan *weight* dan *trial function* berupa fungsi interpolasi Lagrange, maka persamaan (4.11b) menjadi:

$$\sum_{n=1}^{N_p} \sum_{m=1}^{N_p} (l_n, l_m)_{D^k} \frac{du_m^k}{dt} + a \sum_{n=1}^{N_p} \sum_{m=1}^{N_p} \left(l_n, \frac{\partial l_m}{\partial x} \right) u_m^k = \sum_{n=1}^{N_p} \left[l_n a (u_h^k - u^*) \right]_{x_i^k} dx \quad (9)$$

Persamaan semi diskret (9) diintegrasikan menurut waktu menggunakan metode low-storage explicit Runge-Kutta (LSERK) orde-4 (Carpenter dan Kennedy, 1994). Perhitungan ini mempunyai 5 tingkat perhitungan dengan akurasi berorde-4, metode ini hanya memerlukan 2 tingkat penyimpanan data.

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = - \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \mathbf{S} = \mathbf{L}[t, \mathbf{U}(x, t)] \quad (10)$$

Tahap perhitungan persamaan di atas menggunakan Runge-Kutta di atas adalah:

$$\begin{aligned} d\mathbf{U}_j &= A_j d\mathbf{U}_{j-1} + h\mathbf{L}(\mathbf{U}_j) \\ \mathbf{U}_j &= \mathbf{U}_{j-1} + B_j + d\mathbf{U}_j \end{aligned} \quad (10)$$

A_j dan B_j : koefisien Runge-Kutta

4. HASIL PERHITUNGAN

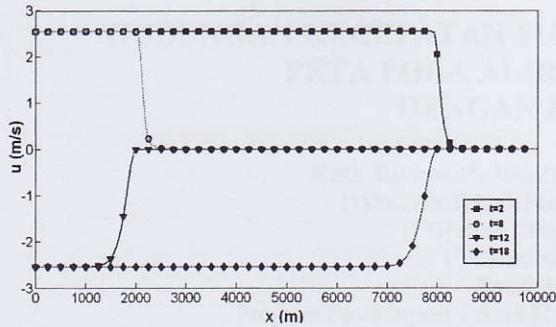
Perhitungan numeris dilakukan dengan mengambil contoh kasus yang diambil dari perhitungan metode Finite Volume oleh Leon dkk (2008). Parameter pipa, fluida 2-phase dan parameter numerik diperlihatkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Parameter pipa, fluida 2-phase dan parameter numerik contoh perhitungan ke-3

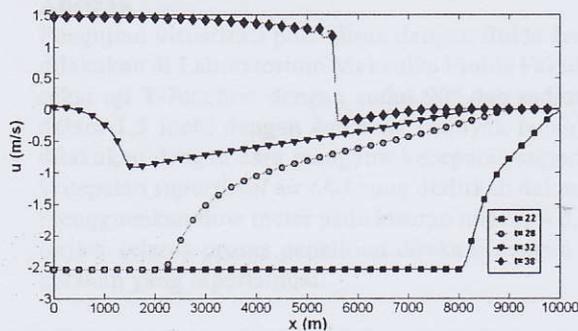
Parameter	Symbol and unit	Value
Pipe length	L (m)	10000
Nominal cross-sectional area	A_0 (m ²)	0.785
Nominal celerity	c_0 (m.s ⁻¹)	1000.0
Nominal head	h_0 (m)	200
Steady-state discharge	Q (m ³ .s ⁻¹)	2.0
Friction Coefficient	f (-)	0
Element Length	Δx (m)	50
Time step	Δt (s)	0.005
Polynomial Order	N	1

Syarat batas kecepatan di katup masukan adalah berupa syarat batas Neumann ($\partial u / \partial x = 0$) , sedangkan di katup keluaran syarat batasnya berupa syarat batas Dirichet ($u = 0$). Sedangkan syarat batas tekanan di katup masukan adalah syarat batas Dirichlet ($p = 1.961e6$) , sedangkan di katup keluaran syarat batasnya berupa syarat batas Neumann ($\partial p / \partial x = 0$).

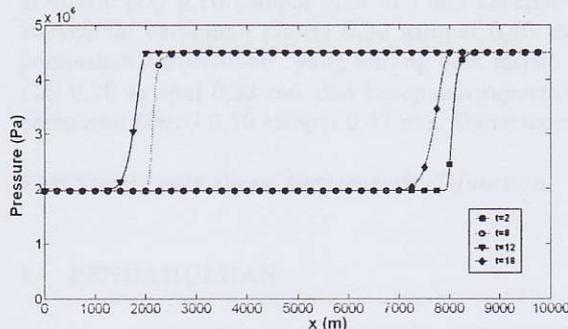
Pada awalnya fluida mengalir dalam pipa horizontal tanpa gesekan dengan kecepatan tetap 2.55 m/s, kemudian secara tiba-tiba katup keluaran (sebelah kanan pipa) ditutup. Saat katup keluaran ditutup maka kecepatan fluida menjadi nol (Gambar 2a) tekanan meningkat tajam (Gambar 3a) sehingga terjadi gelombang kejut yang merambat ke kiri. Gelombang ini akan dipantulkan kembali oleh katup masukan dan merambat kembali ke kanan. Sesampainya di katup keluaran gelombang ini akan dipantulkan lagi ke kiri dan diteruskan lagi dengan pantulan ke kanan dan ke kiri demikian seterusnya. Dengan demikian tekanan dengan gradien yang tajam akan dipantulkan bolak-balik, sehingga kondisi ini berbahaya bagi struktur pipa karena menerima beban kejut yang periodis. Simulasi peristiwa palu air ini dapat dilihat pada Gambar 2a-2b (distribusi kecepatan) dan Gambar 3a-3b (distribusi tekanan).



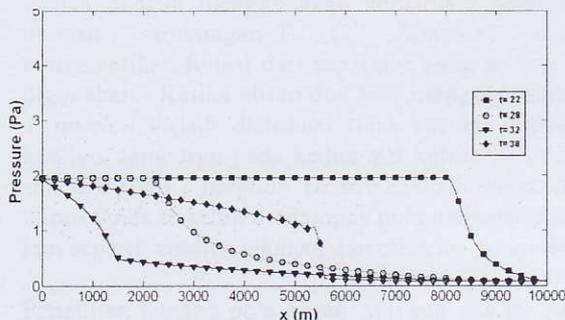
Gambar2a. Distribusi kecepatan fluida untuk berbagai waktu



Gambar 2b. Lanjutan distribusi kecepatan fluida untuk berbagai waktu



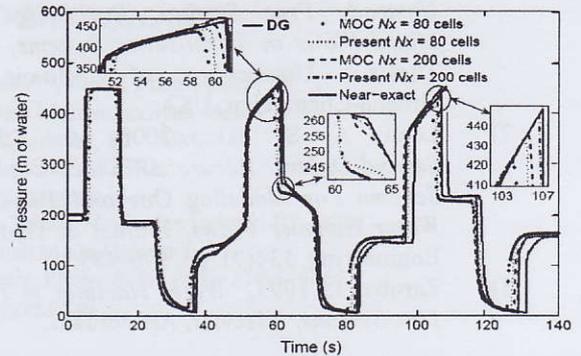
Gambar 3a. Distribusi tekanan fluida untuk berbagai waktu



Gambar 3b. Lanjutan distribusi tekanan fluida untuk berbagai waktu

Perbandingan hasil perhitungan metode DG dengan metode karakteristik (MOC) dan Finite Volume

(Leon dkk, 2008) menunjukkan kesesuaian yang baik (Gambar 4).



Gambar 4. Perbandingan hasil perhitungan untuk tekanan di tengah pipa

5. KESIMPULAN

Kesimpulan yang dapat ditarik dari dari paper ini adalah:

1. Peristiwa palu air (water hammer) untuk fluida 2-fase dapat disimulasikan dengan baik.
2. Perbandingan hasil perhitungan metode Discontinuous Galerkin dengan metode karakteristik dan Finite Volume menunjukkan kesesuaian yang bagus.

TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada LPPM Universitas Atma Jaya Yogyakarta atas dukungan dana penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

- 1) Acuña, J. S., 2005, *Generalized Water Hammer Algorithm For Piping Systems With Unsteady Friction*, M.Sc. Thesis, The University Of Puerto Rico.
- 2) Carpenter M. H. and Kennedy C. A., 1994, *Fourth-order 2N-Storage Runge-Kutta Schemes*, NASA Technical Memorandum 109112, NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia.
- 3) Guinot, V., 2001, *Numerical simulation of two-phase ow in pipes using Godunov method*, Int. J. Numer. Meth. Engng 2001, 50, pp.1169-1189.
- 4) Hesthaven, J. S. and Warburton, T., 2008, *Nodal Discontinuous Galerkin Methods: Algorithms, Analysis, and Applications*, Springer, New York.
- 5) Legius, H. J. W. M., 1997, *Pulsation and Wave Propagation in Two-Phase Pipe*

- Systems, Ph.D. Thesis, Technische Universiteit Delft, Netherlands.
- 6) Leon, A. S., 2007, *Improved Modeling of Unsteady Free Surface, Pressurized and Mixed Flows in Storm-sewer Systems*, Ph.D. Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, USA.
 - 7) Leon, A. S. dkk., 2008, *An Efficient Second-Order Accurate Shock-Capturing Scheme For Modeling One and Two-Phase Water Hammer Flows*, Journal of Hydraulic Engineering, 134(7), pp. 970-983.
 - 8) Zaruba, J., 1993, *Water Hammer in Pipe - Line Systems*, Elsevier, Amsterdam.