

BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini berisi tinjauan pustaka dari penelitian yang sudah pernah dilakukan, perbedaan dengan penelitian sekarang, dan dasar teori yang mendukung penelitian ini.

2.1. Penelitian Terdahulu

Operasi *milling* adalah operasi yang penting di industri sekarang ini. Hal ini karena operasi *milling* dapat digunakan untuk mendapatkan bentuk dan dimensi dari benda kerja yang dikehendaki. Ini ditunjukkan oleh penelitian yang dilakukan oleh Sai (2000) tentang "*Influence of Machining by Finishing Milling on Surface Characteristics*" yang membahas mengenai pengaruh *cutting speed* dan *feed rate* terhadap kekasaran permukaan produk hasil operasi *milling* dengan menggunakan material *carbon steel* (CS) dan *duplex stainless steel* (DSS).

Oleh karena kelebihan dari operasi *milling*, operasi *milling* menjadi operasi yang paling sering digunakan di dunia industri dan penelitian. Operasi *milling* banyak digunakan pada industri untuk membuat cetakan dan *part* pesawat terbang. Ini ditunjukkan oleh penelitian yang dilakukan oleh Altintas (1993) tentang "*Direct Adaptive Control of End Milling Process*" yang membahas mengenai *direct adaptive control* pada mesin *milling* yaitu *spindle speed* dan *drive dynamics independent*. Selain itu, Lee dan Lin (2000) menyatakan bahwa salah satu operasi pengelupasan logam yang paling sering digunakan di industri adalah operasi *milling*. Ini ditunjukkan melalui penelitian Lee dan Lin (2000) tentang "*a 3D Predictive Modeling Cutting – Force Model for End Milling of Parts Having Sculptured Surfaces*" yang membahas mengenai pembuatan model matematis *cutting forces* yang optimal pada operasi *end milling*.

Operasi *milling* tidak hanya untuk mengolah logam dan polimer, tetapi juga bisa untuk mengolah material lain seperti *rubber*. Anggoro dkk (2016b) melakukan penelitian tentang "*Parameter Optimization of Strategies at CNC Milling Machine Roland Modela MDX – 40R CAM Against Surface Roughness Made Insoles Shoe Orthotic EVA Rubber Foam*". Penelitian tersebut membuktikan bahwa material *EVA foam* dapat dikerjakan dengan menggunakan mesin *milling* CNC sebagai material produk *insole shoe orthotic*.

Kualitas produk dari operasi *milling* diukur berdasarkan nilai kekasaran permukaannya (R_a). Wang dan Chang (2003) pada penelitiannya tentang “*Experimental Study of Surface Roughness in Slot End Milling AL2014 – T6*” menyatakan bahwa kualitas produk diukur berdasarkan kekasaran permukaan yang dihasilkan dari proses manufaktur produk tersebut. Kekasaran permukaan memiliki peran yang penting dalam *wear resistance*, *ductility*, *tensile*, dan *fatigue strength* dan hal ini tidak bisa dipungkiri.

Penelitian lain yang dilakukan oleh Topal (2009) tentang “*the Role Stepover Ratio in Prediction of Surface Roughness in Flat End Milling*” menyatakan hal yang kurang lebih sama dengan Wang dan Chang (2003). Penelitian tersebut menyatakan bahwa kekasaran permukaan adalah kriteria dari produk yang berkualitas dan faktor yang sangat mempengaruhi karakteristik dari produk itu sendiri.

Nilai kekasaran permukaan sendiri memiliki sebuah definisi. Arbizu dan Pérez (2003) pada penelitiannya tentang “*Surface Roughness Prediction by Factorial Design of Experiments in Turning Processes*” menyatakan definisi R_a sebagai rata – rata aritmatik dari jumlah selisih absolut pada *roughness profile* dari garis tengah keseluruhan. Definisi ini diambil dari *American Standard of American Society of Mechanical Engineers (ASME) B46.1-1995 for Surface Texture*.

Kekasaran permukaan ini dipengaruhi oleh banyak hal. Wang dan Chang (2003) dalam penelitiannya tentang “*Experimental Study of Surface Roughness in Slot End Milling AL2014 – T6*” menyatakan bahwa kekasaran permukaan sebenarnya dipengaruhi oleh jenis material, kondisi pemotongan, geometri *tool*, dan getaran mesin. Penelitian tersebut berhasil mendapatkan parameter yang berpengaruh secara signifikan terhadap kekasaran permukaan pada mesin *milling* material AL2014 – T6. Parameter tersebut adalah *cutting speed*, *feed rate*, *concavity*, dan sudut *axial relief* pada operasi *milling* tanpa *coolant*.

Ada juga penelitian lain yang membahas faktor yang mempengaruhi kekasaran permukaan pada mesin *milling*. Topal (2009) melakukan penelitian tentang “*the Role Stepover Ratio in Prediction of Surface Roughness in Flat End Milling*”. Penelitian tersebut menyatakan bahwa kekasaran permukaan dipengaruhi oleh *cutting speed*, *depth of cut*, *feed rate*, *stepover ratio*, dll. Penelitian tersebut berhasil mendapatkan bukti bahwa *stepover ratio* mempengaruhi kekasaran permukaan. Bukti tersebut ditunjukkan dengan tingkat akurasi model, model yang

melibatkan *stepover ratio* sebagai parameter dinilai lebih akurat dibandingkan dengan model yang tidak melibatkan *stepover ratio*.

Kualitas produk yang baik adalah produk yang memiliki nilai kekasaran yang rendah. Nilai kekasaran yang rendah bisa didapatkan jika kondisi parameter pemotongannya optimum. Optimasi kondisi parameter pemotongan bisa dilakukan dengan metode statistik seperti *Design of Experiment (DOE)*, metode Taguchi, atau *Response Surface Methodology (RSM)*. Zhang dkk (2007) melakukan penelitian tentang "*Surface Roughness Optimization in an End-Milling Operation Using Taguchi Design Method*". Penelitian tersebut mendapatkan kondisi parameter pemotongan optimal pada mesin *milling CNC* dengan menerapkan metode Taguchi. Penelitian tersebut berhasil mendapatkan nilai kekasaran permukaan yang optimal dengan parameter optimal sebagai berikut: *spindle speed* 3500 rpm; *feed rate* 30 ipm; dan *depth of cut* 0,06 inch.

Fratila dan Caizar (2011) melakukan penelitian tentang "*Application of Taguchi Method to Selection of Optimal Lubrication and Cutting Conditions in Face Milling of AlMg₃*". Penelitian tersebut mendapatkan kondisi parameter pemotongan optimal material AlMg₃ dengan menerapkan metode Taguchi. Penelitian tersebut berhasil mendapatkan nilai kekasaran permukaan dan konsumsi energi yang optimal dengan parameter optimal sebagai berikut: *feed rate* 0,083 m/tooth; *cutting speed* 200 m/min; *axial depth of cut* 0,302 mm; *radial depth of cut* 1,002 mm; dan *machining tolerance* 0,002 mm.

Penelitian Anggoro dkk (2017a) melakukan penelitian tentang "*Determining Optimal Toolpath Strategy in the Manufacture of Orthotic Insole Shoe Made from EVA Foam Rubber for Diabetes Patients*". Penelitian ini berhasil mendapatkan parameter optimal untuk pengolahan EVA *rubber foam* dengan menggunakan metode Taguchi. Parameter yang digunakan pada penelitian tersebut adalah jenis pasien, *toolpath strategy*, *spindle speed*, *feed rate*, dan *step over*. Penelitian tersebut menyatakan bahwa faktor yang sangat berpengaruh adalah *toolpath strategy* dan *spindle speed*. Berdasarkan penelitian tersebut, didapatkan bahwa *toolpath strategy raster 45* optimal untuk pasien satu dan *toolpath strategy step and shallow* optimal untuk pembuatan insole shoe orthotic pasien dua.

Bawono dkk (2017) melakukan penelitian tentang "*Optimization of the Parameters of the Manufacturing Process of the Product ISO_Diabetes for Patients with High Risk Classes*". Penelitian ini berhasil mendapatkan parameter

yang optimal pada proses manufaktur produk *insole shoe orthotic* (ISO) dengan menggunakan material *EVA foam*. Parameter yang digunakan pada penelitian tersebut adalah *toolpath strategy*, *spindle speed*, *step over*, *feed rate*, dan tipe *design insole*. Penelitian tersebut menggunakan metode Taguchi dan menyatakan bahwa tipe *design insole* yang paling optimal adalah dengan toleransi 0,75 mm dan berhasil mendapatkan nilai *Ra* dibawah 8 μm .

Selain metode Taguchi, metode lain seperti RSM juga bisa digunakan untuk mendapatkan kondisi parameter pemotongan yang optimal. Ozcelik dan Bayramoglu (2005) melakukan penelitian tentang "*the Statistical Modeling of Surface Roughness in High-Speed Flat End Milling*". Penelitian tersebut berhasil mendapatkan model yang merepresantisikan hubungan antara kekasaran permukaan dengan kondisi parameter pemotongan. Model didapatkan dengan menerapkan RSM dengan menggunakan kondisi parameter pemotongan: *spindle speed*, *feed rate*, *depth of cut*, dan *step over*. Penelitian tersebut berhasil mendapatkan nilai R_{adj}^2 sebesar 94% dengan menggunakan RSM.

Öktem dkk (2005) melakukan penelitian tentang "*Application of Response Surface Methodology in the Optimization of Cutting Conditions for Surface Roughness*". Penelitian tersebut mendapatkan kondisi parameter pemotongan optimal material Aluminium 7075-T6 pada mesin *milling* dengan mengkombinasikan RSM dan *Genetic Algoritm* (GA). *Design* eksperimen yang digunakan adalah *full-factorial design*. Penelitian tersebut berhasil mendapatkan nilai kekasaran permukaan yang optimal dengan parameter optimal sebagai berikut: *feed rate* 0,083 m/tooth; *cutting speed* 200 m/min; *axial depth of cut* 0,302 mm; *radial depth of cut* 1,002 mm; dan *machining tolerance* 0,002 mm.

Campatelli dkk (2013) melakukan penelitian tentang "*Optimization of Process Parameters Using a Response Surface Method for Minimizing Power Consumption in the Milling of Carbon Steel*". Penelitian tersebut berhasil mendapatkan kondisi parameter pemotongan yang optimal pada mesin *milling* dengan menggunakan RSM. *Design* eksperimen yang digunakan pada penelitian tersebut adalah *central composite design*. Penelitian tersebut berhasil mendapatkan konsumsi energi yang optimal dengan parameter sebagai berikut: *cutting speed* 100 m/min; *radial engagement* 1,2 mm; *feed rate* 0,12 mm/tooth; dan *depth of cut* 12 mm.

Camposeco-Negrete (2014) melakukan penelitian tentang “*Optimization of Cutting Parameters Using Response Surface Method for Minimizing Energy Consumption and Maximizing Cutting Quality in Turning of AISI 6061 T6 Aluminum*”. Penelitian tersebut berhasil mendapatkan parameter pemotongan yang optimal material AISI 6061 aluminium pada mesin *turning* dengan menggunakan metode RSM. *Design* eksperimen yang digunakan pada penelitian tersebut adalah *central composite design*. Penelitian tersebut berhasil mendapatkan konsumsi energi dan kekasaran permukaan yang optimal dengan parameter sebagai berikut: *depth of cut* 2,3 mm; *feed rate* 0,14 mm/rev; dan *cutting speed* 434 m/min.

Simunovic dkk (2015) melakukan penelitian tentang “*Single and Multiple Goal Optimization of Structural Steel Face Milling Process Considering Different Methods of Cooling/Lubricating*”. Penelitian tersebut berhasil mendapatkan parameter pemotongan yang optimal material *steel* EN 10025 S235JRG2 pada mesin *milling* dengan menggunakan metode RSM. *Design* eksperimen yang digunakan pada penelitian tersebut adalah *central composite design*. Penelitian tersebut berhasil mendapatkan kekasaran permukaan yang optimal dengan parameter sebagai berikut: *depth of cut* 1,04 mm; *feed rate* 100 mm/min; *cutting speed* 800 rev/min; dan *dry machining*.

Kombinasi dari kedua metode ini dinilai lebih efisien dan efektif dalam mendapatkan kondisi parameter pemotongan yang optimal. Palanikumar (2006) melakukan penelitian tentang “*Application of Taguchi and Response Surface Methodologies for Surface Roughness in Machining Glass Fiber Reinforced Plastics by PCD Tooling*”. Penelitian tersebut mendapatkan kondisi parameter pemotongan optimal material *glass fiber reinforced* pada mesin *Polycrystalline Diamond* (PCD) *tooling* dengan mengkombinasikan metode Taguchi dan RSM. Penelitian tersebut berhasil mendapatkan nilai kekasaran permukaan yang optimal dengan kondisi parameter pemotongan sebagai berikut: *cutting speed* 150 m/min; *feed rate* 0,1 mm/rev; dan *depth of cut* 1,5 mm.

Sarikaya dan Güllü (2014) melakukan penelitian tentang “*Taguchi Design and Response Surface Methodology Based Analysis of Machining Parameters in CNC Turning Under MQL*”. Penelitian tersebut mendapatkan kondisi parameter pemotongan optimal material AISI 1050 *steel* pada mesin *turning* dengan mengkombinasikan metode Taguchi dan RSM. Penelitian tersebut berhasil

mendapatkan nilai kekasaran permukaan yang optimal dengan kondisi parameter pemotongan sebagai berikut: *cooling condition of minimum quantity lubrication* (MQL) pada 120 mL; *cutting speed* 200 m/min; *feed rate* 0,07 mm/rev; dan *depth of cut* 1,2 mm.

Yadav (2016) melakukan penelitian tentang “*a Hybrid Approach of Taguchi – Response Surface Methodology for Modelling and Optimization of Duplex Turning Process*”. Penelitian tersebut mendapatkan kondisi parameter pemotongan optimal material *alloy steel* AISI 1040 pada mesin Duplex turning dengan mengkombinasikan metode Taguchi dan RSM. Penelitian tersebut menyatakan bahwa kombinasi dari kedua metode ini menghasilkan peningkatan yang lebih baik dibanding metode Taguchi.

Anggoro dkk (2017c) melakukan penelitian mengenai “*Determining Optimal Cutting Parameters Conditions of Insole Shoe Orthotic for Diabetes Patients with Taguchi and Response Surface Method*”. Penelitian ini berhasil mengoptimalkan proses manufaktur pengolahan EVA foam dengan menerapkan metode Taguchi dan RSM. Parameter yang digunakan pada penelitian tersebut adalah *toolpath strategy*, *spindle speed*, *feed rate*, dan *step over*. Penelitian tersebut mendapatkan parameter yang optimal sebagai berikut: *toolpath strategy raster* 45°; *spindle speed* 14000 rpm; *feed rate* 800 mm/rotation; dan *step over* 0,2 mm. Penelitian tersebut berhasil mendapatkan nilai *Ra* sebesar 4,7889 μm .

Penelitian lainnya juga dilakukan Anggoro dkk (2017b) tentang “*Applied RSM and Taguchi Methods to Optimize Process Manufacturing of the Type of Design Insole Shoe Orthotic for Patients Diabetic*”. Penelitian tersebut juga menerapkan kombinasi metode Taguchi dan RSM untuk mendapatkan kondisi parameter pemotongan yang optimal dalam pengolahan *insole shoe orthotic*. Parameter yang digunakan pada penelitian tersebut adalah jenis *design*, *toolpath strategy*, *spindle speed*, *feed rate*, dan *step over*. Penelitian tersebut mendapatkan parameter yang optimal sebagai berikut: jenis *design* dengan toleransi 0,2 mm; *toolpath strategy raster* 45°, *spindle speed* 14000 rpm; *feed rate* 800 mm/rotation; dan *step over* 0,2 mm. Penelitian tersebut berhasil mendapatkan nilai *Ra* sebesar 5 μm .

Draper (1963) melakukan penelitian tentang “*Ridge Analysis of Response Surfaces*”. Penelitian tersebut berhasil mendapatkan metode untuk memperoleh titik optimal pada model ordo – dua. Pencarian titik optimal pada penelitian

tersebut didasarkan pada batasan daerah sekitar eksperimen sehingga titik yang dihasilkan tidak berada di luar daerah eksperimen. Metode ini memiliki syarat dimana *design* eksperimen harus *rotatable*.

Khuri dan Myers (1979) melakukan penelitian tentang “*Modified Ridge Analysis*”. Penelitian tersebut berhasil mendapatkan metode untuk memperoleh titik optimal pada model ordo – dua pada *design* eksperimen yang *non-rotatable*. Pencarian titik optimal pada penelitian tersebut didasarkan pada prediksi nilai varians sehingga titik yang dihasilkan nilai variansnya akan rendah.

Berdasarkan penelitian sebelumnya, diperlukannya penelitian kombinasi metode lain untuk mendapatkan kondisi parameter pemotongan yang optimal pada pengolahan produk *insole shoe orthotic* di mesin *milling* CNC berbahan EVA *foam*.

2.2. Penelitian Sekarang

Berdasarkan penelitian yang sudah ada, jarang sekali penelitian yang menggunakan material *rubber* sebagai material yang diolah pada mesin *milling* CNC. Beberapa penelitian yang sudah disebutkan di atas mengenai optimasi kondisi parameter pemotongan pada mesin *milling* kebanyakan menggunakan logam dan polimer sebagai material. Oleh karena itu, diperlukan adanya penelitian mengenai optimasi kondisi parameter pemotongan pada mesin *milling* yang menggunakan material *rubber*. Hal ini karena material *rubber* memiliki peran yang besar di industri manufaktur saat ini. Salah satu contoh produk yang menggunakan material *rubber* adalah *insole shoe orthotic*.

Penelitian optimasi kondisi parameter pemotongan terhadap kekasaran permukaan pada mesin *milling* selama ini juga belum menggunakan parameter *toolpath strategy* pada *software Computer Aided Manufacturing* (CAM). Ini terjadi karena obyek penelitian yang dikerjakan secara ekperimental di rantai produksi kebanyakan dalam bentuk sederhana (*pocket, flat, part* standar). Parameter *toolpath strategy* perlu digunakan jika obyek penelitian memiliki bentuk yang kompleks seperti *insole shoe orthotic*. Hal ini karena *toolpath strategy* yang berbeda dapat menghasilkan kekasaran permukaan yang berbeda pula pada obyek yang memiliki bentuk yang kompleks.

Penelitian mengenai optimasi kondisi parameter pemotongan material EVA *foam* sebagai material *insole shoe orthotic* pada mesin *milling* CNC selama ini

mendapatkan waktu permesinan yang lama. Waktu permesinan tersebut adalah 10 – 12 jam (Anggoro dkk, 2017a; Bawono dkk, 2017). Hal ini karena sifat material EVA *foam* yang digunakan. Oleh karena itu, perlu dilakukan penelitian baru menggunakan jenis material EVA *foam* yang lain. Material EVA *foam* yang disarankan oleh PT. Sentra Rehabilitasi adalah material jenis X dan Y.

Penelitian mengenai pengolahan EVA *foam* jenis X dan Y sudah pernah dilakukan oleh Anthony (2017). Penelitian tersebut berhasil mendapatkan waktu permesinan sekitar 6 – 8 jam. Waktu permesinan tersebut lebih baik dibandingkan penelitian yang dilakukan oleh Anggoro dkk (2017a) dan Bawono dkk (2017). Penelitian tersebut menggunakan metode Taguchi dalam optimasi kondisi parameter pemotongan. Metode Taguchi diketahui dapat menemukan kombinasi optimal berdasarkan parameter yang digunakan, tetapi tidak bisa menemukan titik optimal berdasarkan respon yang diteliti.

Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Anthony (2017) dan sebelumnya, maka ditemukan adanya keterbaharuan mengenai pentingnya kombinasi metode lain untuk mendapatkan titik optimal dari respon yang diteliti. Oleh karena itu, penelitian ini akan menggunakan pendekatan metode Taguchi dan RSM. Kedua pendekatan ini dilakukan dengan eksperimental menggunakan mesin *milling* CNC.

Metode Taguchi digunakan untuk menentukan *design* eksperimen yang akan dijalankan. RSM digunakan untuk mendapatkan model dan mengoptimalkan model tersebut berdasarkan area eksperimen yang dilakukan. Parameter yang digunakan pada penelitian ini adalah *feed rate*, *spindle speed*, *step over*, dan *toolpath strategy* dan respon yang digunakan adalah *Ra*. *Ra* diperoleh dengan mengukur kekasaran permukaan produk *insole shoe orthotic* hasil operasi *milling* menggunakan MarSurf PS1 dengan ketelitian 0,001 mm. Parameter dan level dipilih berdasarkan penelitian sebelumnya mengenai optimasi kondisi parameter pemotongan pada mesin *milling* CNC.

2.3. Dasar Teori

2.3.1. Material EVA Foam

EVA *foam* adalah *copolymer* yang tersusun oleh *monomers ethylene* dan *vinyl acetate* (VA) dengan resin dan karet (Andhari, 2017). Campuran VA dalam EVA *foam* bermacam - macam dari 10% hingga 40%. Kadar VA akan memberikan

pengaruh pada sifat EVA *foam* itu sendiri. Semakin banyak persentase VA maka kualitas EVA *foam* akan semakin meningkat, sedangkan semakin sedikit persentase VA maka EVA *foam* akan memiliki sifat keras dan getas. EVA *foam* sering digunakan sebagai material pembuatan *insole* karena memiliki sifat ringan, *flexible*, tahan terhadap guncangan, tahan terhadap zat kimia, cuaca dan radiasi ultraviolet. EVA *foam* dengan persentase VA 30% (medium) memiliki sifat yang mirip dengan karet namun dapat diproses seperti *thermoplastic*. Sifat EVA *foam* yang digunakan pada penelitian ini ditunjukkan pada Tabel 2.1 (Sinaga, 2017).

Tabel 2.1. Sifat EVA Foam Jenis X dan Y

Sifat Material	EVA foam jenis X	EVA foam jenis Y
Nilai Kekerasan (HA)	61,9	64,8
Massa Jenis (gr/cm ³)	0,26	0,26

2.3.2. Taguchi Design

Metode Taguchi adalah sebuah teknik untuk mengoptimalkan parameter proses dengan mengurangi variasi dari proses tersebut (Fratila dan Caizar, 2011). Analisis ini bertujuan untuk meneliti bagaimana parameter proses yang berbeda mempengaruhi *mean* dan varians karakteristik hasil dari proses tersebut dan variabel mana yang berpengaruh secara signifikan.

Metode ini mendefinisikan kualitas produk sebagai selisih antara karakteristik hasil proses dengan nilai yang ingin dicapai (*target*). Selisih ini didefinisikan sebagai sebuah fungsi. Faktor yang tidak dapat dikendalikan yang menyebabkan terjadinya selisih antara karakteristik hasil proses dengan *target* disebut dengan faktor *noise*. Faktor ini bisa diklasifikasikan sebagai faktor eksternal. Tujuan utama dari metode ini adalah untuk menghasilkan produk berkualitas pada biaya yang rendah.

Metode Taguchi menggunakan sebuah prosedur yang menerapkan *orthogonal arrays* pada *design experiments* statistik untuk mendapatkan hasil yang baik dengan jumlah eksperimen yang *minimum*. Hal ini tentu saja dapat mengurangi biaya dan waktu eksperimen. Fungsi tujuan dari matriks eksperimen ini adalah *signal to noise (S/N) ratio*. Ini digunakan untuk mengukur karakteristik hasil proses dan persentase kontribusi dari parameter proses melalui analisis varians. Jika karakteristik ini bersifat kontinu, maka *S/N ratio* dapat diklasifikasikan menjadi tiga kategori yaitu:

- a. *Nominal is the best characteristics.*
- b. *Smaller the better characteristics.*
- c. *Larger the better characteristics.*

Pada penelitian ini kategori yang dipilih adalah *smaller the better characteristics* karena respon yang diharapkan adalah minimasi. Level optimal parameter proses untuk optimasi ini adalah level yang menghasilkan transformasi S/N *ratio* terbesar. Perhitungan S/N *ratio* ditunjukkan dengan persamaan berikut:

$$\frac{S}{N} = -10 \times \log \frac{1}{n} (\sum y^2) \quad (2.1)$$

dimana y adalah data yang diobservasi dan n adalah jumlah observasi.

2.3.3. Model Regresi

Model regresi adalah sebuah model matematika yang menunjukkan hubungan antara variabel bebas (x_1, x_2, \dots, x_k) dan respon (y) (Montgomery, 2013). Model regresi ini didapatkan dengan menyesuaikan data eksperimen. Fungsi dari hubungan tersebut dapat diketahui melalui model regresi dengan cara menentukan koefisiennya ($\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$) walaupun fungsi hubungan yang sebenarnya masih belum diketahui. Model ini dapat digunakan untuk memprediksi respon, optimasi proses, dan mengontrol proses. Hubungan tersebut dapat ditunjukkan melalui persamaan berikut:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \epsilon \quad (2.2)$$

dimana ϵ merepresentasikan *error* dari model tersebut.

Koefisien dari model regresi dapat ditentukan menggunakan persamaan berikut:

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (2.3)$$

dimana

$$\beta = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{2k} & \dots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

dimana y adalah vektor dari respon hasil observasi ($n \times 1$), X adalah matriks dari level variabel bebas ($n \times p$), β adalah vektor dari koefisien regresi ($p \times 1$) dan $p = k + 1$.

2.3.4. Response Surface Methodology

Response Surface Methodology (RSM) adalah sekumpulan teknik matematika dan statistika yang berguna untuk memodelkan dan menganalisis masalah dimana *response* yang diamati dipengaruhi oleh beberapa variabel dan tujuannya adalah untuk mengoptimalkan nilai dari *response* tersebut (Montgomery, 2013).

Pada kebanyakan masalah RSM, bentuk hubungan antara *response* dengan variable bebasnya tidak diketahui. Oleh karena itu, hal pertama yang perlu dilakukan adalah menentukan hubungan yang sesuai dalam bentuk model matematika. Pemodelan yang dilakukan bisa dalam bentuk orde satu sebagai berikut:

$$y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \dots + \beta_kx_k + \epsilon \quad (2.4)$$

dimana y merepresentasikan *response*, β merepresentasikan koefisien yang belum diketahui, x merepresentasikan variabel bebas, dan ϵ merepresentasikan *error*. Jika dalam bentuk orde satu masih belum sesuai, maka bisa digunakan pemodelan dalam bentuk orde dua.

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \epsilon \quad (2.5)$$

Hampir semua permasalahan RSM menggunakan salah satu atau kedua model ini. Model ini tentu saja bukan sebuah pendekatan yang masuk akal untuk menentukan hubungan yang sebenarnya pada seluruh nilai variable bebas, akan tetapi untuk daerah di sekitar percobaan model ini dinilai cukup baik.

Setelah didapatkan model yang sesuai, kemudian dilakukan *response surface analysis* menggunakan *fitted surface*. Jika *fitted surface* adalah pendekatan yang sesuai dengan fungsi *response* yang sesungguhnya, maka analisis dari *fitted surface* akan sama dengan analisis sistem yang sesungguhnya. Model tersebut akan menjadi efektif jika data yang dihasilkan berdasarkan *experimental design* yang sesuai.

a. Lokasi Titik Stasioner

Titik stasioner adalah sebuah titik dimana sebuah kurva berhenti naik atau turun. Titik stasioner ini dapat direpresentasikan dengan *maximum response*, *minimum response*, atau *saddle point*. Titik stasioner pada model ordo-dua didapatkan dengan persamaan berikut:

$$x_s = -\frac{1}{2}B^{-1}b \quad (2.6)$$

dimana

$$x_s = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{11} & \hat{\beta}_{12}/2 & \cdots & \hat{\beta}_{1k}/2 \\ \hat{\beta}_{12}/2 & \hat{\beta}_{22} & \cdots & \hat{\beta}_{2k}/2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\beta}_{1k}/2 & \hat{\beta}_{2k}/2 & \cdots & \hat{\beta}_{kk} \end{bmatrix}$$

dimana, b adalah sebuah vektor ($k \times 1$) dari koefisien regresi ordo-satu dan B adalah matriks simetris dimana elemen diagonal utamanya adalah koefisien *pure-quadratic* ($\hat{\beta}_{ii}$) dan elemen bukan diagonal adalah setengah dari koefisien *mixed-quadratic* ($\hat{\beta}_{ij}, i \neq j$).

b. Menentukan Jenis *Response Surface*

Setelah ditemukan titik stasioner, perlu ditentukan titik stasioner ini termasuk *maximum response*, *minimum response*, atau *saddle point*. Hal ini secara umum dapat dilakukan dengan cara memeriksa *contour plot* dari model yang sesuai. Jika hanya terdapat dua variabel bebas, maka cara ini bisa dilakukan dengan mudah. Jika variabel bebas yang terlibat lebih dari dua, maka terdapat cara lain yang lebih formal yaitu menggunakan analisis *canonical*.

Menentukan titik stasioner menggunakan analisis *canonical* adalah dengan mencari nilai eigen (λ_i) dari matriks B. Jika semua λ_i bernilai positif, maka x_s adalah titik dengan *minimum response*. Jika semua λ_i bernilai negatif, maka x_s adalah titik dengan *maximum response*. Jika semua λ_i memiliki nilai berbeda, maka x_s adalah titik dengan *saddle point*.

c. Analisis *Canonical*

Analisis *canonical* digunakan untuk menemukan titik optimal dari sebuah model yang terbentuk. Model ordo-dua ditransformasi ke sistem kordinat baru dengan titik stasioner sebagai titik awal. Transformasi ditunjukkan dengan persamaan berikut:

$$\hat{y} = \hat{y}_s + \lambda_1 w_1^2 + \lambda_2 w_2^2 + \cdots + \lambda_k w_k^2 \quad (2.7)$$

dimana w_i adalah variabel bebas. Persamaan 1.4 digunakan untuk melakukan eksplorasi agar didapatkan nilai respon yang dikehendaki. Persamaan ini dinamakan bentuk *canonical*. Bentuk *canonical* (w_i) dapat diubah menjadi model awal dengan persamaan berikut:

$$w = M^T(x - x_s) \quad (2.8)$$

dimana M adalah sebuah matriks *orthogonal* ($k \times k$) yang elemennya adalah vektor eigen dari matriks B . Kolom m adalah vektor eigen yang dinormalisasikan. Jika m_i adalah kolom ke- i dari M , maka solusi dari m_i adalah:

$$(B - \lambda_i I)m_i = 0 \quad (2.9)$$

untuk $\sum_{j=1}^k m_{ji}^2 = 1$.

2.3.5. Analisis Ridge

Analisis *ridge* adalah teknik yang digunakan untuk mengoptimalkan respon dari sebuah model di sekitar daerah eksperimen (Draper, 1963). Model ordo-dua direpresentasikan dalam sebuah kurva akan terbentuk sebuah permukaan. Nilai dari variabel bebas ditetapkan pada titik awal $(0, 0, \dots, 0)$ dan titik tersebut akan menjadi titik tengah dari permukaan tersebut. Semisal, permukaan ini berbentuk bola dan dari titik tengah permukaan ini akan terbentuk sebuah radius (R). Radius ini dapat ditentukan dengan persamaan berikut:

$$R^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_k^2 \quad (2.10)$$

Radius ini akan menjadi batasan dalam menentukan titik optimal dari respon, sehingga titik optimal tidak keluar dari *area* eksperimen. Pencarian titik optimal ini dilakukan dengan persamaan berikut:

$$(B - \mu I)x = -\frac{1}{2}b \quad (2.11)$$

dimana I adalah matriks identitas ($k \times k$) dan μ adalah *Langrange Multiplier* dan belum ditentukan nilainya. Langkah - langkah yang dapat digunakan dalam melakukan pencarian titik optimal adalah sebagai berikut:

- a. Hitung nilai R dari eksperimen yang dilakukan.
- b. Pilih nilai R terbesar.
- c. Tentukan nilai μ untuk menentukan nilai x .
- d. Hitung nilai R dari nilai x yang baru.
- e. Jika nilai R baru lebih besar dibanding nilai R eksperimen terbesar, maka tentukan nilai μ yang baru dan ulangi pencarian x yang baru.
- f. Jika nilai R baru lebih kecil dibanding nilai R eksperimen terbesar, tentukan nilai respon berdasarkan nilai x yang baru.

Pemilihan nilai μ berdasarkan dari nilai λ_i . Jika respon yang dikehendaki adalah *maksimum*, maka nilai μ lebih besar dari nilai λ_i yang terbesar. Jika respon yang dikehendaki adalah *minimum*, maka nilai μ lebih kecil dari nilai λ_i terkecil.

2.3.6. Modifikasi Analisis Ridge

Umumnya, analisis *ridge* dilakukan pada *design* eksperimen yang *rotatable* sehingga tidak terjadi fluktuasi yang besar pada varians dari respon yang diprediksi (Khuri dan Myers, 1979). Oleh karena itu, *design* eksperimen yang *non-rotatable* tidak dianjurkan untuk menggunakan analisis *ridge* yang standar. Khuri dan Myers (1979) melakukan modifikasi terhadap analisis *ridge* yang ada sehingga *design* eksperimen yang *non-rotatable* dapat menerapkan analisis ini. Modifikasi ini dilakukan dengan memperhatikan nilai varians dari respon yang diprediksi. Kendala yang digunakan adalah dengan persamaan berikut:

$$w = |v_{om} + x^T \tau_m + x^T T_m x| \quad (2.12)$$

dimana

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix} \quad \tau_m = \begin{bmatrix} v_{1m} \\ v_{2m} \\ \vdots \\ v_{km} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} v_{11m} & v_{12m}/2 & \cdots & v_{1km}/2 \\ v_{12m}/2 & v_{22m} & \cdots & v_{om}/2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{1km}/2 & v_{2km}/2 & \cdots & v_{kkm} \end{bmatrix}$$

dimana $v_{om}, v_{1m}, v_{2m}, \dots, v_{km}, v_{11m}, v_{22m}, \dots, v_{kkm}, v_{km}, v_{12m}, v_{13m}, \dots, v_{k-1km}$ adalah vektor eigen dengan nilai eigen terkecil dari matriks $(X^T X)$. Nilai q akan menjadi batasan dalam menentukan titik optimal dari respon, sehingga tidak terjadi fluktuasi yang besar pada varians dari respon yang diprediksi. Pencarian titik optimal ini dilakukan dengan persamaan berikut:

$$(B - \omega T_m - \mu I)x = \frac{1}{2}(\omega \tau_m - b) \quad (2.13)$$

dimana ω adalah *Langrange Multiplier* dan belum ditentukan nilainya. Langkah-langkah yang dapat digunakan dalam melakukan pencarian titik optimal adalah sebagai berikut:

- Hitung nilai R dari eksperimen yang dilakukan dan pilih nilai R terbesar.
- Pilih nilai q yang dikehendaki sebagai batas maksimal.
- Tentukan nilai μ dan ω untuk menentukan nilai x .
- Hitung nilai R dan q dari nilai x yang baru.
- Jika nilai R baru lebih besar dibanding nilai R eksperimen terbesar dan nilai q baru lebih besar dibandingkan nilai q yang dikehendaki, maka tentukan nilai μ dan ω yang baru dan ulangi pencarian x yang baru.
- Jika nilai R baru lebih kecil dibanding nilai R eksperimen terbesar nilai q baru lebih kecil dibandingkan nilai q yang dikehendaki, tentukan nilai respon berdasarkan nilai x yang baru.

Pemilihan nilai μ berdasarkan dari nilai eigen matriks $B - \omega T_m$. Jika respon yang dikehendaki adalah *maksimum*, maka nilai μ lebih besar dari nilai eigen matriks $B - \omega T_m$ yang terbesar. Jika respon yang dikehendaki adalah *minimum*, maka nilai μ lebih kecil dari nilai eigen matriks $B - \omega T_m$ terkecil.

2.3.7. Desirability Function Analysis (DFA)

DFA adalah sebuah metode yang digunakan untuk mendapatkan respon yang optimal dengan cara menentukan nilai *desirability* yang paling maksimal (Sarikaya dan Güllü, 2014). Pada pendekatan ini, prediksi nilai respon diubah menjadi nilai *desirability* (d). Nilai d memiliki rentang antara nol sampai dengan satu. Jika nilai d adalah nol, maka prediksi nilai respon tidak dapat diterima. Jika nilai d adalah satu, maka prediksi nilai respon sesuai dengan yang dikehendaki.

Ada tiga jenis fungsi *desirability* yaitu:

- a. *The larger the better.*
- b. *The smaller the better.*
- c. *The nominal the better.*

Pada penelitian ini, jenis fungsi *desirability* yang digunakan adalah *the smaller the better* karena respon yang diharapkan adalah minimasi. Fungsi *desirability* untuk jenis *the smaller the better* ditunjukkan pada persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
 d_i &= 1 \text{ if } y_i \leq y_{min} \\
 d_i &= \left(\frac{y_i - y_{max}}{y_{min} - y_{max}} \right)^r, y_{min} \leq y_i \leq y_{max}, r \geq 0 \\
 d_i &= 0 \text{ if } y_i \geq y_{max}
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

dimana y_i adalah prediksi nilai respon yang didapatkan ke $-i$ pada saat proses optimasi, y_{min} dan y_{max} adalah toleransi batas bawah dan toleransi batas atas pada data eksperimental respon ke $-i$, r mengindikasikan bobot dan ukurannya ditentukan sesuai kebutuhan. Semakin besar nilai r , maka semakin kecil toleransi yang dikehendaki.