

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA DAN LANDASAN TEORI

2.1 Tinjauan Pustaka

Eksperimen yang dibuat Poncelet, pada Tahun 2007 menggunakan analisis numerik dan eksperimen standar berdasarkan data yang telah dihasilkan dan dihitung menggunakan teknik *BSS*, adalah *ICA* serta *SOBI* menunjukkan metode *SOBI* sudah prospektif pada sistem identifikasi. Simulasi numerik 3 DOF dengan redaman dan tidak ada sistem redaman dan eksperimen pisau stator yang dibuat dari mesin turbojet untuk mendemonstrasikan sistem *SOBI* yang dipadankan dengan sistem *Stochastic Subspace Identification (SSI)* pada aplikasi dilapangan. Eksperimen selanjutnya sangat diwajibkan untuk analisa struktur yang lebih lengkap,

Eksperimen pendalaman yang dilakukan Poncelet pada tahun 2010 mengenai analisa modal eksperimen menerapkan *BSS* menggunakan simulasi numerik struktur dua lantai. Hasil sistem algoritma *SOBI* dengan akurasi yang prospektif, telah ditentukan dengan metoda yang stabil adalah *SSI-COV (Covariance-derived Stochastic Subspace Identification)*.

Eksperimen yang dilakukan Zhou dan Chelidze pada Tahun 2007, telah diketahui bahwa algoritma *BSS* dapat mencari bentuk linear normal dengan baik. Eksperimen dan simulasi numerik dibuat dengan metoda *BSS*. Algoritma yang dibuat ada dua merupakan *Algorithm for Multiple Unknown Signals Extraction* dan *Second Blind Order Identification*. *Algorithm for Multiple Unknown Signals Extraction* dipadankan dengan analisa modal time domain adalah *ITD*. Simulasi getaran sistem 3 DOF pada redaman dan tanpa redaman dengan kondisi bebas dari *noise* dan di lingkungan *noisy*, sedangkan uji yang dilakukan pada eksperimen memakai balok aluminium dengan ukuran $(64 \times 0,0001) \times (5 \times 0,01) \times (96 \times 0,01) \text{ m}^3$

yang dijepit 1 sisi ujung bebas dan dipasang 5 akselerometer disepanjang balok menggunakan *impact hammer*.

Eksperimen yang dilakukan Spiridonakos , pada tahun 2014 dengan melakukan eksperimen metoda struktur frame 4 lantai pada struktur normal, pada struktur rusak dengan metoda BSS dan semua kerusakan dideteksi akibat adanya penyimpangan parameter modal sudah dengan estimasi. Struktur frame material baja S235, modulus elastis 210 GPa, massa jenis yang di pakai 7850 kg/ m³ dengan dimensi plat (0,5) x (0,47) x 0,012 (m), kolom (0,55) x 0,045 x 0,010 (m), kolom lemah 0,55 x 0,034 x 0,004 (m), dan pengaku X ukuran 0,623 x 0,04 x 0,006 (m). Struktur yang dilakukan pada eksperimen tersebut memperhitungkan 3 perilaku kerusakan berbeda, dan parameter modal struktur dipadankan pada kondisi struktur normal dan kondisi struktur rusak.

Eksperimen yang dilakukan Alan Putranto pada Tahun 2017 Identifikasi parameter modal dan kerusakan struktur oleh beban operasional, dan menggunakan metode SOBI dengan menggunakan ukuran tulangan 6 mm, dengan menggunakan sensor X16-1D versi ADXL345 diberi getaran ambient dengan hasil nilai frekuensi mencapai 34,8884 % dan Nilai *Modal Assurance Criterion* yang hanya memiliki nilai indikator kerusakan strukturnya 1,

2.1.1 Getaran Ambient

Pada tahun 2008 Rainieri melakukan pengujian getaran ambient, dianggap sebagai suatu cara yang efektif untuk menghasilkan data uji untuk mengevaluasi perilaku dinamis struktur. Pengujian getaran Ambient mempunyai keuntungan yaitu,

1. tidak memerlukan alat penambah
2. tidak mengganggu aktifitas normal yang dibuat saat struktur rangka bidang yang akan diuji
3. memungkinkan identifikasi parameter modal yang mewakili keseluruhan sistem dibawah pengaruh kondisi nyata,
4. ini juga digunakan untuk memeriksa kondisi struktur yang diuji dan untuk deteksi kerusakan getaran yang di uji .

2.1.2 Sensor Accelerometer

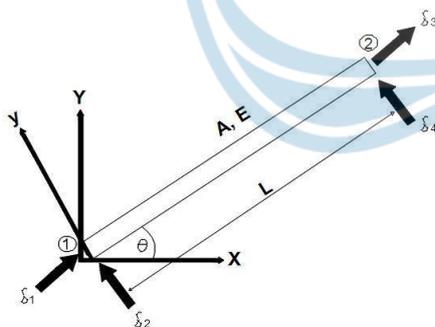
Dalam teknik sipil penggunaan sensor Akselerometer sekarang sangat mudah untuk memeriksa parameter dinamik dari struktur rangka bidang , dalam biaya, kemudahan penggunaan sensor, dan juga bisa menganalisa parameter dinamis suatu struktur. Pada Tahun 2017 Alan Putranto parameter model dan kerusakan struktur setelah beban operasional, menggunakan sensor X16-1D versi ADXL345 diberi getaran ambient dengan hasil nilai frekuensi . Data respons yang sudah direkam menghasilkan parameter model dari struktur rangka bidang yang akan diuji. Sensor akselerometer yang digunakan penulis menggunakan Sensor Akselerometer Mobile Hand Phone, Sensor akselerometer pada HP berfungsi untuk mengukur laju perubahan kecepatan, dan sensor akselerometer pada HP mengukurnya dengan memiliki system koordinat 3 dimensi sumbu yaitu sumbu x, sumbu y, dan sumbu z, dan mengambil nilai percepatan untuk setiap sumbunya.

2.2 Landasan Teori

2.2.1 Metode Simulasi Numerik Truss Rangka Bidang

2.2.1.1 Matriks Kekakuan

Analisa struktur rangka bidang antar batang terhubung dengan sambungan sendi akan berkurang dari permasalahan penentuan gaya batang struktur tersebut dikarenakan beban dikenai pada join. Ketika rangka bidang yang sama dikenai gaya dinamis, masalah sederhana seperti tegangan aksial di beberapa bagian tidak ada lagi. Gaya inersia berkembang di sepanjang batang, dan biasanya menyebabkan gaya lentur seperti gaya aksial. Momen lentur pada ujung semua batang akan tetap bernilai 0 dikarenakan tidak ada momen keluar. Pada gambar 2.1 adalah elemen truss pada kedua ujungnya menunjukkan kemungkinan perpindahan kordinat nodal $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$



Gambar 2.1 Elemen struktur truss dengan kordinat nodal

Elemen matriks kekakuan yang digunakan pada struktur truss rangka bidang dapat dipakai persamaan :

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.1)$$

Dengan : $[k]$ = matriks kekakuan

A = Luas Penampang

E = Modulus Elastis

L = Panjang

2.2.1.2 Matriks Massa

Elemen matriks massa yang digunakan pada struktur truss rangka bidang dapat dipakai persamaan :

$$[m] = \frac{\bar{m}L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.2)$$

Dengan :

$[m]$ = matriks massa

\bar{m} = massa terdistribusi per unit panjang

L = panjang

2.2.1.3 Matriks Redaman

Redaman struktur tidak mudah dihitung, Pada penelitian ini redaman dianggap berbanding dengan massa, sehingga, matrik redaman dapat dituliskan sebagai berikut :

$$[c] = a_m[m] \dots\dots\dots(2.3)$$

Dengan :

$$a_m = 2\omega_r \zeta_r \dots \dots \dots (2.4)$$

2.2.1.4 Transformasi Kordinat

Pada matriks kekakuan dan matriks massa yang sudah diberikan diatas tadi perlu di transformasikan di dalam kordinat global sebagai berikut

$$[\bar{k}] = [T]^T [k] [T] \dots \dots \dots (2.5)$$

Dan

$$[\bar{m}] = [T]^T [m] [T] \dots \dots \dots (2.6)$$

Hubungan yang sama juga digunakan untuk matriks redaman dimana $[\bar{c}]$ dan $[c]$ dengan berturut adalah sistem kordinat global dan local.

$$[\bar{c}] = [T]^T [c] [T] \dots \dots \dots (2.7)$$

Matriks transformasi [T] dapat diperhatikan pada persamaan dibawah ini :

$$[T] = \frac{\bar{m}L}{6} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \dots \dots \dots (2.8)$$

2.2.1.5 Kondensasi Statik

Studi yang dilakukan arfiandi pada tahun 2016 dijelaskan bahwa Kondensasi static dipraktekkan mengurangi jumlah derajat kebebasan yang harus dipecahkan dalam suatu persamaan. Dengan menggunakan metoda ini, ukuran penyelesaian akan lebih mudah, dengan melihat persamaan keseimbangan statik

$$[K]\{U\} = \{P\} \dots \dots \dots (2.9)$$

Dengan menggunakan matrik berikut

$$\begin{bmatrix} [K_{CC}] & [K_{CL}] \\ [K_{LC}] & [K_{LL}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_C\} \\ \{U_L\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{P_C\} \\ \{P_L\} \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (2.10)$$

Pada persamaan matrik diatas ini $\{U_C\}$ merupakan perpindahan yang akan di kondensasi dan untuk $\{U_L\}$ merupakan perpindahan yang akan dipertahankan. Dari persamaan submatrik pertama diperoleh :

$$[K_{CC}]\{U_C\} + [K_{CL}]\{U_L\} = \{P_C\} \dots \dots \dots (2.11)$$

Sehingga mendapatkan persamaan sebagai berikut

$$\{U_C\} = [K_{CC}]^{-1}(\{P_C\} - [K_{CL}]\{U_L\}) \dots \dots \dots (2.12)$$

Dan bisa didapatkan submatriks dari persamaan yang kedua persamaan

$\{U_C\} = [K_{CC}]^{-1}(\{P_C\} - [K_{CL}]\{U_L\})$ adalah sebagai berikut :

$$[K_{LC}]\{U_C\} + [K_{LL}]\{U_L\} = \{P_L\} \dots \dots \dots (2.13)$$

Dengan mensubstitusikan $\{U_C\}$ dari persamaan $\{U_C\} = [K_{CC}]^{-1}(\{P_C\} - [K_{CL}]\{U_L\})$ maka didapatkan persamaan sebagai berikut :

$$[K_{LC}][K_{CC}]^{-1}(\{P_C\} - [K_{CL}]\{U_L\}) + [K_{LL}]\{U_L\} = \{P_L\}$$

$$[K_{LC}][K_{CC}]^{-1}\{P_C\} - [K_{LC}][K_{CC}]^{-1}[K_{CL}]\{U_L\} + [K_{LL}]\{U_L\} = \{P_L\}$$

$$[K_{LC}][K_{CC}]^{-1}\{P_C\} + \{U_L\}([K_{LL}] - [K_{LC}][K_{CC}]^{-1}[K_{CL}]) = \{P_L\}$$

$$\{U_L\}([K_{LL}] - [K_{LC}][K_{CC}]^{-1}[K_{CL}]) = \{P_L\} - [K_{LC}][K_{CC}]^{-1}\{P_C\}$$

Jika

$$[K_{LL}^*] = [K_{LL}] - [K_{LC}][K_{CC}]^{-1}[K_{CL}] \dots \dots \dots (2.14)$$

$$\{P_L^*\} = [K_{LL}^*]\{U_L\} \dots \dots \dots (2.15)$$

Maka dari persamaan $\{U_L\}([K_{LL}] - [K_{LC}][K_{CC}]^{-1}[K_{CL}]) = \{P_L\} - [K_{LC}][K_{CC}]^{-1}\{P_C\}$ akan menjadi :

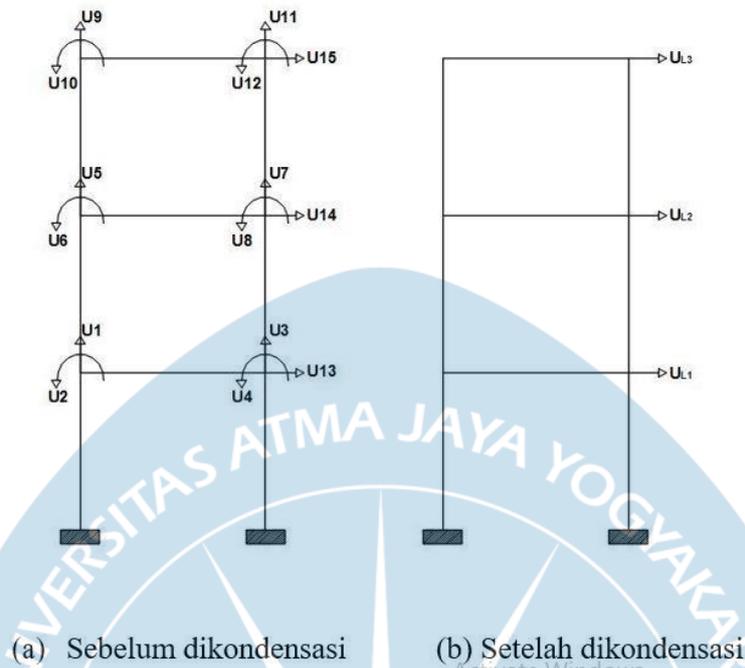
$$\{U_L\}[K_{LL}^*] = \{P_L^*\} \dots \dots \dots (2.16)$$

Dalam permasalahan static persamaan

$[K_{LL}^*] = [K_{LL}] - [K_{LC}][K_{CC}]^{-1}[K_{CL}]$ dapat diselesaikan terlebih dahulu untuk memperoleh $\{U_L\}$. Perpindahan pada derajat kebasan yang dikondensasi kemudian hitung dengan persamaan

$\{U_C\} = [K_{CC}]^{-1}(\{P_C\} - [K_{CL}]\{U_L\})$ sehingga semua perpindahan global dapat diperoleh

(Arfiandi,2016)



Gambar 2.2. Kondensi static pada struktur tiga lantai

Pada gambar 2.2 (a) derajat kebebasan lainnya (U1 sampai U12) tidak dihilangkan dan nilainya dapat diperoleh dari persamaan $\{U_C\} = [K_{CC}]^{-1}(\{P_C\} - [K_{CL}]\{U_L\})$ setelah U_L didapatkan. Matriks $[K_{LL}^*]$ juga dikenal sebagai matriks kekakuan lateral dengan tanpa mengekang derajat kebebasan vertical dan rotasi $\{U_C\}$ dari study Arfiadi,2016 .

2.2.1.6 Signal Processing

2.2.1.6.1 Data dan Proses Random

Data pemrosesan dibahas untuk menggambarkan peristiwa yang dalam kasus deterministic, terkadang dijelaskan secara langsung oleh hubungan matematis pada kasus data yang deterministic. Disisi lain, bila data acak tidak diketahui, maka tidak bisa dijelaskan dengan penghitungan ilmiah langsung dan perhitungan probabilistic harus dihitung .

Proses random yaitu gabungan bias saja terjadi pada kasus random. Sebuah fungsi sederhana diperlukan untuk menggambarkan proses acak sebagai berikut :

$$\mu_x(\bar{t}) = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K x_k(\bar{t}) \dots \dots \dots (2.17)$$

Dengan :

$\mu_x(\bar{t})$ = nilai rata-rata porses random

$x_k(\bar{t})$ = berkas fungsi ke k

(\bar{t}) = waktu tertentu

Dan autokorelasi dapat dihitung dengan cara yang sama adalah rata-rata kumpulan hasil nilai pada sesaat (\bar{t}) dan $(\bar{t}) + \tau$:

$$R_{xx}(\bar{t}, \bar{t} + \tau) = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K x_k(\bar{t}) x_k(\bar{t} + \tau) \dots \dots \dots (2.18)$$

Pada teknik *weakly stationary random* dengan autokorelasi hanya tergantung pada waktu τ :

$$\mu_x(\bar{t}) = \mu_x \dots \dots \dots (2.19)$$

$$R_{xx}(\bar{t}, \bar{t} + \tau) = R_{xx}(\tau) \dots \dots \dots (2.20)$$

Seperti yang telah dideskripsikan diatas adalahh ‘alat’ untuk analisa sinyak dan bisasnya dipergunakan mengolah data pada kebanyakan mekanisme OMA (analisis model operasional).

2.2.1.6.2 Transformasi Fourir Diskrit (DFT)

Perubahan ini mengolah time kedalam osilasi harmonic dan mengolah sinyal domaintime menjadi sinyall domain frekuensi. Semua data diwakili oleh control sampling diskrit, sehingga transformasi yang digunakan adalah transformasi fourer diskrit.

Persamaan fourer diskric sinyal domain waktu :

$$y_n = \sum_{k=1}^K Y_k e^{-i2\pi(k-1)(n-1)/N} \dots\dots\dots(2.21)$$

Total banyak dari pengukuran $N = T\Delta t$. Penghitungan N diolah saat waktu dan frekuensi yang sepadan adalah $r = k = 0,1,2, \dots, N - 1$. Pada penilaiann fungsinya membutuhkan operaasi N^2 sehingga disempurnakan transformasi fourer cepat (FFT). Pengukuran N dibagi jadi $N = 2^p$ makadari itu pengukuran dan teknik tersebut hanya memerlukan $N \log_2 N$.

2.2.1.6.3 State Space Model

Pada studi yang dilakukan Raineieri dan Fabbrocino pada Tahun 2014 menjelaskna bahwa tinjauan SSM untuk penelitian ini mengacu pada fungsi yang sudah diperlihatkan untuk mengkonversikan persoalan rumus diferensi orde ke 2 menjadi persamaan diferensi orde ke 1 yang ditetapkan pada rumus state dan rumus observasi. Rumus didersndial orde ke 2 ditetapkan dengan :

$$[M]\{\ddot{y}(t)\} + [C]\{\dot{y}(t)\} + [K]\{y(t)\} = \{f(t)\} \dots\dots\dots(2.22)$$

Pada rumus state space sudah diperoleh dengan memfaktorkan vector gaya $\{f(t)\}$ kedalam $[\bar{B}]$ dan vector $\{u(t)\}$ yang secara berurutan merupakan lokasi input dan variasi waktu, sehingga

persamaan

$[M]\{\ddot{y}(t)\} + [C]\{\dot{y}(t)\} + [K]\{y(t)\} = \{f(t)\}$ dapat dituliskan ulang sebagai berikut

$$[M]\{\ddot{y}(t)\} + [C]\{\dot{y}(t)\} + [K]\{y(t)\} = [\bar{B}]\{u(t)\} \dots \dots \dots (2.23)$$

Dan dibagi matriks $[M]$ menjadi :

$$\{\ddot{y}(t)\} + [C]\{\dot{y}(t)\} + [K]\{y(t)\} = [M]^{-1}[\bar{B}]\{u(t)\} \dots \dots \dots (2.24)$$

Vector state didefinikan sebagai :

$$\{s(t)\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{y}(t)\} \\ \{y(t)\} \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (2.25)$$

Substitusi yang diambil dari persamaan $[M]\{\ddot{y}(t)\} + [C]\{\dot{y}(t)\} + [K]\{y(t)\} = [\bar{B}]\{u(t)\}$

Yaitu sebagai berikut

$$[M]\{\ddot{y}(t)\} = [M]\{\ddot{y}(t)\} \dots \dots \dots (2.26)$$

menghasilkan persamaan :

$$\{\dot{s}(t)\} = \begin{bmatrix} -[M]^{-1}[C] & -[M]^{-1}[K] \\ [I] & [0] \end{bmatrix} \{s(t)\} + \begin{bmatrix} [M]^{-1}[\bar{B}] \\ [0] \end{bmatrix} \{u(t)\} \dots \dots \dots (2.27)$$

Dari persamaan diatas ini matrik state $[A_c]$ dan matrik pengaruh input $[B_c]$ dapat ditetapkan sebagai :

$$[A_c] = \begin{bmatrix} -[M]^{-1}[C] & -[M]^{-1}[K] \\ [I] & [0] \end{bmatrix} \dots \dots \dots (2.28)$$

$$[B_c] = \begin{bmatrix} [M]^{-1}[\bar{B}] \\ [0] \end{bmatrix} \dots \dots \dots (2.29)$$

Dan didapatkan rumus state sebagai berikut :

$$\{\dot{s}(t)\} = [A_c]\{s(t)\} + [B_c]\{u(t)\} \dots \dots \dots (2.30)$$

Subskrip c menunjukkan waktu untuk kontinyunya. Bila diasumsikan pengukuran respons struktur pada lokasi l dan sebagai sensor seperti *accelerometer*, *velocimeter*, dan *transduser perpindahan*. Vector $\{y_l(t)\}$ adalah vector output terukur dan matriks $[C_a]$, $[C_v]$, dan $[C_d]$ secara berurutan merupakan matriks lokasi output dari percepatan, kecepatan, dan perpindahan. Pada umumnya, persamaan observasi dapat ditulis sebagai berikut :

$$\{y_l(t)\} = [C_a]\{\ddot{y}(t)\} + [C_v]\{\dot{y}(t)\} + [C_d]\{y(t)\} \dots \dots \dots (2.31)$$

Persamaan $[M]\{\ddot{y}(t)\} + [C]\{\dot{y}(t)\} + [K]\{y(t)\} = [\bar{B}]\{u(t)\}$ disubstitusikan kedalam persamaan $\{\dot{s}(t)\} = [A_c]\{s(t)\} + [B_c]\{u(t)\}$ sehingga didapatkan persamaan :

$$\{y_l(t)\} = ([C_v] - [C_a][M]^{-1}[C])\{\dot{y}(t)\} + [C_d] - [C_a][M]^{-1}[K]\{y(t)\} + [C_a][M]^{-1}[\bar{B}]\{u(t)\} \dots \dots \dots (2.32)$$

Dan didapatkan persamaan observasi sebagai berikut :

$$\{y_l(t)\} = [C_c]\{s(t)\} + [D_c]\{u(t)\} \dots \dots \dots (2.33)$$

Pada matriks $[C_c]$ merupakan matriks output pengaruh sedangkan matriks $[D_c]$ adalah matriks transisi langsung yang dapat ditentukan dari persamaan

$$\{y_l(t)\} = ([C_v] - [C_a][M]^{-1}[C])\{\dot{y}(t)\} + [C_d] - [C_a][M]^{-1}[K]\{y(t)\} +$$

$$[C_a][M]^{-1}[\bar{B}]\{u(t)\}, \text{ masukkan pada persamaan } \{s(t)\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{y}(t)\} \\ \{y(t)\} \end{Bmatrix}.$$

$$[C_c] = [[C_v] - [C_a][M]^{-1}[C]][C_d] - [C_a][M]^{-1}[K] \dots \dots \dots (2.34)$$

$$[D_c] = [C_a][M]^{-1}[\bar{B}] \dots\dots\dots(2.35)$$

Pengujian eksperimen perhitungan dengan pengukura diambil pada waktu diskrit seat sementara pada persamaan $\{\dot{s}(t)\} = [A_c]\{s(t)\} + [B_c]\{u(t)\}$ dan persamaan $\{y_l(t)\} = [C_c]\{s(t)\} + [D_c]\{u(t)\}$ dinyatakan dalam waktu kontinyu harus diubah kedalam bentuk diskrit. Sebagai contoh pengambilan contoh Δt , time diskritt sesaat $t_k = k\Delta t$. Asumsi Zero Order Hold menyatakan bahwa input agak konstan selama periode sampling . Berdasarkan asumsi yang dibuat, model state space waktu diskrit dapat digunakan menurut persamaan berikut :

$$\{s_{k+1}\} = [A]\{s_k\} + [B]\{u_k\} \dots\dots\dots(2.36)$$

$$\{y_k\} = [C]\{s_k\} + [D]\{u_k\} \dots\dots\dots(2.37)$$

Pada matrik [A] adalah matrik state diskritt, matrik [B] adalah matrik input diskrit, [C] adalah matrik output diskrit dan matrik [D] adalah matrik transisi berlangsung. Vector $\{s_k\} = \{s(k\Delta t)\}$ merupakan vector state waktu dsikrit yang menciptakan contoh perpindahan dan kecepatan. Vektor $\{u_k\}$ dan vector $\{y_k\}$ secara berturutan merupakan input sampel dan output sampel. Hubungan antara matrik waktu kontinyu dan matriks waktu diskrit merupakan :

$$[A] = e^{[A_c] \Delta t} \dots\dots\dots(2.38)$$

$$[B] = ([A] - [I])[A_c]^{-1}[B_c] \dots\dots\dots(2.39)$$

$$[C] = C_c \dots\dots\dots(2.40)$$

$$[D] = D_c \dots \dots \dots (2.41)$$

Rumus $\{s_{k+1}\} = [A]\{s_k\} + [B]\{u_k\}$ dan $\{y_k\} = [C]\{s_k\} + [D]\{u_k\}$ adalah model deterministik selama input tersebut deterministik. Komponen stokastik disertakan untuk menggambarkan data pengukuran nyata. Komponen stokastik disertakan untuk menjelaskan data pengukuran actual. Ketika komponen stokastik dimasukkan dalam model, persamaan tersebut menjadi model state space waktu diskrit kombinasi deterministic stokastic, di tuois sebagai berikut :

$$\{s_{k+1}\} = [A]\{s_k\} + [B]\{u_k\} + \{w_k\} \dots \dots \dots (2.42)$$

$$\{y_k\} = [C]\{s_k\} + [D]\{u_k\} + \{v_k\} \dots \dots \dots (2.43)$$

Vector $\{w_k\}$ adalah proses moise karena gangguan dan ketidak akurat model. Vector $\{v_k\}$ merupakan pengukuran noise karena ketidak akuratan sensor. Metode analisis modal operasional terdapat informasi tentang input vector $\{u_k\}$ yang belum diketahui maka dari itu output sistem hanya ditentukan berdasarkan vector $\{w_k\}$ dan vector $\{v_k\}$. Hal ini menjadikan model state space waktu diskrit stokastik

$$\{s_{k+1}\} = [A]\{s_k\} + \{w_k\} \dots \dots \dots (2.44)$$

$$\{y_k\} = [C]\{s_k\} + \{v_k\} \dots \dots \dots (2.45)$$

Proses noise dan pengukuran noise tidak dapat diukur, jadi diasumsikan *zero mean, stationary noise process* dengan matrik kovarian sebagai berikut ini :

$p = q$, maka dari itu di dapatkan persamaan

$$E \left[\begin{Bmatrix} \{w_p\} \\ \{v_p\} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \{w_q\}^T & \{v_q\}^T \end{Bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} [Q^{ww}] & [S^{wv}] \\ [R^{wv}]^T & [R^{vv}] \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.46)$$

Sedangkan untuk $p \neq q$

$$E \left[\begin{Bmatrix} \{w_p\} \\ \{v_p\} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \{w_q\}^T & \{v_q\}^T \end{Bmatrix} \right] = 0 \dots\dots\dots(2.47)$$

p dan q merupakan waktu sembarang sesaat. Respons sistem pada model state space dinyatakan dengan proses *zero mean gaussian*. Output matrik kovarian diperlihatkan sebagai berikut :

$$[R_i] = E[\{y_{k+1}\}\{y_k\}^T] \dots\dots\dots(2.48)$$

Vector state waktu diskrit $[s_k]$ juga merupakan proses *zero mean gaussian*. Dan kovarian vector state menjadi :

$$[\Sigma] = E[\{s_k\}\{s_k\}^T] \dots\dots\dots(2.49)$$

Dan vector $\{s_k\}$ tidak berkorelasi dengan vector $\{w_k\}$ dan vector $\{v_k\}$ maka dari itu :

$$E[\{s_k\}\{s_k\}^T] = [0] \dots\dots\dots(2.50)$$

$$E[\{s_k\}\{v_k\}^T] = [0] \dots\dots\dots(2.51)$$

Asumsi yang dipakai tentang noise dimasukkan dalam perhitungan dan manipulasi matematika untuk persamaan state space persamaan $\{s_{k+1}\} = [A]\{s_k\} + \{w_k\}$ dan $\{y_k\} = [C]\{s_k\} + \{v_k\}$ memberikan hubungan fundamental sebagai berikut ini :

$$[\Sigma] = [A][\Sigma][A]^T + [Q^{ww}] \dots\dots\dots(2.52)$$

$$[R_0] = [C][\Sigma][C]^T + [R^{vv}] \dots\dots\dots(2.53)$$

$$[G] = [A][\Sigma][C]^T + [S^{wv}] \dots\dots\dots(2.54)$$

$$[R_i] = [C][A]^{i-1} + [G] \dots \dots \dots (2.55)$$

Dimana :

$$[G] = E\{\{s_{k+1}\}\{y_k\}^T\} \dots \dots \dots (2.56)$$

2.2.2 Metode SOBI

Metode SOBI adalah metode non parametrik yang memisahkan beberapa sinyal dan diidentifikasi sebagai domain waktu. Data masukkan(input) yang diperlukan untuk algoritma ini merupakan data matrik [Y] dan waktu Δt . Respons diasumsikan sebagai campuran dari sinyal statik dan sumber linear dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\{y(t)\} = [A]\{s(t)\} + \{n(t)\} \dots \dots \dots (2.57)$$

Dimana :

$\{y(t)\}$ = campuran sinyal terobservasi

[A] = mixing matrik

$\{s(t)\}$ = sumber sinyal

$\{n(t)\}$ = noise sensor

Langkah pertama dalam perhitungan algoritma pada SOBI (*Second Order Blind Identification*) merupakan centering (zero mean) dan whitening data :

$$[z] = [W][Y_c] \dots \dots \dots (2.58)$$

Dimana :

[z]= whitening data

[W]= whitening matriks

$[Y_c]$ = matriks data terpusat

Diambil SVD (*Singular Value Decomposition*) dari data terpusat $[Y_c]$ adalah :

$$[Y_c] = [U][\Sigma][V]^T \dots\dots\dots(2.59)$$

Whitening matriks $[W]$ dihitung :

$$[W] = [\Sigma]^+[V]^T \dots\dots\dots(2.60)$$

Matriks kovarian perpindahan waktu harus dihitung sebagai berikut :

$$[R_z(\tau_k)] \dots\dots\dots(2.61)$$

Dimana : $k = 1, 2, \dots, p$

Teknik joint JAD (*Joint Approximation Diagonalization*) dipergunakan pada matriks kovarian perpindahan waktu yang fungsinya untuk menentukan unitary matriks $[\tilde{A}']$ untuk meminimalkan jumlah off diagonal yang dilihat pada persamaan :

$$\min \sum_{k=1}^n ([\tilde{A}']^T [R_z(\tau_k)] [\tilde{A}']) \dots\dots\dots(2.62)$$

Permasalahan diatas dapat diselesaikan dengan baik dikerjakan dengan algoritma numerik berdasarkan teknik rotasi Jacobi. Dan ada 2 parameter yang harus ditentukan yaitu banyaknya *time lags* p dan *threshold* t . Nilai tersebut ditentukan dengan

$$p = \min \left(100, \frac{N}{3} \right) \dots\dots\dots(2.63)$$

Nilai ini dipilih karena performa dari diagnose semakin baik dengan semiakin bertambahnya nilai p akan tetapi dengan cepat. Sedangkan untuk nilai batas dimana JAD (*Joint Approximation diagonalization*) harus berhenti, nilai yang dipilih sebagai awalan

$$t = \left(\frac{1}{\sqrt{N}} \right) \dots \dots \dots (2.64)$$

Setelah *unitary matriks* $[\tilde{A}']$ dan ditemukan *mixing matriks* $[A_m]$ dapat dihitung :

$$[A_m] = [W]^+ [\tilde{A}'] \dots \dots \dots (2.65)$$

Sumber sinyal $[s_0(t)]$:

$$[s_0(t)] = [\tilde{A}']^T * [z(t)] \dots \dots \dots (2.66)$$

Ragam bentuk didapati langsung pada kolom mixing matrik, frekuensi alami dan rasio redaman didapati dengan estimator curve fitting SDOF yang didasarkan pada FFT dan kemudian mengambil satu peak.

Pada undang-undang pemeriksaan jembatan rangka baja Nomor 005 / BM / 2009 Dasar Konstruksi dan Bangunanann Kementerian Pekerja Umum Direktorat Jendral Bina Marga menetapkan tingkat kerusakan dengan rasio (k), merupakan perbedaan Δf antara frekuensi alami terukur dilapangan dengan frekuensi alami teori terhadap frekuensi alami utuh jembatan. Nilai k dan karakter penilaian dikelompokkan mengikuti Tabel 2.1 berikut ini :

Tabel 2.1. Kondisi Kriteria Rasio Frekuensi

No	Rasio frekuensi (%)	Kriteria
1.	Lebih dari 20	Mengalami Kritis (mengalami retak)
2.	15 Kurang lebih dari <i>rasio frekuensi</i> kurang lebih dari 20	Sangat Kurang
3.	10	Kurang Baik
4.	0	Baik

Sumber : Pedoman pemeriksaan jembatan rangka baja kementerian PU direktorat jendral bina marga 2009.