

LAPORAN AKHIR
PENELITIAN HIBAH BERSAING



PENGEMBANGAN MODEL DAN SOLUSI *ECONOMIC PRODUCTION QUANTITY* UNTUK KONDISI SISTEM PRODUKSI TIDAK SEMPURNA DAN *SHORTAGE* UNTUK PENINGKATAN PRODUKTIVITAS DAN DAYA SAING SUATU INDUSTRI MANUFAKTUR

Ketua Peneliti	: Baju Bawono, S.T., M.T	0501047201
Anggota 1	: The Jin Ai, S.T., M.T., Dr.Eng	0520117501
Anggota 2	: Ririn Diar Astanti, S.T., M.MT., Dr.Eng	0518127702

UNIVERSITAS ATMA JAYA YOGYAKARTA
OKTOBER 2013

LEMBAR PENGESAHAN

1. Judul Penelitian : Pengembangan Model dan Solusi *Economic Production Quantity* untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna dan *Shortage* untuk Peningkatan Produktivitas suatu Industri Manufaktur
2. Ketua Peneliti
 - a. Nama Lengkap : Baju Bawono
 - b. Jenis Kelamin : Laki-laki
 - c. NPP/NIDN : 06.97.622/0501047201
 - d. Jabatan Fungsional : Lektor Kepala
 - e. Fakultas/Jurusan : Teknologi Industri/Teknik Industri
 - f. Perguruan Tinggi : Universitas Atma Jaya Yogyakarta
3. Anggota 1
 - a. Nama Lengkap : The Jin Ai, S.T., M.T., Dr.Eng
 - b. NPP/NIDN : 01.99.662 / 0520117501
 - c. Perguruan Tinggi : Universitas Atma Jaya Yogyakarta
4. Anggota 2
 - a. Nama Lengkap : Ririn Diar Astanti, S.T., M.MT., Dr.Eng
 - b. NPP/NIDN : 03.11.767/0518127702
 - c. Perguruan Tinggi : Universitas Atma Jaya Yogyakarta
5. Jangka Waktu Penelitian : 1 tahun
6. Pembiayaan :
Jumlah yang diterima : Rp. 42.500.000,-

Mengetahui,

Dekan FTI UAJY

Yogyakarta, 31 Oktober 2013

Ketua Peneliti

Ir. B. Kristyanto, M.Eng., Ph.D.
NPP: 05.91.343

Baju Bawono, ST.,MT.
NPP: 06.97.622

Menyetujui:
Ketua LPPM UAJY

Dr. Ir. Y. Djarot Purbadi, MT.
NPP: 07.87.217

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa atas limpahan kasih, rahmat, anugerah dan karya-karya indah-Nya yang diberikan kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan laporan ini dengan baik dan tepat waktu. Pada kesempatan ini, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada pihak-pihak yang telah terlibat dan mendukung penulis dalam menyelesaikan penelitian ini, diantaranya:

1. Direktorat Pendidikan Tinggi, Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia
2. Dr. R Maryatmo, Selaku Rektor Universitas Atma Jaya Yogyakarta
3. Dr. Ir. Y. Djarot Purbadi, selaku Ketu Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat Universitas Atma Jaya Yogyakarta
4. Ir. B. Kristyanto, M.Eng., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Teknologi Industri Universitas Atma Jaya Yogyakarta.
5. Thomas Indarto Wibowo yang sudah membantu proses analisis dan pengolahan data.
6. Pihak-pihak lain yang juga telah mendukung penulis menyelesaikan Laporan Penelitian Ini

Akhir kata penulis berharap semoga penelitian ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Yogyakarta, 31 Oktober 2013

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	1
HALAMAN PENGESAHAN	2
KATA PENGANTAR	3
DAFTAR ISI	4
DAFTAR GAMBAR	6
DAFTAR TABEL	7
INTISARI	8
BAB 1 PENDAHULUAN	
1.1. Latar Belakang Masalah	9
1.2. Perumusan Masalah	11
1.3. Tujuan Penelitian	11
1.4. Batasan Masalah	12
1.5. Metodologi Penelitian	12
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	
2.1. Model EPQ Pada Satu KPS Tidak Sempurna	16
2.2. Model EPQ Pada Dua KPS Tidak Sempurna	18
2.3. Penelitian Saat Ini	19
2.4. Peta dan Tahapan Penelitian	20
2.5. Studi Pustaka	21
2.6. Penelitian Tahun Pertama	22
2.7. Penelitian Tahun Kedua	23
BAB 3. LANDASAN TEORI	
3.1. Persediaan	24
3.1.1. Pengelolaan Persediaan	24
3.1.2. Biaya Persediaan	25
3.2. <i>Shortage</i>	29
3.3. <i>Economic Production Quantity</i> (EPQ)	30

3.3.1. Model EPQ Sederhana	31
3.3.2. Model EPQ Pada Sistem Produksi Tidak Sempurna	33
3.3.3. Model EPQ Pada Sistem Produksi Tidak Sempurna dan Memperbolehkan Adanya <i>Shortage</i>	34
3.3.4. Model EPQ Pada Dua Subsystem Produksi Inti (KPS) Tidak Sempurna	38
3.4. Pemodelan Matematis	44
3.4.1. Variabel Acak (<i>Random Variable</i>)	44
3.4.2. Distribusi Eksponensial	44
3.5. Pencarian Solusi	45
3.5.1. Metode Biseksi (<i>Bisection Method</i>)	45
3.5.2. Metode <i>Golden Section</i>	46
3.6. Analisis dan Validasi	47
3.6.1. Validasi Model	47
3.6.2. Analisis Sensitivitas	48
BAB 4 FORMULASI MODEL	
4.1. Karakterisasi Sistem	50
4.2. Pemodelan Matematis	51
4.2.1. Asumsi Model	51
4.2.2. Notasi Model	51
4.2.3. Model Matematis	53
BAB 5 ANALISIS DAN PEMBAHASAN	
5.1. Penentuan Solusi	60
5.1.1. Pendekatan 1	60
5.1.2. Pendekatan 2	64
5.1.3. Pendekatan 3	67
5.2. Contoh Numerik	69
5.2.1. Pendekatan 1	70
5.2.2. Pendekatan 2	72
5.2.3. Pendekatan 3	73
5.3. Analisis Hasil Perhitungan	76

5.4. Validasi Model	79
5.4.1. Verifikasi	79
5.4.2. Validasi	80
5.5. Analisis Sensitivitas	84

BAB 6 KESIMPULAN DAN REKOMENDASI

6.1. Kesimpulan	87
6.2. Rekomendasi	88

DAFTAR PUSTAKA	89
-----------------------------	-----------

DAFTAR GAMBAR

1. Gambar 1.1	<i>Flowchart</i> Metodologi Penelitian	15
2. Gambar 2.1	Peta Jalan dan Tahapan Penelitian.....	20
3. Gambar 3.1	Grafik EPQ Sederhana	31
4. Gambar 3.2	Grafik EPQ dengan Adanya <i>Shortage</i>	35
5. Gambar 3.3	Pembagian Waktu Produksi	40
6. Gambar 3.4	Aturan <i>Golden Section</i>	46
7. Gambar 4.1	Grafik EPQ Pada Sistem Produksi Tidak Sempurna dan Diperbolehkan Adanya <i>Shortage</i>	52
8. Gambar 4.2	Pembagian Waktu Produksi	56

DAFTAR TABEL

1.	Tabel 5.1	Nilai-Nilai Parameter Contoh Numerik	69
2.	Tabel 5.2	Perhitungan τ_m dengan Metode Biseksi	71
3.	Tabel 5.3	Hasil Perhitungan Pendekatan 1.....	72
4.	Tabel 5.4	Hasil Perhitungan Pendekatan 2.....	66
5.	Tabel 5.5	Perhitungan τ_{opt} dengan Metode <i>Golden Section</i>	69
6.	Tabel 5.6	Hasil Perhitungan Pendekatan 3.....	71
7.	Tabel 5.7	Perbandingan Hasil Perhitungan Pendekatan 1, Pendekatan 2 dan Pendekatan 3	72
8.	Tabel 5.8	Perbandingan Hasil Perhitungan Pendekatan 1 dan Pendekatan 3	76
9.	Tabel 5.9	Perbandingan Hasil Perhitungan Pendekatan 2 dan Pendekatan 3	77
10.	Tabel 5.10	Perbandingan s dan τ optimal.....	80
11.	Tabel 5.11	Perbandingan s dan T_1 optimal	80
12.	Tabel 5.12	Perbandingan s dan $Z(T_1, \tau)$	81
13.	Tabel 5.13	Perbandingan α, β, δ Terhadap τ optimal	81
14.	Tabel 5.14	Perbandingan α, β, δ Terhadap T_1 optimal	81
15.	Tabel 5.15	Perbandingan α, β, δ Terhadap $Z(T_1, \tau)$	82
16.	Tabel 5.16	Hasil Perhitungan Model Lin dan Gong (2011).....	84
17.	Tabel 5.17	Hasil Perhitungan Pendekatan 2 Dengan Nilai s Semakin Meningkat	84
18.	Tabel 5.18	Uji Sensitivitas Solusi	88

INTISARI

Penelitian ini fokus pada permasalahan persediaan, terutama pada model persediaan *Economic Production Quantity* (EPQ) pada sistem produksi tidak sempurna dengan periode perencanaan tidak terbatas dan diperbolehkan adanya *shortage*. Selama proses produksi berlangsung, sistem produksi terdiri dari dua subsistem produksi inti atau *key production subsystem* (KPS) tidak sempurna. Kedua KPS akan bergeser dari kondisi *in-control* ke kondisi *out-of-control*, sehingga akan menimbulkan tiga kondisi yang berbeda. Selain mempertimbangkan sistem produksi tidak sempurna, penelitian ini juga mempertimbangkan dengan diperbolehkan adanya *shortage*. *Shortage* dipenuhi dengan cara 100% *backorder*, sehingga menimbulkan biaya tambahan karena *shortage*.

Model matematis dibangun untuk mendapatkan waktu produksi optimal yang dapat meminimumkan ekspektasi total biaya persediaan per unit waktu yang terdiri dari *set-up cost*, *holding cost*, *shortage cost* dan *defective cost*. Tiga pendekatan digunakan untuk mendapatkan waktu produksi optimal. Contoh numerik dan analisis diberikan pada masing-masing pendekatan untuk mengetahui pendekatan mana yang terbaik. Proses pembangunan model dan perhitungan menggunakan alat bantu berupa *software Mathcad* dan *Microsoft Excel*.

Kata Kunci: *Economic Production Quantity*, Sistem Produksi Tidak Sempurna, *Shortage*

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Model persediaan sederhana sering mengasumsikan bahwa keseluruhan pesanan atau *order* diterima ke dalam persediaan atau inventori pada suatu waktu tertentu dengan segera atau secara langsung tanpa bertahap. Asumsi tersebut merupakan anggapan yang sering tidak benar. Persediaan sering kali bertambah secara bertahap. Hal ini lebih sesuai dengan kondisi perusahaan di mana perusahaan memiliki sumber daya (mesin produksi) yang terbatas dan berproses secara berangsur-angsur sehingga produk yang ditambahkan untuk mengisi persediaan secara berangsur-angsur atau bertahap juga (Ristono, 2009). Oleh sebab itu, model persediaan tersebut harus ditinjau kembali untuk dapat mengakomodasi perubahan-perubahan yang ada. Model persediaan untuk menentukan kuantitas produksi yang ekonomis atau *Economic Production Quantity* (EPQ) dapat dikembangkan dari permasalahan tersebut.

EPQ menjadi isu penting dalam perkembangan industri terutama pada bagian persediaan atau inventori. Pendekatan tradisional untuk EPQ selama ini menganggap bahwa proses produksi selalu berjalan dengan sempurna, sehingga produk yang dihasilkan 100% sempurna (Ristono, 2009). Pada kenyataannya, kondisi sistem produksi akan mengalami penurunan selama proses produksi berlangsung. Hal ini akan mengakibatkan kondisi proses produksi bergeser dari kondisi *in-control* ke kondisi *out-of-control*. Pada saat kondisi *out-of-control*, produk yang dihasilkan dibawah standar kualitas atau cacat (Rosenblatt dan Lee, 1986). Pada kondisi ini, model EPQ biasa sudah tidak relevan lagi untuk digunakan.

Beberapa dekade terakhir, peneliti telah banyak melakukan penelitian mengenai kasus-kasus pemodelan EPQ dengan mempertimbangkan sistem produksi tidak sempurna. Rosenblatt dan Lee (1986) telah mengembangkan model

EPQ pada sistem produksi tidak sempurna di mana proses produksi pada suatu waktu akan bergeser dari kondisi *in-control* ke kondisi *out-of-control* selama proses produksi berlangsung. Waktu pergeseran merupakan variabel acak yang mengikuti distribusi eksponensial, sehingga model ini merupakan model persediaan probabilistik. Sistem produksi akan menghasilkan produk cacat dengan porsi tetap setelah proses produksi bergeser ke kondisi *out-of-control*.

Model EPQ yang dikembangkan Rosenblatt dan Lee (1986) ini menjadi penting untuk perkembangan model EPQ yang mempertimbangkan sistem produksi tidak sempurna. Peneliti-peneliti telah melakukan penelitian untuk mengembangkan model mereka, seperti penelitian yang telah dilakukan oleh Kim dan Hong (1999), Ouyang dan Chang (2000) serta Chung dan Hou (2003), namun model-model tersebut hanya mempertimbangkan satu subsistem produksi inti atau *key production subsystems* (KPS).

Hal di atas akan berbeda dengan yang terjadi di lapangan di mana akan terdapat beberapa subsistem yang berpengaruh pada proses produksi. Masing-masing subsistem tersebut akan memberikan pengaruh yang berbeda terhadap produk cacat yang dihasilkan. Penelitian ini akan membahas sistem produksi yang terdiri dari dua KPS. Dua KPS yang dipertimbangkan (A dan B) akan memberikan beberapa kondisi berbeda yang dapat mempengaruhi jumlah produk cacat yang dihasilkan, seperti kondisi ketika:

1. hanya subsistem A yang dalam kondisi *out-of-control*
2. hanya subsistem B yang dalam kondisi *out-of-control*
3. kedua subsistem (A dan B) dalam kondisi *out-of-control*

Ketiga kondisi di atas akan memiliki pengaruh yang berbeda terhadap jumlah produk cacat yang dihasilkan. Lin dan Gong (2011) telah mengembangkan model EPQ pada sistem produksi tidak sempurna dengan mempertimbangkan dua KPS. Setiap KPS akan bergeser dari kondisi *in-control* ke kondisi *out-of-control* selama produksi berlangsung, sehingga akan menghasilkan produk cacat. Waktu pergeseran kedua KPS merupakan dua variabel acak yang mengikuti *joint bivariate exponential distribution*. Lin dan Gong (2011) menggunakan periode perencanaan atau *planning horizon* tidak terbatas pada model yang mereka

bangun. Penelitian ini kemudian dilanjutkan oleh Ai dkk. (2012) dengan menggunakan periode perencanaan terbatas, namun kedua penelitian tersebut hanya fokus pada pemodelan EPQ pada dua KPS tidak sempurna dengan periode perencanaan tidak terbatas dan terbatas. Model yang dikembangkan pun tidak mempertimbangkan adanya kemungkinan kehabisan persediaan (*shortage*), padahal *shortage* pada persediaan merupakan fenomena umum yang bisa saja terjadi karena berbagai ketidakpastian dalam permintaan (Chung dan Hou, 2003). Kehabisan persediaan ini akan menimbulkan biaya tambahan yang harus ditanggung.

Penelitian ini akan memasukkan *shortage* dengan 100% pemesanan darurat untuk memenuhi kekurangan (*backorder*). Pada kondisi ini, kehabisan persediaan memang disengaja atau sudah dapat diduga sebelumnya. Hal ini terjadi karena nilai persediaan per unit sangat tinggi sehingga akan berdampak pada semakin tingginya biaya persediaan. Biaya persediaan yang tinggi tentu saja membutuhkan jumlah dana yang tidak sedikit, padahal menanamkan dana yang besar ke dalam aktiva lancar jelas mengundang resiko yang tidak kecil (Siswanto, 1985). Pada kasus ini, model EPQ yang dikembangkan Lin dan Gong (2011) serta Ai dkk. (2012) sudah tidak relevan lagi, sehingga tujuan untuk meminimasi total biaya tidak akan tercapai.

1.2. Perumusan Masalah

Belum adanya suatu model EPQ yang dapat meminimasi ekpektasi total biaya per unit waktu pada dua KPS tidak sempurna dan memperbolehkan adanya *shortage*.

1.3. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini diantaranya adalah:

1. Menghasilkan model EPQ pada dua KPS tidak sempurna dan memperbolehkan adanya *shortage*.

2. Menentukan waktu produksi optimal yang dapat meminimumkan ekspektasi total biaya per unit waktu.

1.4. Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini diantaranya adalah:

1. Penelitian hanya dilakukan pada proses produksi tidak sempurna dengan mempertimbangkan dua KPS tidak sempurna.
2. Faktor lain seperti perbedaan tingkat cacat, *time value of money*, kebijakan inspeksi, investasi untuk meningkatkan kualitas *set-up* tidak dimasukkan dalam model.
3. Waktu pergeseran proses produksi merupakan variabel acak yang mengikuti distribusi eksponensial.

1.5. Metodologi Penelitian

Metodologi penelitian yang digunakan pada penelitian ini meliputi empat tahap, yaitu:

1. Tahap 1: Formulasi Masalah

Tahap 1 merupakan tahap awal untuk mencari dan memformulasikan masalah. Tahap ini meliputi beberapa aktivitas diantaranya adalah:

- a. Studi Literatur Awal

Studi literatur awal dilakukan untuk mendapatkan informasi tentang sejauh mana perkembangan model EPQ yang ada sekarang.

- b. Menemukan Gap

Aktivitas ini merupakan aktivitas untuk menemukan celah atau gap dari model EPQ yang ada sekarang ini untuk mengembangkannya. Pada aktivitas ini terdapat dua kondisi. Kondisi pertama terjadi ketika gap tidak ditemukan, maka kita harus melakukan studi literatur kembali. Kondisi kedua terjadi ketika gap dapat ditemukan, sehingga kita dapat melakukan identifikasi masalah lebih lanjut.

- c. Identifikasi Masalah

Identifikasi masalah merupakan tahap lanjutan dari studi literatur awal untuk memformulasikan masalah dari gap yang telah ditemukan.

2. Tahap 2: Formulasi Model

Tahap 2 merupakan tahap untuk menggali informasi secara lebih mendalam dan melakukan formulasi model atau pemodelan dari sistem yang dirancang.

Tahap ini terdiri dari beberapa langkah, yaitu:

a. Studi Literatur Lanjut

Studi literatur lanjut dilakukan untuk mendapatkan data-data dan informasi secara lebih mendalam tentang permasalahan yang akan diselesaikan pada penelitian ini. Hal ini dilakukan untuk mempermudah dalam membangun model dan menyelesaikan permasalahannya.

b. Formulasi Model: Formulasi model merupakan tahapan untuk merumuskan karakterisasi sistem serta membangun model matematis yang sesuai dengan sistem yang dirancang.

c. Analisis Terbangunnya Model: Aktivitas ini merupakan tahapan untuk melakukan analisis apakah model sudah bisa dibangun atau belum, jika model terbangun maka aktivitas berlanjut ke tahap selanjutnya, jika model tidak terbangun maka aktivitas kembali ke studi literatur lanjut untuk lebih memahami kembali dan membenahi kekurangan-kekurangan sebelumnya.

3. Tahap 3: Analisis dan Validasi Model

Tahap 3 merupakan tahap untuk melakukan analisis dan validasi terhadap model yang sudah dibangun dan solusi yang didapatkan. Pada tahap ini meliputi beberapa langkah diantaranya:

a. Penentuan Solusi: Penentuan solusi dilakukan dengan mengolah model yang sudah dibangun hingga didapatkan suatu persamaan dari variabel keputusan sebagai solusinya.

b. Analisis Solusi: Aktivitas ini merupakan tahap analisis dari penentuan solusi, jika solusi diperoleh maka aktivitas berlanjut ke aktivitas selanjutnya, jika solusi tidak diperoleh maka aktivitas kembali ke aktivitas formulasi model untuk membangun kembali model yang sudah dibangun hingga didapatkan persamaan dari variabel keputusan sebagai solusinya.

c. Contoh Numerik

Contoh numerik diberikan untuk memberikan gambaran yang lebih nyata dari model yang sudah dibangun serta digunakan untuk melakukan analisis dari hasil perhitungan yang didapatkan.

d. Validasi model

Validasi dilakukan untuk mengetahui tingkat kesesuaian model yang telah dibangun dengan sistem yang dirancang serta untuk mengetahui kredibilitas model yang terbangun.

e. Analisis validasi model

Aktivitas ini merupakan tahap analisis dari validasi model, jika model valid maka aktivitas berlanjut ke aktivitas selanjutnya, jika model tidak valid maka aktivitas kembali ke aktivitas formulasi model untuk membangun kembali model yang sudah dibangun hingga didapatkan model yang valid.

f. Analisis sensitivitas

Analisis sensitivitas dilakukan untuk mengetahui tingkat sensitivitas solusi optimal terhadap perubahan-perubahan nilai parameternya.

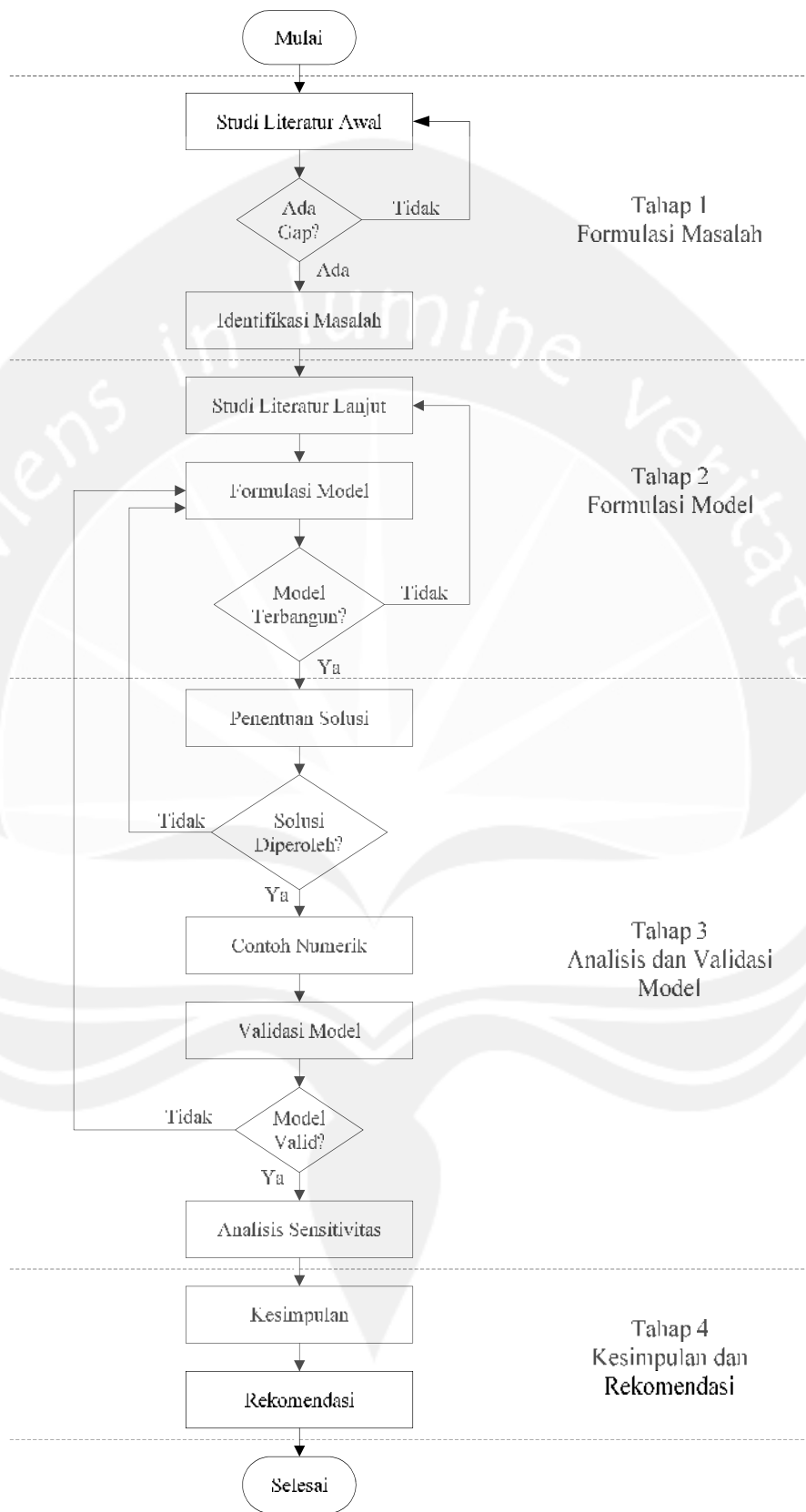
4. Tahap 4: Kesimpulan dan Rekomendasi

Tahap 4 merupakan tahap untuk mengambil kesimpulan dan memberikan rekomendasi atas model yang sudah dibangun.

a. Kesimpulan: merupakan simpulan dari aktivitas-aktivitas yang telah dilakukan. Aktivitas ini pada intinya mengambil kesimpulan apakah hasil yang didapatkan sesuai dengan tujuannya.

b. Rekomendasi: Rekomendasi merupakan aktivitas lanjutan untuk memberikan rekomendasi terhadap pembaca untuk model yang telah dibangun baik itu dalam menggunakan model yang telah dibangun atau untuk mengembangkan model tersebut.

Tahapan-tahapan metodologi penelitian di atas secara ringkas dapat dilihat pada *flowchart* metodologi penelitian. Gambar 1.1 menunjukkan *flowchart* metodologi penelitian yang akan dilakukan pada penelitian ini.



Gambar 1.1 *Flowchart* Metodologi Penelitian

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

EPQ merupakan model persediaan yang digunakan untuk menentukan kuantitas produksi yang ekonomis. Pendekatan tradisional mengenai EPQ selalu mengasumsikan bahwa produk yang dihasilkan selama proses produksi memiliki kualitas yang sempurna sehingga tidak ada produk cacat yang dihasilkan selama produksi berlangsung. Pada kondisi ini, model EPQ yang dibangun tidak mempertimbangkan adanya biaya yang harus ditanggung karena memproduksi produk cacat (Ristono, 2009). Pada kenyataan yang terjadi di lapangan, produk yang dihasilkan tidak selalu memiliki kualitas yang sempurna. Hal ini biasanya disebabkan karena kondisi proses produksi yang menurun.

Penelitian mengenai EPQ pada sistem produksi tidak sempurna telah banyak dilakukan sebelumnya. Penelitian-penelitian tersebut dilakukan dengan mempertimbangkan satu KPS tidak sempurna, satu KPS tidak sempurna dengan menambahkan faktor resiko lainnya maupun dua KPS tidak sempurna. Bab ini berisi mengenai penelitian-penelitian terdahulu yang telah dilakukan oleh para peneliti dan penelitian saat ini yang dilakukan oleh penulis.

2.1. Model EPQ Pada Satu KPS Tidak Sempurna

Rosenblatt dan Lee (1986) telah mengembangkan model EPQ dengan mempertimbangkan sistem produksi tidak sempurna (satu KPS tidak sempurna). Mereka mengasumsikan bahwa proses produksi suatu saat akan menurun dan bergeser dari kondisi *in-control* ke kondisi *out-of-control*. Akibatnya, sistem produksi akan menghasilkan produk cacat dengan porsi tetap setelah proses produksi bergeser ke kondisi *out-of control*. Waktu pergeseran merupakan variabel acak yang mengikuti distribusi eksponensial. Model ini merupakan model persediaan probabilistik karena waktu pergeseran merupakan variabel acak dan mengikuti pola distribusi tertentu. Rosenblatt dan Lee (1986) mengembangkan

model dasar EPQ pada sistem produksi tidak sempurna dengan mengasumsikan bahwa selama kondisi *out-of-control*, produk cacat yang dihasilkan memiliki porsi tetap. Variabel keputusannya adalah waktu produksi optimal yang dapat meminimumkan total biaya tahunan. Mereka menggunakan pendekatan Maclaurin untuk mendapatkan total biaya tahunan. Waktu produksi optimal didapatkan dalam bentuk yang sederhana dari turunan pertama persamaan total biaya terhadap waktu produksi optimal dan membuat nilainya sama dengan 0. Model dasar tersebut kemudian mereka kembangkan dengan pertimbangan bahwa selama kondisi *out-of-control* produk cacat yang dihasilkan akan meningkat secara linier dan eksponensial.

Kim dan Hong (1999) mengembangkan model Rosenblatt dan Lee (1986) dengan mengasumsikan bahwa waktu pergeseran merupakan variabel acak yang mengikuti distribusi bebas. Seperti Rosenblatt dan Lee (1986), model dasar yang mereka kembangkan adalah dengan mengasumsikan bahwa selama kondisi *out-of-control* sistem akan menghasilkan produk cacat dengan porsi tetap. Variabel keputusannya adalah waktu produksi optimal yang dapat meminimumkan total biaya per unit waktu. Variabel keputusan tidak dapat ditemukan secara langsung dan dalam bentuk yang sederhana, namun dapat dicari dengan pendekatan numerik. Model dasar tersebut mereka kembangkan dengan mengasumsikan bahwa selama kondisi *out-of-control* produk cacat yang dihasilkan meningkat secara linier dan eksponensial.

Ouyang dan Chang (2000) mengembangkan model Rosenblatt dan Lee (1986) dengan memasukkan *backorder* dan variabel *lead time* pada rentang yang terbatas. Kehabisan persediaan mengakibatkan terjadinya *backorder* yang akan dipenuhi pada proses selanjutnya. Kondisi ini mengakibatkan adanya biaya tambahan yang berupa biaya kehabisan persediaan (*shortage cost*), sehingga selain *set-up cost*, *holding cost* dan *defective cost* masih ada tambahan biaya lain yang harus dimasukkan yaitu *shortage cost*.

Chung dan Hou (2003) mengembangkan model Rosenblatt dan Lee (1986) serta Kim dan Hong (1999) dengan mempertimbangkan adanya *shortage*. Mereka mengembangkan model untuk menentukan waktu produksi optimal pada sistem

produksi tidak sempurna dan memperbolehkan adanya *shortage*. Mereka menganggap bahwa *shortage* pada persediaan merupakan fenomena umum yang bisa saja terjadi karena berbagai ketidakpastian dalam permintaan. Waktu produksi optimal tidak dapat ditentukan secara langsung dan dalam bentuk yang sederhana, namun dapat dicari dengan salah satu metode numerik yaitu dengan metode Biseksi.

2.2. Model EPQ Pada Dua KPS Tidak Sempurna

Model-model EPQ yang dikembangkan pada penelitian-penelitian di atas hanya mempertimbangkan satu KPS tidak sempurna. Lin dan Gong (2011) mengembangkan model Rosenblatt dan Lee (1986) dengan mempertimbangkan dua KPS tidak sempurna dan dengan periode perencanaan tidak terbatas. Kedua KPS akan mengalami pergeseran dari kondisi *in-control* ke kondisi *out-of-control* selama proses produksi berlangsung. Waktu pergeseran masing-masing KPS merupakan variabel acak yang mengikuti distribusi eksponensial, sehingga kedua KPS akan mengikuti *joint bivariate exponential distribution*. Masing-masing KPS akan memiliki pengaruh yang berbeda terhadap produk cacat yang dihasilkan, sehingga pada kasus ini terdapat tiga kondisi yang berbeda. Kondisi pertama terjadi ketika KPS pertama mengalami pergeseran ke kondisi *out-of-control* sehingga menghasilkan produk cacat dengan prosentase tertentu. Kondisi kedua terjadi ketika KPS kedua mengalami pergeseran ke kondisi *out-of-control* sehingga menghasilkan produk cacat dengan prosentase tertentu. Kondisi ketiga terjadi ketika kedua KPS mengalami pergeseran ke kondisi *out-of-control* sehingga menghasilkan produk cacat dengan prosentase tertentu. Model yang dikembangkan Lin dan Gong (2011) bertujuan untuk menentukan waktu produksi optimal yang dapat meminimumkan ekspektasi total biaya per unit waktu dengan memasukkan komponen *set-up cost*, *holding cost* dan *defective cost*. Ekspektasi total biaya per unit waktu didapatkan dengan pendekatan Maclaurin. Waktu produksi optimal didapatkan dengan dua pendekatan. Pendekatan pertama dengan menghilangkan salah satu komponen pada persamaan ekspektasi total biaya per unit waktu. Pendekatan kedua dilakukan dengan

menggunakan pendekatan metode numerik untuk mencari akar persamaan, yaitu dengan metode Biseksi. Model Lin dan Gong (2011) tersebut kemudian dikembangkan oleh Ai dkk. (2012). Mereka mengembangkan model Lin dan Gong (2011) dengan menggunakan periode perencanaan terbatas.

2.3. Penelitian Saat Ini

Penelitian yang telah dilakukan Lin dan Gong (2011) serta Ai dkk. (2012) tidak mempertimbangkan adanya faktor lain dalam pemodelan mereka. Penelitian saat ini merupakan penelitian mengenai pemodelan EPQ pada dua KPS tidak sempurna dan mempertimbangkan faktor lain yaitu dengan memperbolehkan adanya *shortage* serta menggunakan periode perencanaan tidak terbatas.

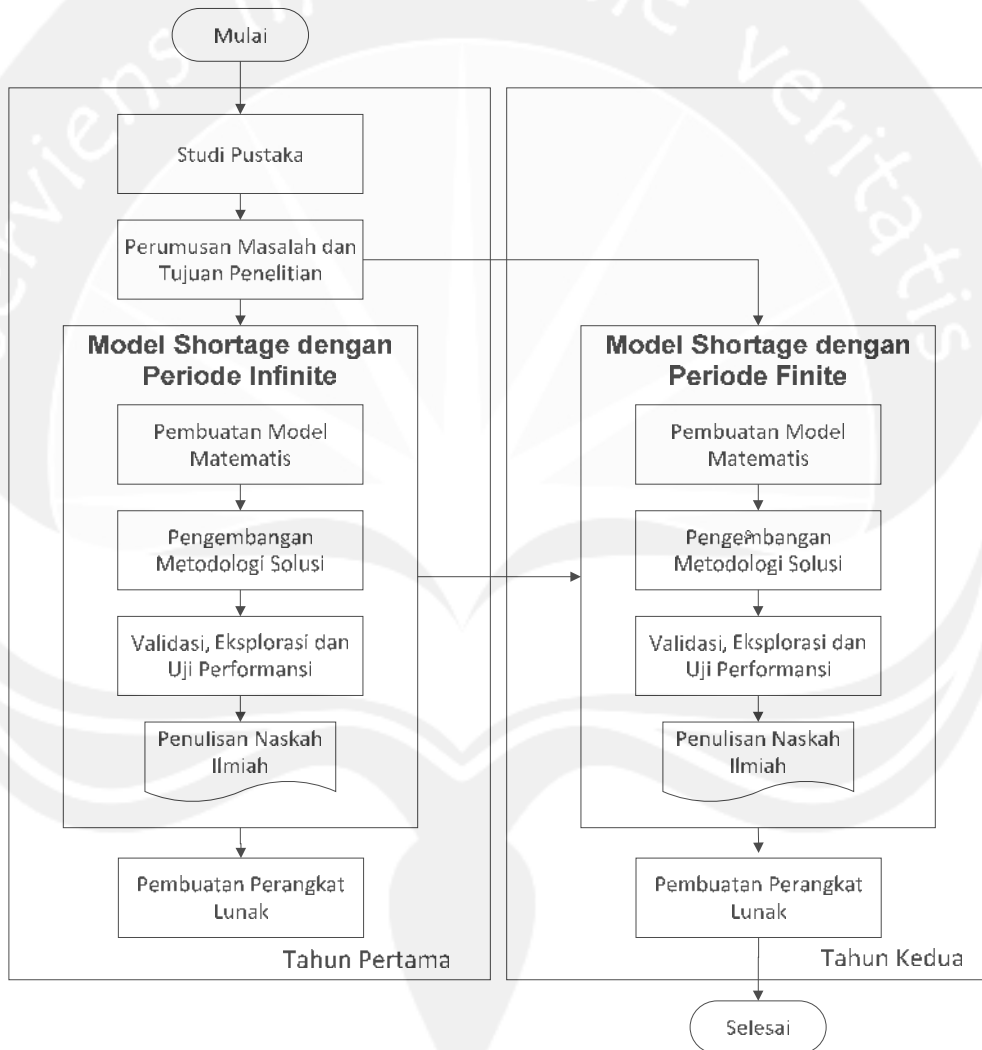
Kedua KPS akan bergeser dari kondisi *in-control* ke kondisi *out-of-control*, di mana waktu pergeseran kedua KPS merupakan dua variabel acak yang mengikuti *joint bivariate exponential distribution*. Pada sistem yang seperti itu, model persediaan yang dibangun merupakan model persediaan probabilistik. Masing-masing KPS akan memiliki pengaruh yang berbeda terhadap produk cacat yang dihasilkan pada saat KPS tersebut dalam kondisi *out-of-control*, sehingga akan memiliki tiga kondisi yang berbeda seperti pada Lin dan Gong (2011).

Pada penelitian ini *shortage* dipenuhi dengan cara 100% *backorder*. Pada kondisi ini, *shortage* memang disengaja atau sudah dapat diduga sebelumnya. Hal ini terjadi karena nilai persediaan per unit sangat tinggi sehingga akan berdampak pada semakin tingginya biaya persediaan. Biaya persediaan yang tinggi tentu saja mengundang resiko yang tidak kecil (Siswanto, 1985). Hal ini mengakibatkan perusahaan merencanakan adanya kehabisan persediaan untuk mengurangi biaya persediaan.

Pemodelan yang telah dilakukan Lin dan Gong (2011) menjadi dasar dalam penelitian ini dengan menambahkan komponen resiko lain berupa *shortage* seperti pada penelitian yang telah dilakukan oleh Chung dan Hou (2003). Variabel keputusan pada penelitian ini adalah waktu produksi optimal yang dapat meminimumkan ekspektasi total biaya per unit waktu. Ekspektasi total biaya per unit waktu terdiri dari *set-up cost*, *holding cost*, *defective cost*, dan *shortage cost*.

2.4. Peta Dan Tahapan Penelitian

Penelitian dilakukan selama 2 tahun, yang dibagi menjadi 2 tahap, yaitu penelitian tahap pertama (Tahun I) dan tahap kedua (Tahun II). Langkah-langkah penelitian secara menyeluruh, urutannya dan hubungan antar langkah, secara skematis ditunjukkan Gambar 3.1. Setiap langkah akan dijelaskan pada bagian berikut ini.



Gambar 2.1. Peta Jalan dan Tahapan Penelitian

2.5. STUDI PUSTAKA

Studi pustaka dilakukan dalam bidang pemodelan EPQ dalam sistem produksi yang tidak sempurna. Banyak penelitian terdahulu telah dapat ditemukan dalam bidang ini, dan hasilnya telah dapat disarikan dalam Bab II di atas. Studi pustaka di atas menunjukkan bahwa meskipun telah banyak penelitian dilakukan dalam bidang EPQ dalam sistem produksi yang tidak sempurna, akan tetapi tidak ada satupun pustaka ditemukan untuk pengembangan model berbasis EPQ untuk kasus lebih dari satu sub sistem produksi yang tidak sempurna. Terlebih dari hal itu, kondisi *shortage* juga belum dilibatkan dalam pengembangan model berbasis EPQ untuk lebih dari satu sub sistem produksi tidak sempurna. Studi pustaka ini memotivasi penulis untuk lebih jauh mengeksplorasi kekosongan di dalam bidang ini.

2.6. PERUMUSAN MASALAH DAN TUJUAN PENELITIAN

Setelah studi pustaka selesai dilakukan, masalah yang dikaji dalam penelitian ini dapat dirumuskan beserta tujuan dari penelitian ini. Seperti telah dituliskan sebelumnya dalam Bab I, tujuan penelitian ini adalah mendapatkan model matematis dan metodologi solusi untuk menentukan kuantitas produksi pada sistem produksi dengan lebih dari satu sub sistem produksi dengan kondisi tidak sempurna dan mempertimbangkan *shortage*. Penelitian dibagi menjadi dua tahap, masing-masing dikerjakan dalam waktu satu tahun dengan fokus permasalahan yang berbeda.

Pada tahun pertama, masalah yang dikaji adalah penentuan kuantitas produksi pada sistem produksi dengan lebih dari satu sub sistem produksi dengan kondisi tidak sempurna dan mempertimbangkan *shortage dengan periode produksi yang infinite (tak terbatas)*. Masalah ini mengasumsikan bahwa produk yang dihasilkan oleh sistem produksi tersebut mempunyai permintaan yang stabil dan umur produknya sangat panjang atau diasumsikan tak berhingga.

Sedangkan pada tahun kedua, masalah yang dikaji adalah penentuan kuantitas produksi pada sistem produksi dengan lebih dari satu sub sistem produksi dengan kondisi tidak sempurna dan mempertimbangkan *shortage*

dengan periode produksi yang *finite* (terbatas). Berbeda dengan masalah yang dikaji dalam tahun pertama, masalah ini mengasumsikan bahwa produk yang dihasilkan oleh sistem produksi tersebut hanya memiliki umur produk yang pendek, sehingga hanya perlu untuk diproduksi dalam periode yang terbatas.

Meskipun secara definisi kedua masalah yang dikaji tersebut tidak terlalu jauh berbeda, namun secara matematis keduanya mempunyai perbedaan formulasi yang sangat signifikan. Sehingga, keduanya perlu untuk dipelajari dan dikembangkan secara terpisah.

2.7. PENELITIAN TAHUN PERTAMA

Penelitian tahun pertama mempunyai tujuan untuk mendapatkan model matematis dan metodologi solusi untuk menentukan kuantitas produksi pada sistem produksi dengan lebih dari satu sub sistem produksi dengan kondisi tidak sempurna dan mempertimbangkan *shortage* dengan periode produksi yang *infinite*. Empat tahap utama perlu dilakukan dalam penelitian tahun pertama ini yaitu pembuatan model matematis, pengembangan metodologi solusi, validasi – eksplorasi – uji performansi, dan penulisan naskah ilmiah.

Dalam pembuatan model matematis, model acuan yang digunakan sebagai referensi adalah model klasik EPQ seperti yang dapat dilihat dalam Silver dkk. (1998). Untuk dapat menggambarkan waktu pergeseran dari sub sistem produksi yang tidak sempurna secara matematis, didefinisikan suatu variabel random X yang merupakan waktu pergeseran dari sub sistem produksi yang pertama dan variabel random Y yang merupakan waktu pergeseran dari sub sistem produksi yang kedua. X dan Y dapat diasumsikan distribusi eksponensial bivariat gabungan seperti yang diusulkan oleh Marshall dan Olkin (1967). Didefinisikan $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12}$, maka distribusi gabungan X dan Y adalah

$$\bar{F}_{X,Y}(x,y) = \Pr\{X > x, Y > y\} = \frac{1}{\lambda} [(\lambda_1 + \lambda_2)\bar{F}_A(x,y) + \lambda_{12}\bar{F}_S(x,y)] \quad (1)$$

Fungsi tujuan dari model matematis yang disusun nantinya adalah menentukan waktu produksi optimal τ yang meminimumkan $Z(\tau)$, ekspektasi biaya total per unit waktu yang terdiri dari biaya setup, biaya simpan, biaya

shortage dan biaya produk cacat. Proses pemodelan akan menggunakan beberapa teknik aproksimasi numeris, diantaranya deret MacLaurin untuk mengaproksimasikan fungsi eksponensial yang muncul dalam persamaan.

Metodologi solusi dikembangkan dengan menggunakan cara analitis eksak. Akan tetapi tidak menutup kemungkinan bahwa metode numeris digunakan untuk mencari solusi dari model, misalnya dengan metode *bisection* atau metode metaheuristik lain seperti *particle swarm optimization*. Untuk membantu proses penjabaran matematis, perangkat lunak MathCAD digunakan dalam penelitian ini. Sedangkan untuk mengimplementasikan metode numeris, perangkat lunak SharpDevelop digunakan untuk membuat program computer dalam bahasa C#.

Setelah model matematis dan metodologi solusi selesai dikembangkan, keduanya divalidasi dan dieksplorasi. Observasi dan pengambilan data di suatu industri manufaktur diperlukan untuk mendapatkan kasus permasalahan nyata yang dijumpai dalam industri. Di akhir penelitian, hasil-hasil yang telah diperoleh dapat dituliskan menjadi beberapa naskah ilmiah yang siap dipublikasikan dalam jurnal dan seminar internasional. Selain itu perangkat lunak untuk kasus ini juga dikembangkan dan dibuat.

2.8. PENELITIAN TAHUN KEDUA

Penelitian tahun kedua ini merupakan lanjutan dari penelitian pada tahun pertama. Seperti telah disebutkan sebelumnya, masalah yang dikaji pada tahun kedua serupa dengan masalah yang dikaji pada tahun pertama. Akan tetapi, periode produksi yang dikaji pada tahun kedua adalah periode produksi yang terbatas. Perubahan ini mengakibatkan terjadinya perubahan fungsi tujuan dari model yang disusun, yaitu menentukan jumlah siklus produksi n yang meminimumkan $Z(n)$, ekspektasi biaya total per unit waktu yang terdiri dari biaya setup, biaya simpan, biaya *shortage* dan biaya produk cacat.

Pada prinsipnya tahap utama yang harus dijalani dalam penelitian tahun kedua sama dengan tahap utama dalam penelitian tahun pertama yaitu pembuatan model matematis, pengembangan metodologi solusi, validasi – eksplorasi – uji performansi, dan penulisan naskah ilmiah serta pembuatan perangkat lunak.

BAB 3

LANDASAN TEORI

3.1. Persediaan

Ristono (2009) mengatakan bahwa persediaan atau inventori dapat diartikan sebagai barang-barang yang disimpan untuk digunakan atau dijual pada masa atau periode yang akan datang. Persediaan juga dapat diartikan sebagai suatu teknik untuk manajemen material yang berkaitan dengan persediaan. Manajemen material dalam persediaan dilakukan dengan beberapa input yang digunakan, seperti laju produksi, permintaan (*demand*) serta berbagai komponen biaya yang berhubungan.

3.1.1. Pengelolaan Persediaan

Persediaan merupakan suatu hal penting yang menentukan kelancaran produksi dan penjualan. Pentingnya persediaan ini mengakibatkan persediaan harus dikelola secara tepat sehingga diperoleh penghematan-penghematan untuk persediaan yang akan mempengaruhi tingkat keuntungan perusahaan. Dalam hal ini, perusahaan harus dapat menentukan jumlah persediaan optimal, sehingga di satu sisi kontinuitas produksi dapat terjaga dan pada sisi lain perusahaan dapat memperoleh keuntungan karena dapat memenuhi setiap permintaan yang datang (Ristono, 2009).

Selain hal di atas, pengelolaan persediaan menjadi penting karena kebanyakan perusahaan menanamkan sebagian besar investasinya dalam sistem persediaan (Heizer dan Render, 2005). Lebih lanjut, Heizer dan Render (2005) mengatakan bahwa lebih dari 50% total modal investasi suatu perusahaan ditanamkan pada bagian persediaan. Hal ini menunjukkan bahwa persediaan perlu dikelola secara tepat sehingga dapat melakukan penghematan-penghematan untuk meningkatkan keuntungan perusahaan.

Ristono (2009) mendefinisikan pengelolaan persediaan sebagai kegiatan dalam memperkirakan jumlah persediaan yang tepat dengan jumlah yang tidak

terlalu besar dan tidak pula kurang sedikit dibandingkan dengan kebutuhan atau permintaan. Berdasarkan pengertian tersebut, Ristono (2009) mendefinisikan beberapa tujuan dari pengelolaan persediaan, diantaranya adalah:

1. Untuk dapat memenuhi kebutuhan dan permintaan konsumen dengan cepat (memuaskan konsumen).
2. Untuk menjaga kontinuitas produksi atau menjaga agar perusahaan tidak mengalami kehabisan persediaan yang mengakibatkan terhentinya proses produksi, hal ini dikarenakan:
 - a. Kemungkinan barang (bahan baku atau penolong) menjadi langka sehingga sulit diperoleh.
 - b. Kemungkinan *supplier* terlambat mengirimkan barang yang dipesan.
3. Untuk mempertahankan dan meningkatkan penjualan dan laba perusahaan.
4. Menjaga agar pembelian dalam volume kecil dan frekuensi sering dapat dihindari, karena dapat mengakibatkan ongkos pesan menjadi besar.
5. Menjaga supaya penyimpanan dalam *emplacement* tidak dalam volume besar, karena akan mengakibatkan biaya menjadi besar.

Pengelolaan persediaan perlu diperhatikan karena juga berkaitan langsung dengan biaya yang harus ditanggung perusahaan sebagai akibat adanya persediaan. Persediaan harus seimbang dengan kebutuhan. Persediaan yang terlalu banyak akan mengakibatkan perusahaan harus menanggung biaya resiko kerusakan dan biaya penyimpanan yang tinggi di samping biaya investasi yang besar. Persediaan yang kurang akan berakibat pada terganggunya kelancaran dalam proses produksi atau permintaan konsumen tidak dapat dipenuhi, sehingga akan menimbulkan biaya ekstra karena kekurangan persediaan. Oleh sebab itu, perusahaan perlu mengusahakan terwujudnya keseimbangan dalam pengadaan persediaan, sehingga biaya dapat ditekan seminimal mungkin dan dapat memperlancar jalannya proses produksi (Ristono, 2009).

3.1.2. Biaya Persediaan

Biaya persediaan merupakan salah satu faktor yang penting dalam persediaan. Bahagia (2003) mengatakan bahwa salah satu ukuran kinerja

persediaan adalah biaya persediaan itu sendiri. Ristono (2009) mengatakan bahwa persediaan merupakan suatu model yang umum digunakan untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan pengendalian berbagai jenis persediaan dalam suatu aktivitas perusahaan. Model persediaan ini memiliki ciri khas yaitu solusi optimalnya difokuskan untuk menjamin persediaan dengan biaya yang serendah-rendahnya.

Biaya persediaan adalah semua pengeluaran dan atau kerugian yang timbul sebagai akibat dari adanya persediaan, baik berupa pengeluaran yang secara akuntansi dapat dipertanggungjawabkan (*tangible cost*) maupun biaya kesempatan yang hilang (*opportunity cost*) sebagai akibat dari tidak tersedianya persediaan selama periode perencanaan tertentu. Komponen biaya persediaan terdiri dari biaya pembelian, biaya pengadaan, biaya simpan, biaya kekurangan persediaan, dan biaya sistemik (Bahagia, 2003).

1. Biaya pembelian (*purchasing cost*): Biaya pembelian adalah biaya yang dikeluarkan untuk membeli barang persediaan. Pada kebanyakan teori tentang pemodelan persediaan, elemen biaya pembelian ini tidak dimasukkan ke dalam biaya persediaan. Hal ini disebabkan karena diasumsikan bahwa harga satuan barang tidak dipengaruhi oleh jumlah barang yang dibeli sehingga biaya pembelian selama periode perencanaan tertentu konstan. Hal ini secara matematis tidak akan mempengaruhi jawaban optimal dari variabel keputusan yang dicari.
2. Biaya pengadaan (*procurement cost*): Biaya pengadaan adalah biaya yang harus dikeluarkan untuk setiap proses pengadaan barang. Berdasarkan asal-usul barangnya, biaya ini dibedakan menjadi dua, yaitu:
 - a. Biaya pemesanan (*order cost*): adalah semua pengeluaran yang ditimbulkan untuk mendatangkan barang dari luar sistem, seperti biaya menentukan pemasok, biaya pemeriksaan persediaan
 - b. Biaya persiapan (*set-up cost*): adalah semua pengeluaran yang ditimbulkan untuk persiapan memproduksi barang (barang dari dalam sistem), seperti biaya *setting* mesin, biaya dalam mempersiapkan gambar kerja, dan lainnya.

3. Biaya simpan (*holding cost*): Biaya simpan adalah semua pengeluaran yang timbul akibat penyimpanan barang. Biaya ini terdiri dari biaya memiliki persediaan, biaya gudang, biaya kerusakan dan penyusutan, biaya kadaluarsa, biaya administrasi, biaya lain-lain.
- a. Biaya memiliki persediaan: Barang yang menumpuk di gudang bukanlah sesuatu yang gratis, tetapi mempunyai nilai. Hal ini menunjukkan bahwa penumpukan barang di gudang berarti penumpukan modal, dan modal perusahaan memiliki biaya yang diukur dengan suku bunga uang di bang (*interest rate*), biaya modal (*capital cost*), atau tingkat keuntungan (*profit*).
 - b. Biaya gudang (*storage cost*): Barang yang disimpan memerlukan tempat dan fasilitas untuk penyimpanan (gudang), oleh sebab itu akan menimbulkan biaya gudang. Gudang di sini berarti semua fasilitas dan peralatan yang digunakan untuk menyimpan dan menjaga barang agar dapat dipergunakan sesuai fungsinya. Biaya gudang dapat berupa biaya sewa jika fasilitas dan peralatannya merupakan sewaan atau biaya depresiasi jika fasilitas dan peralatannya milik sendiri.
 - c. Biaya kerusakan dan penyusutan: Biaya ini ditimbulkan karena barang mengalami kerusakan atau penyusutan baik dari segi berat yang berkurang maupun jumlahnya.
 - d. Biaya kadaluarsa (*obsolescence cost*): Biaya ini ditimbulkan karena menurunnya nilai jual suatu barang karena adanya model yang lebih baru.
 - e. Biaya asuransi (*insurance cost*): Biaya asuransi merupakan biaya yang ditimbulkan untuk mengasuransikan suatu barang. Hal ini dilakukan untuk menjaga barang terhadap hal-hal yang tidak diinginkan seperti kebakaran, huru-hara dan lainnya.
 - f. Biaya administrasi (*administration cost*)
Biaya ini dikeluarkan selama proses administrasi barang persediaan yang ada, baik pada saat pemesanan, penerimaan, penyimpanan maupun pengeluaran.
 - g. Biaya lain-lain

Biaya lain-lain adalah semua biaya penyimpanan yang belum dimasukkan ke dalam elemen biaya di atas, biasanya bergantung pada situasi dan kondisi perusahaan.

4. Biaya kekurangan (*shortage cost*): Kekurangan persediaan terjadi pada saat dijumpai tidak adanya barang pada saat diminta. Hal ini sering disebut dengan *shortage*. Keadaan ini akan menimbulkan kerugian karena proses produksi menjadi terganggu dan kesempatan untuk mendapatkan keuntungan menjadi hilang. Satu hal penting yang perlu diperhatikan sebagai akibat dari keadaan ini adalah beralihnya konsumen ke tempat lain. Hal ini merupakan kerugian yang tak ternilai. Biaya kekurangan persediaan dapat diukur berdasarkan atas:

- a. Kuantitas yang tidak dapat dipenuhi

Kuantitas yang tidak dapat dipenuhi biasanya diukur dari keuntungan yang hilang karena tidak dapat memenuhi barang yang diminta atau dari kerugian akibat terhentinya proses produksi (satuan uang/unit).

- b. Waktu pemenuhan

Lama waktu gudang kosong akan berarti lamanya proses produksi terhenti ataupun lamanya perusahaan tidak dapat menikmati keuntungan. Oleh sebab itu, waktu dapat diartikan sebagai uang yang hilang. Biaya yang ditimbulkan oleh keadaan ini dapat diukur berdasarkan waktu yang diperlukan untuk memenuhi gudang yang biasanya dinyatakan dalam satuan uang/satuan waktu.

- c. Ongkos pemesanan darurat

Pemesanan darurat (*backorder*) dilakukan untuk menjaga agar pemakai atau konsumen tidak kecewa, namun hal ini akan menimbulkan biaya yang lebih besar dari pengadaan normal. Kelebihan biaya ini dapat dijadikan ukuran dalam menentukan biaya kekurangan persediaan, biasanya dinyatakan dalam satuan uang/setiap kali kekurangan.

5. Biaya sistemik

Biaya sistemik adalah biaya yang diperlukan untuk membangun dan memperbaiki sistem persediaan. Biaya ini meliputi biaya perancangan,

perencanaan, instalasi sistem persediaan, biaya pengadaan peralatan dan biaya melatih tenaga kerja untuk mengoperasikan sistem tersebut. Biaya ini biasanya akan didepresiasi atau diamortisasikan selama umur ekonomisnya, sehingga biaya ini dianggap tetap untuk suatu periode waktu tertentu.

Satu hal yang perlu diperhatikan dalam identifikasi biaya persediaan adalah adanya perbedaan pengertian antara biaya persediaan aktual yang dihitung secara akuntansi dan biaya persediaan yang digunakan dalam menentukan kebijakan persediaan. Dalam penentuan kebijakan persediaan, biaya persediaan yang diperhitungkan hanyalah biaya-biaya yang bersifat variabel, sedangkan biaya yang bersifat tetap tidak akan mempengaruhi hasil optimal yang diperoleh sehingga keberadaannya tidak harus diperhitungkan dalam pemodelannya (Bahagia, 2003).

3.3. Shortage

Kekurangan atau kehabisan persediaan (*shortage*) merupakan suatu kondisi di mana tidak ada persediaan pada saat terjadi pesanan. Perusahaan harus menanggung biaya atas kekurangan persediaan tersebut (*shortage cost*). Menurut Bahagia (2003) dan Ristono (2009), keadaan ini akan menimbulkan dua kondisi, yaitu:

1. *Backorder*: *Backorder* adalah melakukan pemesanan darurat untuk memenuhi kekurangan persediaan tersebut. *Backorder* ini akan menimbulkan biaya-biaya tambahan yang harus ditanggung, di mana biaya ini biasanya lebih mahal dari pemesanan normal karena harus dilakukan pemrosesan dengan percepatan atau penanganan khusus. *Backorder* merupakan permintaan yang tidak dapat dipenuhi pada saat sekarang, tetapi kemudian dipenuhi pada periode yang akan datang. Pada situasi ini, perusahaan tidak kehilangan penjualan ketika persediaan habis karena konsumen mau untuk menunggu.
2. *Loss opportunity*: *Loss opportunity* adalah suatu kondisi di mana konsumen tidak mau menunggu karena persediaan habis sehingga perusahaan kehilangan kesempatan untuk mendapatkan laba.

3.3. *Economic Production Quantity (EPQ)*

Model persediaan sederhana yang mengasumsikan bahwa keseluruhan *order* atau pesanan diterima pada suatu waktu dengan segera atau secara langsung tanpa bertahap merupakan suatu anggapan yang sering tidak benar. Pada kenyataannya di lapangan, produk yang diproduksi akan ditambahkan untuk mengisi persediaan secara bertahap atau berangsur-angsur bukan terjadi secara tiba-tiba atau serentak. Hal ini disebabkan oleh mesin produksi yang dimiliki terbatas dan berproses secara berangsur pula (Ristono, 2009). Oleh sebab itu, model persediaan perlu dikembangkan untuk dapat menentukan kuantitas produksi yang ekonomis bagi manufaktur atau *Economic Production Quantity (EPQ)*, sehingga dapat meminimasi total biaya persediaan.

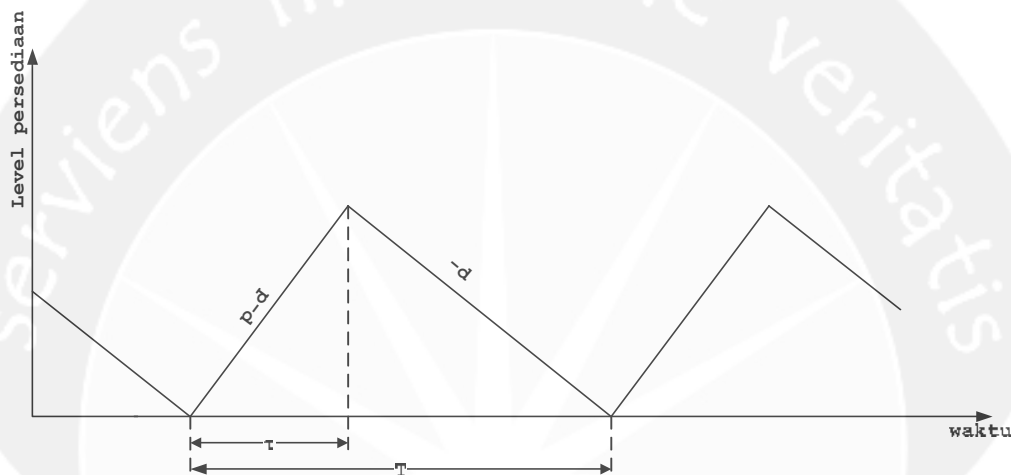
EPQ merupakan suatu model persediaan di mana pemakaiannya terjadi pada perusahaan yang bahan baku atau komponennya dibuat sendiri oleh perusahaan. EPQ merupakan pengembangan model persediaan dengan mempertimbangkan adanya laju produksi atau laju kedatangan barang secara *uniform* atau seragam. Hal ini biasanya terjadi di dalam sistem manufaktur di mana hasil produksi suatu stasiun kerja akan menjadi masukan bagi stasiun kerja yang lain (Bahagia, 2003).

Model persediaan dengan laju produksi, sangat biasa terjadi pada *buffer stock* yang terdapat pada tiap departemen atau mesin produksi. Sistem produksi atau manufaktur tersebut biasanya memiliki tipe *batch*, sehingga produk sering dibuat untuk dimasukkan ke *stock* dengan ukuran lot kelompok atau *batch*. Persediaan yang ada di *buffer stock* akan menerima barang pesanan dari departemen sebelumnya secara bertahap sehingga memiliki laju atau kecepatan kedatangan (Ristono, 2009).

EPQ mengasumsikan bahwa penambahan persediaan berlangsung secara bertahap atau berangsur-angsur berlanjut ke *stock* (pengisian kembali memiliki sifat terbatas) di atas periode produksi. Pengisian kembali memiliki sifat terbatas, ini berakibat pada tingkat persediaan tidak akan pernah sama besar dengan jumlah ukuran pemesanan. Hal ini disebabkan konsumsi sekaligus produksi akan secara serentak terjadi sepanjang periode produksi (Ristono, 2009).

3.3.1 Model EPQ Sederhana

Model EPQ sederhana merupakan suatu model EPQ pada kondisi sistem produksi sempurna dan tidak mempertimbangkan faktor-faktor lainnya seperti *shortage*, *time value of money*, kebijakan inspeksi dan lain sebagainya. Biaya variabel yang mempengaruhi total biaya persediaan pada model ini adalah *set-up cost* dan *holding cost* (Ristono, 2009).



Gambar 3.1 Grafik EPQ Sederhana (Sumber: Ristono, 2009)

Gambar 3.1 menunjukkan grafik EPQ di mana produksi berlangsung selama τ . p menunjukkan tingkat produksi dan d menunjukkan tingkat permintaan, di mana tingkat produksi selalu lebih besar dari tingkat permintaannya. Selama produksi berlangsung, persediaan akan terus meningkat dengan laju $p - d$. Setelah periode τ , produksi berhenti dan persediaan berkurang sesuai laju permintaan sebesar d .

Pada model EPQ tanpa *shortage* atau diperbolehkan adanya *shortage* dengan pemenuhan kekurangan dengan cara 100% *backorder*, jumlah item yang diproduksi selama waktu produksi akan sama dengan jumlah permintaan selama siklus produksi. Hal tersebut dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$T = \frac{p\tau}{d}$$

$$p\tau = dT \quad (3.1)$$

1. *Set-up cost*

Set-up cost per unit waktu:

$$\frac{A}{T} = \frac{Ad}{p\tau} \quad (3.2)$$

2. *Holding Cost*

Holding cost per unit waktu:

$$h\bar{I}(\tau) = \frac{hT(p-d)\tau}{2T}$$

$$= \frac{h(p-d)\tau}{2} \quad (3.3)$$

Total biaya persediaan per unit waktu $Z(\tau)$ adalah:

$$Z(\tau) = \frac{Ad}{p\tau} + \frac{h(p-d)\tau}{2} \quad (3.4)$$

Pemodelan ini bertujuan untuk menentukan waktu produksi optimal (τ^*) yang dapat meminimumkan total biaya persediaan $Z(\tau)$. τ^* didapat dari turunan pertama $Z(\tau)$ terhadap τ dan membuat nilainya sama dengan 0.

$$\frac{dZ(\tau)}{d\tau} = 0$$

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{Ad}{p\tau} + \frac{h(p-d)\tau}{2} \right) = 0$$

$$-\frac{Ad}{p\tau^2} + \frac{h(p-d)}{2} = 0$$

$$\tau^2 = \frac{2Ad}{hp(p-d)}$$

$$\tau^* = \sqrt{\frac{2Ad}{hp(p-d)}} \quad (3.5)$$

di mana:

d = tingkat permintaan (unit/waktu), konstan dan kontinu

p = tingkat produksi (unit/waktu), $p > d$

$I(\tau)$ = rata-rata persediaan (unit)

T = waktu siklus produksi untuk setiap lot produksi

τ = waktu produksi untuk setiap siklus produksi, $p\tau = dT$

A = biaya *set-up*

h = biaya simpan per unit waktu

$Z(\tau)$ = total biaya per unit waktu

3.3.2. Model EPQ Pada Sistem Produksi Tidak Sempurna

Model EPQ pada sistem produksi tidak sempurna merupakan suatu pengembangan model EPQ sederhana dengan mempertimbangkan bahwa suatu saat sistem produksi akan mengalami penurunan sehingga produk yang dihasilkan akan menjadi produk cacat. Pada pembahasan ini, penulis menggunakan jurnal Rosenblatt dan Lee (1986) sebagai referensi.

Rosenblatt dan Lee (1986) menjelaskan bahwa proses produksi tidak selalu berjalan sempurna atau dalam kondisi *in-control*, namun pada suatu saat kondisi sistem akan menurun dan bergeser ke kondisi *out-of-control*. Selama kondisi *out-of-control* tersebut, sistem akan menghasilkan sejumlah produk cacat sehingga akan ada biaya tambahan karena memproduksi produk cacat (*defective cost*). Waktu pergeseran (X) merupakan suatu variabel acak yang terdistribusi eksponensial dengan rata-rata $1/\lambda$. Model dasar yang mereka bangun menunjukkan bahwa pada kondisi *out-of-control*, sistem menghasilkan produk cacat dengan porsi tetap, kemudian mereka mengembangkan model tersebut dengan mengasumsikan bahwa selama kondisi *out-of-control* produk cacat yang dihasilkan mengalami peningkatan secara linier dan eksponensial.

Jumlah produk cacat pada setiap siklus produksi dilambangkan dengan $N(\tau)$. Jumlah produk cacat yang dihasilkan pada porsi tetap adalah:

$$N(\tau) = \begin{cases} 0 & \text{untuk } X \geq \tau \\ \alpha p(\tau - X) & \text{untuk } X < \tau \end{cases}$$

sehingga ekspektasi produk cacat yang dihasilkan, $E[N(\tau)]$:

$$E[N(\tau)] = \int_0^{\tau} \alpha p(\tau - x) \lambda \exp(-\lambda x) dx$$

$$= \alpha p \left[\tau + \left(\frac{1}{\lambda} \right) \exp(-\lambda\tau) - \left(\frac{1}{\lambda} \right) \right] \quad (3.6)$$

Ekspektasi total biaya per unit waktu terdiri dari *set-up cost*, *holding cost* dan *defective cost*.

$$\begin{aligned} Z(\tau) &= \frac{A}{T} + \frac{h\bar{I}(\tau)}{T} + \frac{\pi E[N(\tau)]}{T} \\ &= \frac{Ad}{p\tau} + \frac{hd\bar{I}(\tau)}{p\tau} + \frac{\pi dE[N(\tau)]}{p\tau} \\ &= \frac{Ad}{p\tau} + \frac{h(p-d)\tau}{2} + \frac{\pi d\alpha p \left[\tau + \left(\frac{1}{\lambda} \right) \exp(-\lambda\tau) - \left(\frac{1}{\lambda} \right) \right]}{p\tau} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Pada kebanyakan kasus, λ bernilai sangat kecil sehingga dapat didekati dengan pendekatan Maclaurin,

$$\exp(-\lambda\tau) \approx 1 - \lambda\tau + \frac{(\lambda\tau)^2}{2!} \quad (3.8)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (3.8) ke persamaan (3.7), maka didapatkan:

$$Z(\tau) \approx \frac{Ad}{p\tau} + \frac{h(p-d)\tau}{2} + \frac{\pi\alpha\lambda d\tau}{2} \quad (3.9)$$

Waktu produksi optimal (τ^*) didapatkan dari turunan pertama persamaan (3.9) terhadap τ dan membuat nilainya sama dengan 0, sehingga didapatkan:

$$\tau^* = \left\{ \frac{2Ad}{p[h(p-d) + \pi\alpha\lambda d]} \right\}^{1/2} \quad (3.10)$$

di mana:

X = waktu saat sistem produksi bergeser

α = prosentase produk cacat yang dihasilkan selama kondisi *out-of-control*

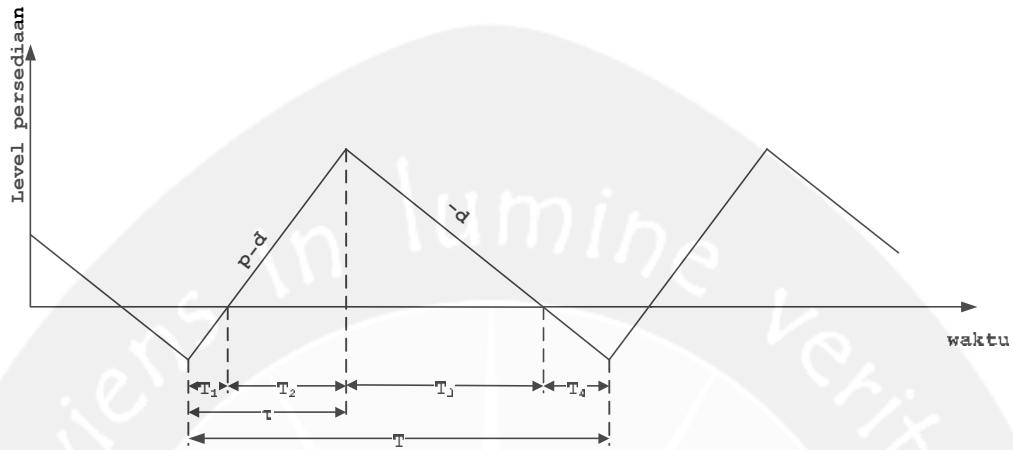
π = *defective cost* per unit waktu

$N(\tau)$ = jumlah produk cacat yang dihasilkan dalam suatu siklus produksi

3.3.3. Model EPQ Pada Sistem Produksi Tidak Sempurna dan Memperbolehkan Adanya *Shortage*

Model ini merupakan pengembangan dari model EPQ pada sistem produksi tidak sempurna dengan menambahkan kondisi di mana kekurangan atau kehabisan persediaan (*shortage*) diperbolehkan. Kekurangan persediaan ini

kemudian dipenuhi dengan pemesanan darurat (*backorder*). Penulis menggunakan jurnal Chung dan Hou (2003) sebagai referensi.



Gambar 3.2 Grafik EPQ dengan *Shortage* (Sumber: Chung dan Hou, 2003)

Gambar 3.2 memperlihatkan grafik EPQ dengan adanya *shortage* yang dipenuhi dengan 100% *backorder*. Persediaan akan meningkat dengan kecepatan $p - d$ selama τ . Pada periode T_1 , produksi digunakan untuk memenuhi *backorder* dan permintaan pada saat itu. Tingkat persediaan akan berkurang sebesar d selama periode T_3 dan T_4 . Ekspektasi total biaya per unit waktu terdiri dari *set-up cost*, *holding cost*, *backordering cost*, dan *defective cost*.

1. *Set-up cost*

Set-up cost per unit waktu:

$$\frac{A}{T} = \frac{Ad}{p\tau} \quad (3.11)$$

2. *Holding cost*

Holding cost terjadi selama periode T_2 dan T_3 pada setiap siklus, sehingga rata-rata persediaan $\bar{I}(T_1, \tau)$:

$$\begin{aligned} \bar{I}(T_1, \tau) &= \frac{[(p-d)(\tau - T_1)](T_2 + T_3)}{2T} \\ &= \frac{d \left[\frac{p}{d} (p-d)(\tau - T_1)^2 \right]}{2p\tau} \quad \left(\text{karena, } T_3 = \frac{(p-d)(\tau - T_1)}{d} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(p-d)(\tau - T_1)^2}{2\tau} \\
&= \frac{h(p-d)\tau}{2} - h(p-d)T_1 + \frac{h(p-d)T_1^2}{2\tau}
\end{aligned}$$

sehingga *holding cost* per unit waktu:

$$h\bar{I}(T_1, \tau) = \frac{h(p-d)\tau}{2} - h(p-d)T_1 + \frac{h(p-d)T_1^2}{2\tau} \quad (3.12)$$

3. Backordering cost

Backordering cost terjadi selama T_1 dan T_4 pada setiap siklus, sehingga rata-rata *backorder* $\bar{B}(T_1, \tau)$:

$$\begin{aligned}
\bar{B}(T_1, \tau) &= \frac{(p-d)T_1^2 + dT_4^2}{2T} \\
&= \frac{(p-d)T_1^2}{2T} + \frac{(p-d)^2T_1^2}{2dT} \quad (\text{karena, } dT_4 = (p-d)T_1)
\end{aligned}$$

$$\bar{B}(T_1, \tau) = \frac{(p-d)T_1^2}{2\tau}$$

sehingga *backordering cost* per unit waktu:

$$s\bar{B}(T_1, \tau) = \frac{s(p-d)T_1^2}{2\tau} \quad (3.13)$$

4. Defective cost

Defective cost per unit waktu:

$$\frac{\pi E[N(\tau)]}{T} = \frac{\pi d E[N(\tau)]}{p\tau} \quad (3.14)$$

di mana $E[N(\tau)]$ mengikuti persamaan (3.6).

Ekspektasi total biaya per unit waktu terdiri dari *set-up cost*, *holding cost*, *backordering cost*, *defective cost*.

$$\begin{aligned}
Z(T_1, \tau) &= \frac{Ad}{p\tau} + \frac{h(p-d)\tau}{2} - h(p-d)T_1 + \frac{h(p-d)T_1^2}{2\tau} + \frac{s(p-d)T_1^2}{2\tau} \\
&\quad + \frac{\pi d E[N(\tau)]}{p\tau} \\
&= \frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{\tau}{2} - T_1 \right] + (h+s) \left[\frac{(p-d)T_1^2}{2\tau} \right] + \frac{\pi d E[N(\tau)]}{p\tau} \quad (3.15)
\end{aligned}$$

T_1^* didapatkan dari turunan pertama $Z(T_1, \tau)$ terhadap T_1 dan membuat nilai persamaannya sama dengan 0,

$$T_1^* = \left(\frac{h}{h+s} \right) \tau \quad (3.16)$$

Kita substitusikan persamaan (3.16) ke persamaan (3.15), sehingga di dapatkan $Z(\tau)$:

$$Z(\tau) = \frac{Ad}{p\tau} + \frac{h(p-d)\tau}{2} \left(\frac{s}{h+s} \right) + \frac{\pi d E[N(\tau)]}{p\tau} \quad (3.17)$$

Chung dan Hou (2003) menggunakan beberapa pendekatan yang terdapat pada Kim dan Hong (1999) Untuk mendapatkan nilai τ^* , yaitu:

1. τ^* tidak dapat ditemukan secara langsung dan dalam bentuk yang sederhana, atau τ^* terletak diantara batas bawah τ_L dan batas atas τ_U .
2. Nilai τ^* pasti merupakan bilangan positif ($\tau^* > 0$), sehingga batas bawah ($\tau_L = 0$).
3. Nilai τ^* pada sistem produksi tidak sempurna akan selalu lebih kecil daripada τ^* pada sistem produksi sempurna atau EPQ sederhana, sehingga τ^* pada sistem produksi sempurna atau EPQ sederhana ini digunakan sebagai batas atas τ_U . Nilai τ^* pada EPQ sederhana ditunjukkan oleh:

$$\tau^* = \sqrt{\frac{2Ad}{hp(p-d)}}$$

Dengan membandingkan persamaan total biaya $Z(\tau)$ pada EPQ tanpa *shortage* dan dengan *shortage*, kita dapat menggantikan h dengan $hs/(h+s)$, sehingga:

$$\tau_U = \sqrt{\frac{2Ad}{p \left[hs \left(\frac{p-d}{h+s} \right) \right]}}$$

Berdasarkan pendekatan-pendekatan di atas, nilai τ^* terletak pada batas:

$$\tau_L < \tau^* < \tau_U$$

$$0 < \tau^* < \sqrt{\frac{2Ad}{p \left[hs \left(\frac{p-d}{h+s} \right) \right]}}$$

Selanjutnya τ^* dapat dicari dengan metode Biseksi.

Keterangan:

T_1 = waktu produksi ketika *backorder* dipenuhi

T_2 = waktu produksi ketika persediaan diadakan

T_3 = periode waktu ketika tidak ada produksi dan persediaan dihabiskan

T_4 = periode waktu ketika tidak ada produksi dan terjadi *shortage*

$\bar{B}(\tau, T_1)$ = rata-rata *backorder* (unit)

s = biaya *backorder* per unit waktu

3.3.4. Model EPQ Pada Dua Subsistem Produksi Inti (KPS) Tidak Sempurna

Model Rosenblatt dan Lee (1986) serta Chung dan Hou (2003) merupakan model EPQ dengan satu subsistem produksi tidak sempurna. Lin dan Gong (2011), mengembangkan model Rosenblatt dan Lee (1986) dengan mempertimbangkan dua subsistem produksi inti (KPS) tidak sempurna pada periode perencanaan tidak terbatas. Selama produksi berlangsung, masing-masing KPS akan mengalami pergeseran dari kondisi *in-control* ke kondisi *out-of-control* sehingga akan menghasilkan tiga kondisi yang berbeda. Kondisi pertama terjadi ketika KPS pertama yang mengalami pergeseran. Kondisi tersebut menghasilkan sejumlah produk cacat dengan prosentase tetap (α) setelah KPS pertama bergeser. Waktu pergeseran merupakan waktu acak (U_1) yang mengikuti distribusi eksponensial dengan rata-rata $1/\lambda_1$. Kondisi kedua terjadi ketika KPS kedua yang mengalami pergeseran. Kondisi tersebut menghasilkan sejumlah produk cacat dengan prosentase tetap (β) setelah KPS kedua bergeser. Waktu pergeseran merupakan waktu acak (U_2) yang mengikuti distribusi eksponensial dengan rata-rata $1/\lambda_2$. Kondisi ketiga terjadi ketika kedua KPS yang mengalami pergeseran.

Kondisi tersebut menghasilkan sejumlah produk cacat dengan prosentase tetap (δ) setelah kedua KPS bergeser. Waktu pergeseran merupakan waktu acak (U_{12}) yang mengikuti distribusi eksponensial dengan rata-rata $1/\lambda_{12}$.

Pada sub bab ini, penulis menggunakan jurnal Lin dan Gong (2011) sebagai acuan. Lin dan Gong (2011) menotasikan variabel acak X sebagai waktu pergeseran KPS pertama yang dipenuhi oleh $X = \min(U_1, U_{12})$ dan variabel acak Y sebagai waktu pergeseran KPS kedua yang dipenuhi oleh $Y = \min(U_2, U_{12})$. Mereka mengasumsikan bahwa X dan Y mengikuti *joint bivariate exponential distribution* seperti yang dikemukakan oleh Marshall dan Olkin (1966). Jika $\bar{F}(x, y)$ adalah *bivariate exponential* $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_{12})$ dan $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12}$, maka *joint distribution function* dari X dan Y adalah:

$$\bar{F}_{X,Y}(x, y) = P(X > x, Y > y) = \frac{1}{\lambda} [(\lambda_1 + \lambda_2)\bar{F}_A(x, y) + \lambda_{12}\bar{F}_s(x, y)] \quad (3.18)$$

di mana:

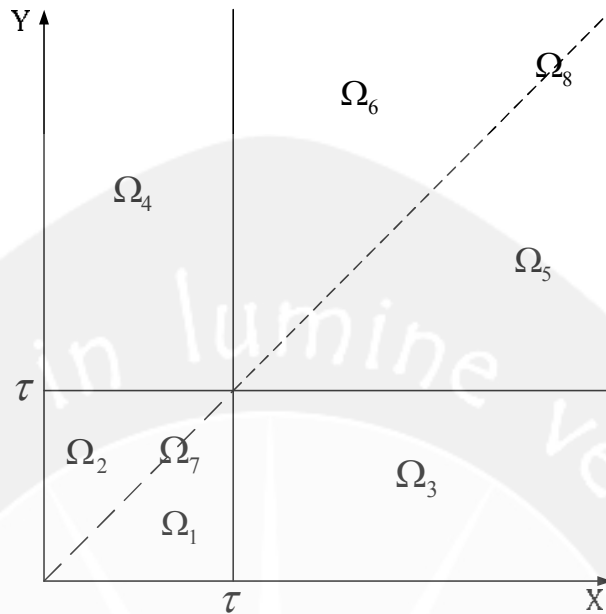
$$\bar{F}_A(x, y) = \frac{\lambda}{\lambda_1 + \lambda_2} \exp[-\lambda_1 x - \lambda_2 y - \lambda_{12} \max(x, y)] - \frac{\lambda_{12}}{\lambda_1 + \lambda_2} \exp[-\lambda \max(x, y)],$$

$$\text{dan } \bar{F}_s(x, y) = \exp[-\lambda \max(x, y)]$$

Joint probability density function dari X dan Y adalah:

$$f_{x,y}(x, y) = \begin{cases} \lambda_2(\lambda_1 + \lambda_{12})\bar{F}_{X,Y}(x, y) & \text{untuk } 0 < y < x \\ \lambda_1(\lambda_2 + \lambda_{12})\bar{F}_{X,Y}(x, y) & \text{untuk } 0 < x < y \\ \lambda_{12}\bar{F}_{X,Y}(x, y) & \text{untuk } x = y \end{cases} \quad (3.19)$$

Gambar di bawah ini menunjukkan semua daerah yang mungkin dari X dan Y :



Gambar 3.3 Pembagian Waktu Produksi (Sumber: Lin dan Gong 2011)

Berdasarkan Gambar 3.3, kita mendapatkan persamaan baru untuk $f_{x,y}(x,y)$ yaitu:

$$f_{x,y}(x,y) = \begin{cases} \lambda_2(\lambda_1 + \lambda_{12}) \exp[-\lambda_2 y - (\lambda_1 + \lambda_{12})x], & \text{jika } (X,Y) \in \Omega_1 = \{0 \leq Y < X \leq \tau\} \\ \lambda_1(\lambda_2 + \lambda_{12}) \exp[-\lambda_1 x - (\lambda_2 + \lambda_{12})y], & \text{jika } (X,Y) \in \Omega_2 = \{0 \leq X < Y \leq \tau\} \\ \lambda_2(\lambda_1 + \lambda_{12}) \exp[-\lambda_2 y - (\lambda_1 + \lambda_{12})x], & \text{jika } (X,Y) \in \Omega_3 = \{0 \leq Y \leq \tau < X\} \\ \lambda_1(\lambda_2 + \lambda_{12}) \exp[-\lambda_1 x - (\lambda_2 + \lambda_{12})y], & \text{jika } (X,Y) \in \Omega_4 = \{0 \leq X \leq \tau < Y\} \\ \lambda_{12} \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12})x], & \text{jika } (X,Y) \in \Omega_7 = \{0 \leq X = Y \leq \tau\} \end{cases} \quad (3.20)$$

Berdasarkan pada daerah X dan Y , kita dapat mengetahui $N(\tau)$:

$$N(\tau) = \begin{cases} p\beta(X - Y) + p\delta(\tau - X), & \text{jika } (X,Y) \in \Omega_1 = \{0 \leq Y < X \leq \tau\} \\ p\alpha(Y - X) + p\delta(\tau - Y), & \text{jika } (X,Y) \in \Omega_2 = \{0 \leq X < Y \leq \tau\} \\ p\beta(\tau - Y), & \text{jika } (X,Y) \in \Omega_3 = \{0 \leq Y \leq \tau < X\} \\ p\alpha(\tau - X), & \text{jika } (X,Y) \in \Omega_4 = \{0 \leq X \leq \tau < Y\} \\ 0, & \text{jika } (X,Y) \in \Omega_5 = \{0 \leq \tau \leq Y < X\} \\ 0, & \text{jika } (X,Y) \in \Omega_6 = \{0 \leq \tau \leq X < Y\} \\ p\delta(\tau - X), & \text{jika } (X,Y) \in \Omega_7 = \{0 \leq X = Y \leq \tau\} \\ 0, & \text{jika } (X,Y) \in \Omega_8 = \{0 \leq \tau < X = Y\} \end{cases} \quad (3.21)$$

Berdasarkan Gambar 3.3, kita dapat mengetahui ekspektasi jumlah produk cacat yang dihasilkan selama siklus produksi $E[N(\tau)]$:

$$E[N(\tau)] = \sum_{i=1}^3 E[N_i(\tau)]$$

di mana:

$$E[N_1(\tau)] = p \int_0^{\tau} \int_0^y [\alpha(y-x)] f_{X,Y}(x,y) dx dy + p \int_{\tau}^{\infty} \int_0^{\tau} [\alpha(\tau-x)] f_{X,Y}(x,y) dx dy \quad (3.22)$$

$$E[N_2(\tau)] = p \int_0^{\tau} \int_0^{\infty} [\beta(x-y)] f_{X,Y}(x,y) dy dx + p \int_{\tau}^{\infty} \int_0^{\tau} [\beta(\tau-y)] f_{X,Y}(x,y) dy dx \quad (3.23)$$

$$E[N_3(\tau)] = p \int_0^{\tau} \int_0^{\infty} [\delta(\tau-x)] f_{X,Y}(x,y) dy dx + p \int_0^{\tau} \int_0^y [\delta(\tau-y)] f_{X,Y}(x,y) dx dy + p \int_0^{\tau} [\delta(\tau-x)] f_{X,Y}(x,y) dx dy \quad (3.24)$$

$i = 1, 2, 3$, merepresentasikan ekspektasi jumlah produk cacat yang dihasilkan pada kondisi i .

Kita gunakan persamaan (3.20) ke dalam persamaan (3.22)- (3.24), sehingga didapatkan:

$$E[N_1(\tau)] = p\alpha \left(\frac{1 - \exp [-(\lambda_2 + \lambda_{12})\tau]}{\lambda_2 + \lambda_{12}} - \frac{1 - \exp [-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12})\tau]}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12}} \right) \quad (3.25)$$

$$E[N_2(\tau)] = p\beta \left(\frac{1 - \exp [-(\lambda_1 + \lambda_{12})\tau]}{\lambda_1 + \lambda_{12}} - \frac{1 - \exp [-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12})\tau]}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12}} \right) \quad (3.26)$$

$$E[N_3(\tau)] = p\delta \left(\frac{\exp[-(\lambda_1 + \lambda_{12})\tau] + (\lambda_1 + \lambda_{12})\tau - 1}{\lambda_1 + \lambda_{12}} + \frac{\exp[-(\lambda_2 + \lambda_{12})\tau] + (\lambda_2 + \lambda_{12})\tau - 1}{\lambda_2 + \lambda_{12}} - \frac{\exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12})\tau] + (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12})\tau - 1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12}} \right) \quad (3.27)$$

Pada kebanyakan situasi, $\lambda_1\tau$, $\lambda_2\tau$, dan $\lambda_{12}\tau$ memiliki nilai sangat kecil. Kita dapat menggunakan pendekatan Maclaurin untuk pendekatan pada setiap fungsi eksponensial yang terdapat pada persamaan (3.25), (3.26), dan (3.27), yaitu:

$$\exp(-\lambda\tau) \approx 1 - \lambda\tau + \frac{(\lambda\tau)^2}{2!} - \frac{(\lambda\tau)^3}{3!} \quad (3.28)$$

Kita substitusikan persamaan (3.28) ke persamaan (3.25), (3.26), dan (3.27), maka didapatkan:

$$E[N_1(\tau)] \approx p\alpha \left[\frac{1}{2} \lambda_1 \tau^2 - \frac{1}{6} \lambda_1 (\lambda_1 + 2\lambda_2 + 2\lambda_{12}) \tau^3 \right] \quad (3.29)$$

$$E[N_2(\tau)] \approx p\beta \left[\frac{1}{2} \lambda_2 \tau^2 - \frac{1}{6} \lambda_2 (2\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_{12}) \tau^3 \right] \quad (3.30)$$

$$E[N_3(\tau)] \approx p\delta \left[\frac{1}{2} \lambda_{12} \tau^2 - \frac{1}{6} (\lambda_{12}^2 - 2\lambda_1 \lambda_2) \tau^3 \right] \quad (3.31)$$

Ekspektasi total biaya per unit waktu $Z(\tau)$ terdiri dari *set-up cost*, *holding cost* dan *defective cost*.

$$Z(\tau) \approx \frac{Ad}{p\tau} + \frac{hdI(\tau)}{p\tau} + \frac{d(\pi_1 E[N_1(\tau)] + \pi_2 E[N_2(\tau)] + \pi_{12} E[N_3(\tau)])}{p\tau} \quad (3.32)$$

di mana:

$$I(\tau) = \frac{p(p-d)}{2d} \tau^2 \quad (3.33)$$

Kita substitusikan persamaan (3.29), (3.30), (3.31) dan (3.33) ke persamaan (3.32), sehingga didapatkan:

$$Z(\tau) \approx \frac{Ad}{p\tau} + \frac{H\tau}{2} - \frac{K\tau^2}{6} \quad (3.34)$$

di mana:

$$H = h(p-d) + d(\alpha\lambda_1\pi_1 + \beta\lambda_2\pi_2 + \delta\lambda_{12}\pi_{12})$$

$$K = d[\alpha\lambda_1\pi_1(\lambda_1 + 2\lambda_2 + 2\lambda_{12}) + \beta\lambda_2\pi_2(2\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_{12}) + \delta\pi_{12}(\lambda_{12}^2 - 2\lambda_1\lambda_2)]$$

Pemodelan ini bertujuan untuk mendapatkan waktu produksi optimal τ^* yang dapat meminimumkan $Z(\tau)$. Solusi optimal dari persamaan (3.34) dapat ditemukan dari turunan pertama $Z(\tau)$ terhadap τ dan membuat nilainya sama dengan 0.

$$\begin{aligned} \frac{dZ(\tau)}{d\tau} &= 0 \\ -\frac{Ad}{p\tau^2} + \frac{H}{2} - \frac{K\tau}{3} &= 0 \\ 2K\tau^3 - 3H\tau^2 + \frac{6Ad}{p} &= 0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

Nilai τ^* sulit untuk didapatkan berdasarkan persamaan (3.35), Lin dan Gong (2011) menggunakan pendekatan dengan menghilangkan komponen yang mengandung variabel pangkat tiga pada persamaan (3.35), sehingga didapatkan nilai τ^* :

$$\tau^* = \sqrt{\frac{2Ad}{p[h(p-d) + d(\alpha\lambda_1\pi_1 + \beta\lambda_2\pi_2 + \delta\lambda_{12}\pi_{12})]}} \quad (3.36)$$

di mana:

X = waktu pergeseran KPS pertama, merupakan variabel acak yang mengikuti distribusi eksponensial dengan rata-rata $1/(\lambda_1 + \lambda_{12})$

Y = waktu pergeseran KPS kedua, merupakan variabel acak yang mengikuti distribusi eksponensial dengan rata-rata $1/(\lambda_1 + \lambda_{12})$

α = prosentase produk cacat yang dihasilkan setelah KPS pertama bergeser ke kondisi *out-of-control*

β = prosentase produk cacat yang dihasilkan setelah KPS kedua bergeser ke kondisi *out-of-control*

δ = prosentase produk cacat yang dihasilkan setelah kedua KPS bergeser ke kondisi *out-of-control*

π_1 = biaya karena memproduksi produk cacat ketika hanya KPS pertama yang bergeser ke kondisi *out-of-control*

π_2 = biaya karena memproduksi produk cacat ketika hanya KPS kedua yang bergeser ke kondisi *out-of-control*

π_{12} = biaya karena memproduksi produk cacat ketika kedua KPS bergeser ke kondisi *out-of-control*

3.4. Pemodelan Matematis

Pada tahap pemodelan matematis, penulis membutuhkan beberapa teori mengenai hal-hal yang digunakan dalam pemodelan matematis pada penyusunan penelitian ini. Beberapa teori tersebut berkaitan tentang variabel acak dan distribusi eksponensial.

3.4.1. Variabel Acak (*Random Variable*)

Montgomery dan Runger (2003) mendefinisikan variabel acak atau *random variable* sebagai sebuah fungsi yang memberikan sebuah bilangan riil untuk setiap hasil dalam ruang sampel dari sebuah percobaan acak. Sebuah variabel acak dilambangkan dengan huruf besar, seperti X . Setelah percobaan dilakukan, nilai yang diukur dari variabel acak dilambangkan dengan huruf kecil, seperti $x = 70\text{mm}$.

Montgomery dan Runger membagi variabel acak menjadi dua, yaitu:

1. Variabel acak diskrit

Variabel acak diskrit adalah variabel acak dengan rentang terbatas, contohnya: jumlah goresan pada permukaan, jumlah bit yang diterima salah dalam suatu sistem transmisi.

2. Variabel acak kontinu

Variabel acak kontinu adalah variabel acak dengan interval (baik terbatas atau tak terbatas) pada rentang bilangan riil, contohnya: arus listrik, panjang, tekanan, temperatur, waktu, berat.

3.4.2. Distribusi Eksponensial

Distribusi eksponensial termasuk dalam distribusi kontinu. Montgomery dan Runger (2003), jika X adalah variabel acak kontinu dan memiliki distribusi eksponensial dengan parameter λ maka:

$$\mu = E(X) = \frac{1}{\lambda}, \text{ dan } \sigma^2 = V(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

Cumulative distribution function dari X adalah:

$$F(x) = P(X \leq x) = 1 - e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0$$

Probability density function dari X didapatkan dengan mencari turunan pertama dari $F(x)$, sehingga diperoleh:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x \geq 0$$

3.5. Pencarian Solusi

Penulis menggunakan beberapa pendekatan dalam pencarian solusi. Beberapa metode digunakan dalam pendekatan-pendekatan tersebut. Metode tersebut diantaranya adalah metode Biseksi dan metode *Golden Section*.

3.5.1. Metode Biseksi (*Bisection Method*)

Metode Biseksi merupakan salah satu metode numerik yang digunakan untuk mencari akar persamaan. Chapra dan Canale (2002) mengatakan metode Biseksi yang juga disebut metode pemenggalan biner, pamaruhan selang atau metode Bolzano, merupakan salah satu jenis metode pencarian inkremental (metode pencarian yang semakin bertambah) yang mana selang selalu dibagi dua. Metode Biseksi mengikuti algoritma berikut ini:

Langkah 1: Pilih batas bawah (x_l) dan batas atas (x_u) taksiran untuk akar, sehingga perubahan fungsi mencakup seluruh interval. Hal ini dapat diperiksa dengan memastikan bahwa $f(x_l)f(x_u) < 0$.

Langkah 2: Taksiran akar (x_l), nilai tersebut ditentukan dengan:

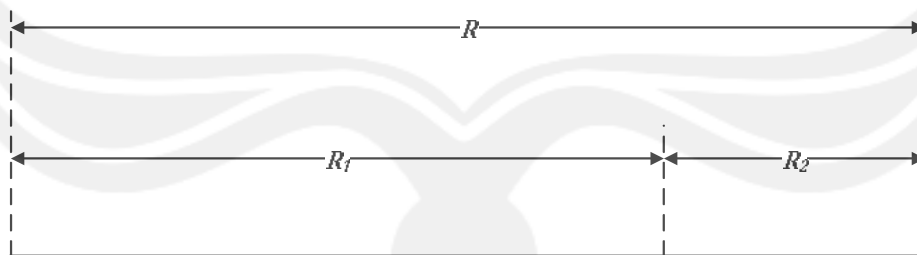
$$x_r = \frac{x_l + x_u}{2}$$

Langkah 3: Buat evaluasi berikut untuk memastikan pada bagian interval mana akar akan berada:

- Jika $f(x_l)f(x_r) < 0$, akar berada pada bagian interval bawah, maka $x_u = x_r$ dan kembali ke langkah 2.
- Jika $f(x_l)f(x_r) > 0$, akar berada pada bagian interval atas, maka $x_l = x_r$ dan kembali ke langkah 2.
- Jika $f(x_l)f(x_r) = 0$ dan telah sesuai dengan toleransi yang ditetapkan ($\epsilon = |x_u - x_l|$), akar setara dengan x_r , selesai.

3.5.2. Metode *Golden Section*

Onwubiko (2000) mengatakan metode ini dinamakan metode *Golden Section* karena metode ini berdasarkan pada aturan *golden section*. Aturan ini berkaitan dengan pembagian interval menjadi dua bagian yang tidak sama, sehingga rasio antara interval terkecil dengan interval yang lebih besar adalah sama dengan rasio interval yang lebih besar dengan seluruh.



Gambar 3.4 Aturan *Golden Section* (Sumber:Onwubiko,2000)

Berdasarkan Gambar 3.4, aturan *golden section* menunjukkan bahwa:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_1}{R} \quad (3.37)$$

$$R = R_1 + R_2 \quad (3.38)$$

Persamaan (3.38) kemudian disubstitusikan ke persamaan (3.37), sehingga didapatkan:

$$\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 + \frac{R_2}{R_1} = 1$$

$$r^2 + r - 1 = 0 \tag{3.39}$$

di mana:

$$r = \frac{R_2}{R_1}$$

Solusi positif dari persamaan (3.39) adalah $r = 0.6180$. Nilai r ini disebut sebagai *golden ratio*. Algoritma metode *Golden Section* adalah sebagai berikut:

Langkah 1: Tentukan batas atas (a) dan batas bawah (b) serta toleransi (ϵ).

Langkah 2: Hitung nilai $b = d - r(d - a)$, $c = a + d - b$

Langkah 3: Hitung nilai $f(b)$ dan $f(c)$

a. Jika $f(b) < f(c)$ maka $d = c$, $c = b$, $b = a + d - c$

b. Jika $f(b) > f(c)$ maka $a = b$, $b = c$, $c = a + d - b$

Langkah 4: Ulangi langkah 3 hingga didapatkan $|d - a| < \epsilon$

Langkah 5: Nilai $x^* = (a + d)/2$

3.6. Analisis dan Validasi

Penulis melakukan analisis untuk mengetahui apakah model yang dibangun valid dan untuk mengetahui tingkat sensitivitas solusi optimal terhadap perubahan parameter-parameternya. Teori mengenai validasi model dan analisis sensitivitas diperlukan pada tahap ini.

3.6.1. Validasi Model

Daellenbach dan McNickle (2005) mengatakan bahwa validasi dapat dibagi menjadi dua, yaitu:

1. Internal validasi (verifikasi)

Internal validasi atau yang sering disebut verifikasi merupakan suatu langkah untuk membandingkan kesesuaian antara model yang telah dibangun dengan program komputer terhadap model sistem yang dirancang. Verifikasi dilakukan dengan memeriksa apakah model tersebut logis, persamaan matematisnya benar, ekspresi matematika yang digunakan benar dan konsisten, data yang digunakan benar, memeriksa kembali hasil perhitungan numeriknya dengan peralatan yang berbeda.

2. Eksternal validasi (validasi)

Eksternal validasi atau yang sering disebut validasi merupakan suatu langkah untuk membandingkan antara model yang sudah dibangun dengan kondisi nyata atau teori yang ada. Validasi dilakukan untuk mengetahui kredibilitas model, apakah model sudah cukup merepresentasikan keadaan sebenarnya di lapangan.

3.6.2. Analisis Sensitivitas

Daellenbach dan McNickle (2005) mengatakan bahwa analisis sensitivitas merupakan suatu langkah untuk menguji bagaimana solusi optimal menanggapi perubahan parameter masukan yang diberikan. Lebih lanjut, mereka mengatakan bahwa analisis sensitivitas memiliki tiga tujuan, yaitu:

1. Untuk meningkatkan kredibilitas model.

Solusi dan model dikatakan kuat jika solusi optimal relatif tidak sensitif terhadap perubahan nilai parameter masukannya. Solusi dikatakan relatif tidak sensitif, jika solusi memiliki nilai yang tetap atau hampir sama dalam perubahan nilai parameter yang cukup besar.

2. Untuk sumber daya yang langka atau terbatas.

Analisis sensitivitas digunakan untuk mendapatkan informasi tentang jumlah nilai tambah dari setiap sumber daya. Contohnya, jika ruang gudang yang menjadi masalah (pembatas), maka analisis sensitivitas terhadap ruang gudang akan memberitahukan seberapa banyak total biaya akan berubah oleh parameter tersebut.

3. Untuk adanya ketidakpastian tentang nilai dari beberapa data masukan.

Analisis sensitivitas digunakan untuk mengetahui bagaimana perubahan solusi optimal terhadap data tersebut. Solusi dapat dipercaya jika solusi tetap tidak berubah atau hanya sedikit berubah dalam nilai data masukkan yang cukup besar. Solusi dikatakan sensitif jika solusi optimum mengalami perubahan yang besar dalam perubahan nilai data masukkan yang kecil.



BAB 4

FORMULASI MODEL

4.1. Karakterisasi Sistem

Penelitian ini fokus pada permasalahan persediaan, terutama pada permasalahan EPQ. Penelitian ini mempertimbangkan permasalahan ukuran lot produksi di mana produksi dilakukan secara *batch* pada sistem produksi tidak sempurna dengan periode perencanaan tidak terbatas dan diperbolehkan adanya *shortage*. Selama proses produksi berlangsung, sistem produksi terdiri dari dua KPS tidak sempurna.

Kedua KPS akan bergeser dari kondisi *in-control* ke kondisi *out-of-control*, sehingga akan menimbulkan tiga kondisi yang berbeda. Kondisi pertama terjadi pada saat KPS pertama mengalami pergeseran. Kondisi ini akan menghasilkan sejumlah produk cacat dengan prosentase tetap sebesar (α) setelah KPS pertama bergeser ke kondisi *out-of-control*. Waktu pergeseran merupakan suatu waktu acak (U_1) yang mengikuti distribusi eksponensial dengan rata-rata $1/\lambda_1$. Kondisi kedua terjadi pada saat KPS kedua mengalami pergeseran. Kondisi ini akan menghasilkan sejumlah produk cacat dengan prosentase tetap sebesar (β) setelah KPS kedua bergeser ke kondisi *out-of-control*. Waktu pergeseran merupakan suatu waktu acak (U_2) yang mengikuti distribusi eksponensial dengan rata-rata $1/\lambda_2$. Kondisi ketiga terjadi pada saat kedua KPS mengalami pergeseran. Kondisi ini akan menghasilkan sejumlah produk cacat dengan prosentase tetap sebesar (δ) setelah kedua KPS bergeser ke kondisi *out-of-control*. Waktu pergeseran merupakan suatu waktu acak (U_{12}) yang mengikuti distribusi eksponensial dengan rata-rata $1/\lambda_{12}$.

Pada kondisi sistem yang seperti di atas, ekspektasi total biaya persediaan tidak hanya terdiri dari *set-up cost* dan *holding cost*, tetapi juga memasukkan komponen *shortage cost*, dan *defective cost*. Model matematis dibangun untuk

mendapatkan waktu produksi optimal yang dapat meminimumkan ekspektasi total biaya persediaan per unit waktu.

4.2. Pemodelan Matematis

Pemodelan matematis dilakukan untuk mendapatkan model EPQ yang sesuai dengan karakteristik sistem sehingga dapat menyelesaikan permasalahan sistem tersebut. Pemodelan matematis ini bertujuan untuk mendapatkan waktu produksi optimal yang dapat meminimumkan ekspektasi total biaya per unit waktu yang terdiri dari *set-up cost*, *holding cost*, *shortage cost*, dan *defective cost*.

4.2.1. Asumsi Model

Asumsi-asumsi yang dipakai pada pemodelan ini adalah sebagai berikut:

1. Sistem produksi terdiri dari dua KPS tidak sempurna.
2. Pada awal proses produksi, kedua KPS dalam kondisi *in-control*. Selama proses produksi berlangsung, kedua KPS akan mengalami pegeseran dari kondisi *in-control* ke kondisi *out-of-control* yang tidak dapat dideteksi sehingga akan menghasilkan sejumlah produk cacat dengan prosentase tetap.
3. Waktu pergeseran KPS pertama (X) dan KPS kedua (Y) merupakan variabel acak dan mengikuti *joint bivariate exponential distribution*.
4. Tingkat produksi selalu lebih besar dari tingkat permintaan, di mana tingkat permintaan konstan dan kontinu.
5. *Shortage* diperbolehkan dengan pemenuhan secara 100% *backorder*.
6. Biaya *backorder* lebih besar dari biaya simpan.

4.2.2. Notasi Model

Notasi-notasi yang dipakai pada pemodelan ini adalah sebagai berikut:

d = tingkat permintaan (unit/waktu), konstan dan kontinu

p = tingkat produksi (unit/waktu), $p > d$

I_{max} = tingkat persediaan maksimal (unit)

$I(\tau, T_1)$ = rata-rata persediaan (unit)

B_{max} = tingkat *backorder* maksimal (unit)

$\bar{B}(\tau, T_1)$ = rata-rata *backorder* (unit)

T = waktu siklus produksi untuk setiap lot produksi

T_1 = waktu produksi ketika *backorder* dipenuhi

T_2 = waktu produksi ketika persediaan diadakan

T_3 = periode waktu ketika tidak ada produksi dan persediaan dihabiskan

T_4 = periode waktu ketika tidak ada produksi dan terjadi *shortage*

τ = waktu produksi untuk setiap siklus produksi, $p\tau = dT$

X = waktu pergeseran KPS pertama, merupakan variabel acak yang mengikuti distribusi eksponensial dengan rata-rata $1/(\lambda_1 + \lambda_{12})$

Y = waktu pergeseran KPS kedua, merupakan variabel acak yang mengikuti distribusi eksponensial dengan rata-rata $1/(\lambda_1 + \lambda_{12})$

α = prosentase produk cacat yang dihasilkan setelah KPS pertama bergeser ke kondisi *out-of-control*

β = prosentase produk cacat yang dihasilkan setelah KPS kedua bergeser ke kondisi *out-of-control*

δ = prosentase produk cacat yang dihasilkan setelah kedua KPS bergeser ke kondisi *out-of-control*

π_1 = biaya karena memproduksi produk cacat ketika hanya KPS pertama yang bergeser ke kondisi *out-of-control*

π_2 = biaya karena memproduksi produk cacat ketika hanya KPS kedua yang bergeser ke kondisi *out-of-control*

π_{12} = biaya karena memproduksi produk cacat ketika kedua KPS bergeser ke kondisi *out-of-control*

A = biaya *set-up*

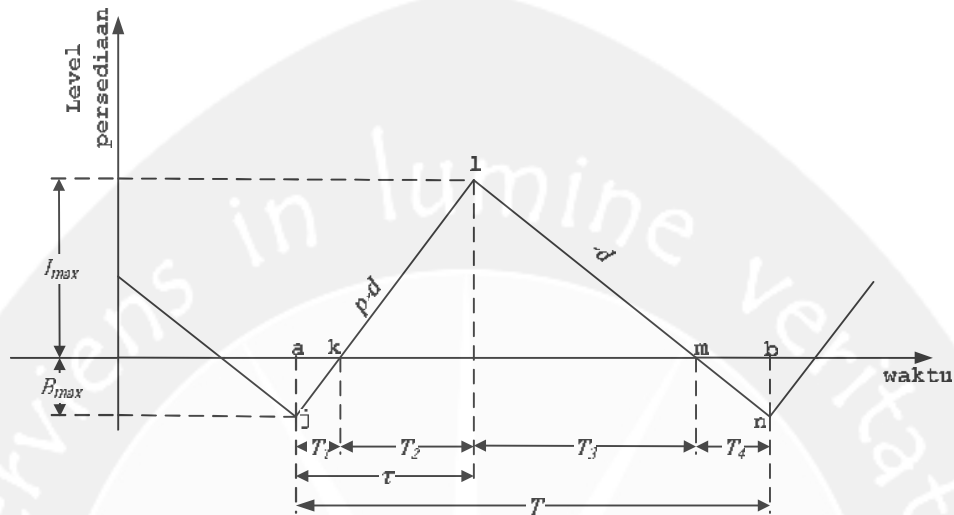
h = biaya simpan per unit waktu

s = biaya *backorder* per unit waktu, $s > h$

$N(\tau)$ = jumlah produk cacat yang dihasilkan dalam suatu siklus produksi

$Z(T_1, \tau)$ = ekspektasi total biaya per unit waktu

4.2.3. Model Matematis



Gambar 4.1 Grafik EPQ Pada Sistem Produksi Tidak Sempurna dan Diperbolehkan Adanya *Shortage* (Sumber: Chung dan Hou, 2003)

Gambar 4.1 memperlihatkan perubahan tingkat persediaan selama T . Produksi dimulai dari titik a , persediaan akan meningkat dengan kecepatan $p - d$ selama τ . Pada periode T_1 , produksi digunakan untuk memenuhi *backorder* dan permintaan pada saat itu. Tingkat persediaan akan berkurang sebesar d selama periode T_3 dan T_4 , kemudian siklus berlanjut dimulai dari titik b dan seterusnya.

Pada situasi di mana *shortage* diperbolehkan dengan pemenuhan 100% *backorder*, jumlah produk yang diproduksi selama waktu produksi akan sama dengan jumlah permintaan selama siklus produksi. Hal tersebut dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$p\tau = dT$$

$$T = \frac{p\tau}{d} \quad (4.1)$$

1. *Set-up cost*

Set-up cost per unit waktu:

$$\frac{A}{T} = \frac{Ad}{p\tau} \quad (4.2)$$

2. Holding cost

Holding cost terjadi selama periode T_2 dan T_3 pada setiap siklus produksi.

Berdasarkan Gambar 4.1, kita dapat mengetahui bahwa:

$$T_2 = \tau - T_1 \quad (4.3)$$

$$I_{max} = (p - d)(\tau - T_1)$$

$$I_{max} = dT_3$$

$$(p - d)(\tau - T_1) = dT_3$$

$$T_3 = \frac{(p - d)(\tau - T_1)}{d} \quad (4.4)$$

Rata-rata persediaan per siklus $\bar{I}(T_1, \tau)$ adalah:

$$\begin{aligned} \bar{I}(T_1, \tau) &= \frac{\text{luas } \Delta klm}{T} \\ &= \frac{1/2 (T_2 + T_3)[(p - d)(\tau - T_1)]}{T} \end{aligned} \quad (4.5)$$

kemudian, kita substitusikan persamaan (4.3) dan (4.4) ke persamaan (4.5).

$$\begin{aligned} \bar{I}(T_1, \tau) &= \frac{\left[(\tau - T_1) + \frac{(p - d)(\tau - T_1)}{d} \right] [(p - d)(\tau - T_1)]}{2T} \\ &= \frac{d \left[(\tau - T_1) \left(1 + \frac{(p - d)}{d} \right) \right] [(p - d)(\tau - T_1)]}{2p\tau} \\ &= \frac{d \left[(\tau - T_1) \left(\frac{d + p - d}{d} \right) \right] [(p - d)(\tau - T_1)]}{2p\tau} \\ &= \frac{d \left[\frac{p}{d} (p - d)(\tau - T_1)^2 \right]}{2p\tau} \\ \bar{I}(T_1, \tau) &= \frac{(p - d)(\tau^2 - 2\tau T_1 + T_1^2)}{2\tau} \\ &= \frac{(p - d)\tau^2}{2\tau} - \frac{(p - d)2\tau T_1}{2\tau} + \frac{(p - d)T_1^2}{2\tau} \\ &= \frac{(p - d)\tau}{2} - (p - d)T_1 + \frac{(p - d)T_1^2}{2\tau} \end{aligned} \quad (4.6)$$

sehingga *holding cost* per unit waktu:

$$hI(T_1, \tau) = \frac{h(p-d)\tau}{2} - h(p-d)T_1 + \frac{h(p-d)T_1^2}{2\tau} \quad (4.7)$$

3. Shortage cost

Shortage dipenuhi dengan cara 100% backorder. Backorder terjadi pada periode T_1 dan T_4 pada setiap siklus produksi. Berdasarkan Gambar 4.1, kita dapat mengetahui bahwa:

$$\begin{aligned} B_{max} &= (p-d)T_1 \\ B_{max} &= dT_4 \\ (p-d)T_1 &= dT_4 \\ T_4 &= \frac{(p-d)T_1}{d} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Rata-rata backorder per siklus $\bar{B}(T_1, \tau)$ adalah:

$$\begin{aligned} \bar{B}(T_1, \tau) &= \frac{\text{luas } \Delta fka + \text{luas } \Delta mnb}{T} \\ &= \frac{1/2 T_1 [(p-d)T_1] + 1/2 T_4 (dT_4)}{T} \\ &= \frac{(p-d)T_1^2 + dT_4^2}{2T} \end{aligned} \quad (4.9)$$

kemudian, kita substitusikan persamaan (4.8) ke persamaan (4.9).

$$\begin{aligned} \bar{B}(T_1, \tau) &= \frac{(p-d)T_1^2 + \left[(p-d)T_1 \frac{(p-d)T_1}{d} \right]}{2T} \\ \bar{B}(T_1, \tau) &= \frac{d \left[(p-d)T_1^2 + \frac{(p-d)^2 T_1^2}{d} \right]}{2p\tau} \\ &= \frac{d \left[(p-d)T_1^2 \left(1 + \frac{(p-d)}{d} \right) \right]}{2p\tau} \\ &= \frac{d \left[(p-d)T_1^2 \left(\frac{d+p-d}{d} \right) \right]}{2p\tau} \\ &= \frac{d \left[\left(\frac{p}{d} \right) (p-d)T_1^2 \right]}{2p\tau} \end{aligned}$$

$$= \frac{(p-d)T_1^2}{2\tau} \quad (4.10)$$

sehingga *shortage cost* per unit waktu:

$$s\bar{B}(T_1, \tau) = \frac{s(p-d)T_1^2}{2\tau} \quad (4.11)$$

4. Defective cost

Pada pemodelan komponen *defective cost* ini, penulis menggunakan jurnal Lin dan Gong (2011) sebagai acuan. Variabel acak X menunjukkan waktu pergeseran KPS pertama yang dipenuhi oleh $X = \min(U_1, U_{12})$ dan variabel acak Y menunjukkan waktu pergeseran KPS kedua yang dipenuhi oleh $Y = \min(U_2, U_{12})$. Kita asumsikan X dan Y mengikuti *joint bivariate exponential distribution* yang dikemukakan oleh Marshall dan Olkin (1966). $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12}$, maka *joint distribution function* dari X dan Y adalah:

$$\bar{F}_{X,Y}(x, y) = P(X \geq x, Y \geq y) = \frac{1}{\lambda} [(\lambda_1 + \lambda_2)\bar{F}_A(x, y) + \lambda_{12}\bar{F}_S(x, y)] \quad (4.12)$$

di mana:

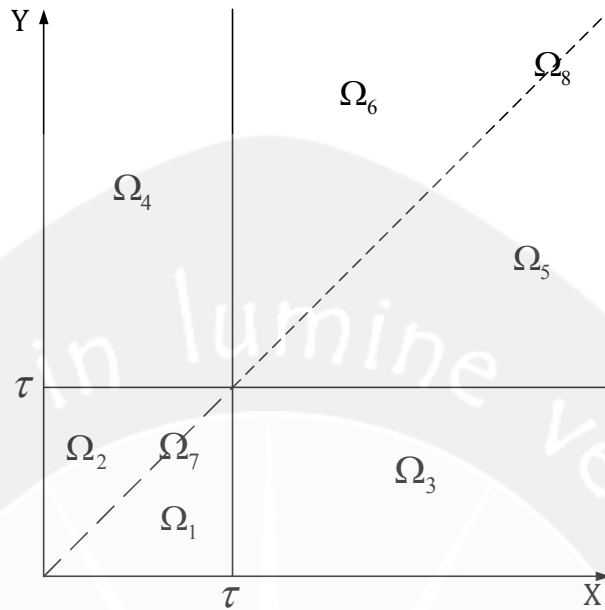
$$\bar{F}_A(x, y) = \frac{\lambda}{\lambda_1 + \lambda_2} \exp[-\lambda_1 x - \lambda_2 y - \lambda_{12} \max(x, y)] - \frac{\lambda_{12}}{\lambda_1 + \lambda_2} \exp[-\lambda \max(x, y)],$$

$$\text{dan } \bar{F}_S(x, y) = \exp[-\lambda \max(x, y)]$$

Joint probability density function dari X dan Y adalah:

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \lambda_2(\lambda_1 + \lambda_{12})\bar{F}_{X,Y}(x, y) & \text{untuk } 0 < y < x \\ \lambda_1(\lambda_2 + \lambda_{12})\bar{F}_{X,Y}(x, y) & \text{untuk } 0 < x < y \\ \lambda_{12}\bar{F}_{X,Y}(x, y) & \text{untuk } x = y \end{cases} \quad (4.13)$$

Gambar di bawah ini menunjukkan daerah yang mungkin dari X dan Y .



Gambar 4.2 Pembagian Waktu Produksi (Sumber: Lin dan Gong, 2011)

Berdasarkan Gambar 4.2 di atas, kita mendapatkan $f_{x,y}(x, y)$ yaitu:

$$f_{x,y}(x, y) = \begin{cases} \lambda_2(\lambda_1 + \lambda_{12}) \exp[-\lambda_2 y - (\lambda_1 + \lambda_{12})x], & \text{jika } (X, Y) \in \Omega_1 = \{0 \leq Y < X \leq \tau\} \\ \lambda_1(\lambda_2 + \lambda_{12}) \exp[-\lambda_1 x - (\lambda_2 + \lambda_{12})y], & \text{jika } (X, Y) \in \Omega_2 = \{0 \leq X < Y \leq \tau\} \\ \lambda_2(\lambda_1 + \lambda_{12}) \exp[-\lambda_2 y - (\lambda_1 + \lambda_{12})x], & \text{jika } (X, Y) \in \Omega_3 = \{0 \leq Y \leq \tau < X\} \\ \lambda_1(\lambda_2 + \lambda_{12}) \exp[-\lambda_1 x - (\lambda_2 + \lambda_{12})y], & \text{jika } (X, Y) \in \Omega_4 = \{0 \leq X \leq \tau < Y\} \\ \lambda_{12} \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12})x], & \text{jika } (X, Y) \in \Omega_7 = \{0 \leq X = Y \leq \tau\} \end{cases} \quad (4.14)$$

Jumlah produk yang cacat $N(\tau)$ sesuai dengan daerah yang mungkin pada masing-masing X dan Y serta waktu produksinya adalah:

$$N(\tau) = \begin{cases} p\beta(X - Y) + p\delta(\tau - X), & \text{jika } (X, Y) \in \Omega_1 = \{0 \leq Y < X \leq \tau\} \\ p\alpha(Y - X) + p\delta(\tau - Y), & \text{jika } (X, Y) \in \Omega_2 = \{0 \leq X < Y \leq \tau\} \\ p\beta(\tau - Y), & \text{jika } (X, Y) \in \Omega_3 = \{0 \leq Y \leq \tau < X\} \\ p\alpha(\tau - X), & \text{jika } (X, Y) \in \Omega_4 = \{0 \leq X \leq \tau < Y\} \\ 0, & \text{jika } (X, Y) \in \Omega_5 = \{0 \leq \tau \leq Y < X\} \\ 0, & \text{jika } (X, Y) \in \Omega_6 = \{0 \leq \tau \leq X < Y\} \\ p\delta(\tau - X), & \text{jika } (X, Y) \in \Omega_7 = \{0 \leq X = Y \leq \tau\} \\ 0, & \text{jika } (X, Y) \in \Omega_8 = \{0 \leq \tau < X = Y\} \end{cases} \quad (4.15)$$

Berdasarkan Gambar 4.2 di atas, kita juga dapat mengetahui ekspektasi jumlah produk cacat selama siklus produksi, yaitu:

$$E[N(\tau)] = \sum_{i=1}^3 E[N_i(\tau)]$$

di mana:

$$E[N_1(\tau)] = p \int_0^{\tau} \int_0^y [\alpha(y-x)] f_{X,Y}(x,y) dx dy + p \int_{\tau}^{\infty} \int_0^{\tau} [\alpha(\tau-x)] f_{X,Y}(x,y) dx dy \quad (4.16)$$

$$E[N_2(\tau)] = p \int_0^{\tau} \int_0^{\infty} [\beta(x-y)] f_{X,Y}(x,y) dy dx + p \int_{\tau}^{\infty} \int_0^{\tau} [\beta(\tau-y)] f_{X,Y}(x,y) dy dx \quad (4.17)$$

$$E[N_3(\tau)] = p \int_0^{\tau} \int_0^{\infty} [\delta(\tau-x)] f_{X,Y}(x,y) dy dx + p \int_0^{\tau} \int_0^y [\delta(\tau-y)] f_{X,Y}(x,y) dx dy + p \int_0^{\tau} [\delta(\tau-x)] f_{X,Y}(x,y) dx dy \quad (4.18)$$

kemudian, kita gunakan persamaan (4.14) pada persamaan (4.16), (4.17), dan (4.18), didapatkan:

$$E[N_1(\tau)] = p\alpha \left(\frac{1 - \exp[-(\lambda_2 + \lambda_{12})\tau]}{\lambda_2 + \lambda_{12}} - \frac{1 - \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12})\tau]}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12}} \right) \quad (4.19)$$

$$E[N_2(\tau)] = p\beta \left(\frac{1 - \exp[-(\lambda_1 + \lambda_{12})\tau]}{\lambda_1 + \lambda_{12}} - \frac{1 - \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12})\tau]}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12}} \right) \quad (4.20)$$

$$E[N_3(\tau)] = p\delta \left(\frac{\exp[-(\lambda_1 + \lambda_{12})\tau] + (\lambda_1 + \lambda_{12})\tau - 1}{\lambda_1 + \lambda_{12}} + \frac{\exp[-(\lambda_2 + \lambda_{12})\tau] + (\lambda_2 + \lambda_{12})\tau - 1}{\lambda_2 + \lambda_{12}} - \frac{\exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12})\tau] + (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12})\tau - 1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12}} \right) \quad (4.21)$$

sehingga *defective cost* per unit waktu adalah:

$$\begin{aligned} & \pi_1 E[N_1(\tau)] + \pi_2 E[N_2(\tau)] + \pi_{12} E[N_3(\tau)] \\ &= \frac{d(\pi_1 E[N_1(\tau)] + \pi_2 E[N_2(\tau)] + \pi_{12} E[N_3(\tau)])}{p\tau} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Ekspektasi total biaya per unit waktu $Z_0(T_1, \tau)$ terdiri dari *set-up cost*, *holding cost*, *shortage cost* dan *defective cost*.

$$\begin{aligned} Z_0(T_1, \tau) &= \frac{Ad}{p\tau} + hI(\tau, T_1) + sB(\tau, T_1) \\ &+ \frac{d(\pi_1 E[N_1(\tau)] + \pi_2 E[N_2(\tau)] + \pi_{12} E[N_3(\tau)])}{p\tau} \\ &= \frac{Ad}{p\tau} + \frac{h(p-d)\tau}{2} - h(p-d)T_1 + \frac{h(p-d)T_1^2}{2\tau} + \frac{s(p-d)T_1^2}{2\tau} \\ &\quad + \frac{d(\pi_1 E[N_1(\tau)] + \pi_2 E[N_2(\tau)] + \pi_{12} E[N_3(\tau)])}{p\tau} \\ Z_0(T_1, \tau) &= \frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{\tau}{2} - T_1 \right] + (h+s) \left[\frac{(p-d)T_1^2}{2\tau} \right] \\ &+ \frac{d(\pi_1 E[N_1(\tau)] + \pi_2 E[N_2(\tau)] + \pi_{12} E[N_3(\tau)])}{p\tau} \end{aligned} \quad (4.23)$$

BAB 5

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

5.1. Penentuan Solusi

Pemodelan ini bertujuan untuk menentukan waktu produksi (τ) optimal yang dapat meminimumkan nilai ekspektasi total biaya per unit waktu. Pada penelitian ini, penulis menggunakan tiga pendekatan untuk mendapatkan nilai τ optimal.

5.1.1. Pendekatan 1

Pada kebanyakan situasi, nilai $\lambda_1\tau$, $\lambda_2\tau$, dan $\lambda_{12}\tau$ sangat kecil. Kita dapat menggunakan pendekatan Maclaurin untuk pendekatan pada setiap fungsi eksponensial yang terdapat pada persamaan (4.19), (4.20), dan (4.21) sehingga didapatkan persamaan ekspektasi produk cacat yang dihasilkan seperti pada Lin dan Gong (2011). Pendekatan Maclaurin yang digunakan adalah:

$$\exp(-\lambda\tau) \approx 1 - \lambda\tau + \frac{(\lambda\tau)^2}{2!} - \frac{(\lambda\tau)^3}{3!} \quad (5.1)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (5.1) ke persamaan (4.19), (4.20), dan (4.21), maka didapatkan:

$$E[N_1(\tau)] \approx p\alpha \left[\frac{1}{2}\lambda_1\tau^2 - \frac{1}{6}\lambda_1(\lambda_1 + 2\lambda_2 + 2\lambda_{12})\tau^3 \right] \quad (5.2)$$

$$E[N_2(\tau)] \approx p\beta \left[\frac{1}{2}\lambda_2\tau^2 - \frac{1}{6}\lambda_2(2\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_{12})\tau^3 \right] \quad (5.3)$$

$$E[N_3(\tau)] \approx p\delta \left[\frac{1}{2}\lambda_{12}\tau^2 - \frac{1}{6}(\lambda_{12}^2 - 2\lambda_1\lambda_2)\tau^3 \right] \quad (5.4)$$

Kita gunakan persamaan (5.2), (5.3) dan (5.4) ke dalam persamaan (4.22), sehingga *defective cost* per unit waktu akan menjadi:

$$\begin{aligned} & \frac{d(\pi_1 E[N_1(\tau)] + \pi_2 E[N_2(\tau)] + \pi_{12} E[N_3(\tau)])}{p\tau} \\ & \approx \frac{d\tau\alpha\lambda_1\pi_1}{2} + \frac{d\tau\beta\lambda_2\pi_2}{2} + \frac{d\tau\delta\lambda_{12}\pi_{12}}{2} - \frac{d\tau^2\alpha\lambda_1^2\pi_1}{6} - \frac{d\tau^2\beta\lambda_2^2\pi_2}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{d\tau^2 \delta \lambda_{12}^2 \pi_{12}}{6} - \frac{d\tau^2 \alpha \lambda_1 \pi_1 \lambda_2}{3} - \frac{d\tau^2 \alpha \lambda_1 \pi_1 \lambda_{12}}{3} - \frac{d\tau^2 \beta \lambda_2 \pi_2 \lambda_1}{3} \\
& - \frac{d\tau^2 \beta \lambda_2 \pi_2 \lambda_{12}}{3} + \frac{d\tau^2 \delta \pi_{12} \lambda_1 \lambda_2}{3} \\
\approx & d\tau \left(\frac{\alpha \lambda_1 \pi_1}{2} + \frac{\beta \lambda_2 \pi_2}{2} + \frac{\delta \lambda_{12} \pi_{12}}{2} \right) \\
& - d\tau^2 \left(\frac{\alpha \lambda_1^2 \pi_1}{6} + \frac{\alpha \lambda_1 \pi_1 \lambda_2}{3} + \frac{\alpha \lambda_1 \pi_1 \lambda_{12}}{3} + \frac{\beta \lambda_2 \pi_2 \lambda_1}{3} + \frac{\beta \lambda_2^2 \pi_2}{6} \right. \\
& \left. + \frac{\beta \lambda_2 \pi_2 \lambda_{12}}{3} + \frac{\delta \lambda_{12}^2 \pi_{12}}{6} - \frac{\delta \pi_{12} \lambda_1 \lambda_2}{3} \right) \\
\approx & \frac{d\tau}{2} (\alpha \lambda_1 \pi_1 + \beta \lambda_2 \pi_2 + \delta \lambda_{12} \pi_{12}) \\
& - \frac{d\tau^2}{6} (\alpha \lambda_1 \pi_1 \lambda_1 + 2\alpha \lambda_1 \pi_1 \lambda_2 + 2\alpha \lambda_1 \pi_1 \lambda_{12} + 2\beta \lambda_2 \pi_2 \lambda_1 + \beta \lambda_2 \pi_2 \lambda_2 \\
& + 2\beta \lambda_2 \pi_2 \lambda_{12} + \delta \pi_{12} \lambda_{12}^2 - 2\delta \pi_{12} \lambda_1 \lambda_2) \\
\approx & \frac{\tau}{2} [d(\alpha \lambda_1 \pi_1 + \beta \lambda_2 \pi_2 + \delta \lambda_{12} \pi_{12})] \\
& - \frac{\tau^2}{6} (d[\alpha \lambda_1 \pi_1 (\lambda_1 + 2\lambda_2 + 2\lambda_{12}) + \beta \lambda_2 \pi_2 (2\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_{12}) \\
& + \delta \pi_{12} (\lambda_{12}^2 - 2\lambda_1 \lambda_2)]) \\
\approx & \frac{H\tau}{2} - \frac{K\tau^2}{6} \tag{5.5}
\end{aligned}$$

di mana:

$$H = d(\alpha \lambda_1 \pi_1 + \beta \lambda_2 \pi_2 + \delta \lambda_{12} \pi_{12})$$

$$K = d[\alpha \lambda_1 \pi_1 (\lambda_1 + 2\lambda_2 + 2\lambda_{12}) + \beta \lambda_2 \pi_2 (2\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_{12}) + \delta \pi_{12} (\lambda_{12}^2 - 2\lambda_1 \lambda_2)]$$

dengan menggunakan pendekatan Maclaurin, Ekspektasi total biaya per unit waktu menjadi:

$$\begin{aligned}
Z_1(T_1, \tau) & \approx \frac{Ad}{p\tau} + h\bar{I}(\tau, T_1) + s\bar{B}(\tau, T_1) + \frac{H\tau}{2} - \frac{K\tau^2}{6} \\
& \approx \frac{Ad}{p\tau} + \frac{h(p-d)\tau}{2} - h(p-d)T_1 + \frac{h(p-d)T_1^2}{2\tau} + \frac{s(p-d)T_1^2}{2\tau} + \frac{H\tau}{2} \\
& - \frac{K\tau^2}{6}
\end{aligned}$$

$$\approx \frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{\tau}{2} - T_1 \right] + (h+s) \left[\frac{(p-d)T_1^2}{2\tau} \right] + \frac{H\tau}{2} - \frac{K\tau^2}{6} \quad (5.6)$$

Persamaan $Z_1(T_1, \tau)$ merupakan persamaan dengan dua variabel, sehingga untuk mendapatkan nilai waktu produksi optimal perlu dicari dahulu turunan parsial pertama dari persamaan $Z_1(T_1, \tau)$ terhadap T_1 dan τ dan membuat nilai turunan parsial pertama tersebut sama dengan 0.

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z_1(T_1, \tau)}{\partial T_1} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial T_1} \left(\frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{\tau}{2} - T_1 \right] + (h+s) \left[\frac{(p-d)T_1^2}{2\tau} \right] + \frac{H\tau}{2} - \frac{K\tau^2}{6} \right) &= 0 \\ -h(p-d) + \frac{T_1(p-d)(h+s)}{\tau} &= 0 \\ \frac{T_1(p-d)(h+s)}{\tau} &= h(p-d) \\ T_{1m} &= \frac{h(p-d)\tau}{(p-d)(h+s)} \\ T_{1m} &= \frac{h\tau}{(h+s)} \end{aligned} \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z(T_1, \tau)}{\partial \tau} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{\tau}{2} - T_1 \right] + (h+s) \left[\frac{(p-d)T_1^2}{2\tau} \right] + \frac{H\tau}{2} - \frac{K\tau^2}{6} \right) &= 0 \\ \frac{H}{2} + \frac{h(p-d)}{2} - \frac{K\tau}{3} - \frac{Ad}{p\tau^2} - \frac{(h+s)(p-d)T_1^2}{2\tau^2} &= 0 \end{aligned} \quad (5.8)$$

Pemodelan ini bertujuan untuk mendapatkan nilai waktu produksi optimal (τ_m), sementara itu pada persamaan (5.8) masih terdapat variabel T_1 . Persamaan (5.7) kita substitusikan ke persamaan (5.8) untuk menghilangkan variabel T_1 , sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned} -\frac{K\tau^3}{3} + \frac{H\tau^2}{2} + \frac{h(p-d)\tau^2}{2} - \frac{(h+s)(p-d)h^2\tau^2}{2(h+s)^2} - \frac{Ad}{p} &= 0 \\ 2K\tau^3 - 3H\tau^2 - 3h(p-d)\tau^2 + 3h(p-d)\tau^2 \left[\frac{h}{(h+s)} \right] + \frac{6Ad}{p} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2K\tau^3 - 3H\tau^2 - 3h(p-d)\tau^2 \left[1 - \frac{h}{(h+s)} \right] + \frac{6Ad}{p} &= 0 \\
2K\tau^3 - 3H\tau^2 - 3h(p-d)\tau^2 \left[\frac{h+s-h}{(h+s)} \right] + \frac{6Ad}{p} &= 0 \\
2K\tau^3 - 3H\tau^2 - 3hs\tau^2 \left[\frac{(p-d)}{(h+s)} \right] + \frac{6Ad}{p} &= 0 \\
2K\tau^3 - 3\tau^2 \left[H + hs \left[\frac{(p-d)}{(h+s)} \right] \right] + \frac{6Ad}{p} &= 0 \tag{5.9}
\end{aligned}$$

Penulis menggunakan pendekatan seperti pada Kim dan Hong (1999) serta Chung dan Hou (2003) untuk mendapatkan nilai τ_m dari persamaan (5.9). Pendekatan tersebut adalah:

1. τ_m tidak dapat ditemukan secara langsung dan dalam bentuk yang sederhana. τ_m terletak diantara batas bawah τ_L dan batas atas τ_U .
2. Nilai τ_m pasti merupakan bilangan positif ($\tau_m > 0$), sehingga batas bawah ($\tau_L = 0$).
3. Nilai τ_m pada sistem produksi tidak sempurna akan selalu lebih kecil daripada τ optimal pada sistem produksi sempurna atau EPQ sederhana, sehingga τ optimal pada sistem produksi sempurna atau EPQ sederhana ini digunakan sebagai batas atas τ_U . Nilai τ optimal pada EPQ sederhana ditunjukkan oleh:

$$\tau = \sqrt{\frac{2Ad}{hp(p-d)}}$$

Dengan membandingkan persamaan total biaya pada EPQ tanpa *shortage* dan dengan *shortage*, kita dapat menggantikan h dengan $hs/(h+s)$, sehingga:

$$\tau_U = \sqrt{\frac{2Ad}{p \left[hs \left(\frac{p-d}{h+s} \right) \right]}}$$

Berdasarkan pendekatan-pendekatan diatas, nilai τ_m adalah:

$$\tau_L < \tau_m < \tau_U$$

$$0 < \tau_m < \sqrt{\frac{2Ad}{p \left[hs \left(\frac{p-d}{h+s} \right) \right]}} \quad (5.10)$$

Selanjutnya, τ_m dicari dengan metode Biseksi.

5.1.2. Pendekatan 2

Pada pendekatan 1 di atas, nilai τ optimal didapatkan dengan metode biseksi. Penggunaan metode biseksi cukup merepotkan dan dari segi kecepatan menghitung cukup lama. Pada pendekatan 2 ini, penulis tetap menggunakan pendekatan Maclaurin dalam menentukan persamaan ekspektasi total biaya per unit waktu, namun dengan tidak menggunakan pendekatan metode Biseksi. Nilai τ optimal akan didapatkan secara langsung pada bentuk yang sederhana.

Pada pendekatan 2 ini, penulis menggunakan notasi T_1^* dan τ^* untuk menggantikan notasi T_{1m} dan τ_m pada pendekatan 1. Pendekatan ini tetap menggunakan turunan parsial pertama dari persamaan $Z_1(T_1, \tau)$ terhadap T_1 dan τ dan membuat nilai turunan parsial pertama tersebut menjadi 0.

$$Z_1(T_1, \tau) \approx \frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{\tau}{2} - T_1 \right] + (h+s) \left[\frac{(p-d)T_1^2}{2\tau} \right] + \frac{H\tau}{2} - \frac{K\tau^2}{6}$$

$$\frac{\partial Z_1(T_1, \tau)}{\partial T_1} = 0$$

$$T_1^* = \frac{h\tau}{(h+s)} \quad (5.11)$$

$$\frac{\partial Z_1(T_1, \tau)}{\partial \tau} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{\tau}{2} - T_1 \right] + (h+s) \left[\frac{(p-d)T_1^2}{2\tau} \right] + \frac{H\tau}{2} - \frac{K\tau^2}{6} \right) = 0$$

$$\frac{H}{2} + \frac{h(p-d)}{2} - \frac{K\tau}{3} - \frac{Ad}{p\tau^2} - \frac{(h+s)(p-d)T_1^2}{2\tau^2} = 0 \quad (5.12)$$

Nilai τ^* sulit untuk didapatkan berdasarkan persamaan (5.12). Pada pendekatan kali ini, kita akan menghilangkan komponen yang mengandung variabel τ^2 pada persamaan $Z_1(T_1, \tau)$ di mana komponen tersebut juga tidak

mengandung variabel T_1 sehingga tidak akan mempengaruhi nilai T_1^* . Persamaan ekspektasi total biaya per unit waktu menjadi:

$$Z_2(T_1, \tau) \approx \frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{\tau}{2} - T_1 \right] + (h+s) \left[\frac{(p-d)T_1^2}{2\tau} \right] + \frac{H\tau}{2} \quad (5.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{\tau}{2} - T_1 \right] + (h+s) \left[\frac{(p-d)T_1^2}{2\tau} \right] + \frac{H\tau}{2} \right) = 0$$

$$\frac{H}{2} + \frac{h(p-d)}{2} - \frac{Ad}{p\tau^2} - \frac{(h+s)(p-d)T_1^2}{2\tau^2} = 0$$

$$\frac{H\tau^2}{2} + \frac{h(p-d)\tau^2}{2} - \frac{Ad}{p} - \frac{(h+s)(p-d)T_1^2}{2} = 0 \quad (5.14)$$

Pemodelan ini bertujuan untuk mendapatkan nilai τ^* , sementara itu pada persamaan (5.14) masih terdapat variabel T_1 . Kita substitusikan persamaan (5.11) ke persamaan (5.14) untuk menghilangkan variabel T_1 , sehingga didapatkan:

$$\frac{H\tau^2}{2} + \frac{h(p-d)\tau^2}{2} - \frac{Ad}{p} - \frac{(h+s)(p-d)h^2\tau^2}{2(h+s)^2} = 0$$

$$\frac{H\tau^2}{2} + \frac{h(p-d)\tau^2}{2} - \frac{h^2(p-d)\tau^2}{2(h+s)} = \frac{Ad}{p}$$

$$\frac{\tau^2}{2} \left[H + h(p-d) - \frac{h^2(p-d)}{(h+s)} \right] = \frac{Ad}{p}$$

$$\tau^2 \left[H + h(p-d) \left[1 - \frac{h}{(h+s)} \right] \right] = \frac{2Ad}{p}$$

$$\tau^2 \left[H + h(p-d) \left[\frac{h+s-h}{(h+s)} \right] \right] = \frac{2Ad}{p}$$

$$\tau^2 \left[H + hs \left(\frac{p-d}{h+s} \right) \right] = \frac{2Ad}{p}$$

$$\tau^2 = \frac{2Ad}{p \left[H + hs \left(\frac{p-d}{h+s} \right) \right]}$$

$$\tau^* = \sqrt{\frac{2Ad}{p \left[H + hs \left(\frac{p-d}{h+s} \right) \right]}}$$

$$\tau^* = \sqrt{\frac{2Ad}{p \left[d(\alpha\lambda_1\pi_1 + \beta\lambda_2\pi_2 + \delta\lambda_{12}\pi_{12}) + hs \left(\frac{p-d}{h+s} \right) \right]}} \quad (5.15)$$

Nilai T_1^* dan τ^* telah dapat ditentukan berdasarkan persamaan (5.11) dan (5.15). Selanjutnya, kita perlu melakukan uji optimasi dengan matrik Hessian untuk meyakinkan bahwa nilai (T_1^*, τ^*) , merupakan nilai yang membuat nilai persamaan $Z_2(T_1, \tau)$ menjadi minimum. Rao (2009) mengatakan bahwa suatu titik atau nilai akan menjadikan nilai minimum suatu fungsi atau persamaan jika nilai determinan dari matrik Hessian bernilai definit positif $D > 0$.

Persamaan $Z_2(T_1, \tau)$ merupakan matrik orde 2, sehingga matrik Hessian akan seperti di bawah ini:

$$HM_1 = |a_{11}|$$

$$HM_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

T_1^* dan τ^* merupakan nilai pembuat persamaan $Z_2(T_1, \tau)$ minimum jika nilai determinan $HM_1 > 0$ atau $D_1 > 0$ dan nilai determinan $HM_2 > 0$ atau $D_2 > 0$

$$HM_1 = \left| \frac{\partial^2 Z_2(T_1, \tau)}{\partial T_1^2} \right|$$

$$D_1 = \frac{\partial^2 Z_2(T_1, \tau)}{\partial T_1^2} \quad (5.16)$$

$$HM_2 = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 Z_2(T_1, \tau)}{\partial T_1^2} & \frac{\partial^2 Z_2(T_1, \tau)}{\partial T_1 \partial \tau} \\ \frac{\partial^2 Z_2(T_1, \tau)}{\partial \tau \partial T_1} & \frac{\partial^2 Z_2(T_1, \tau)}{\partial \tau^2} \end{vmatrix}$$

$$D_2 = \frac{\partial^2 Z_2(T_1, \tau)}{\partial T_1^2} \cdot \frac{\partial^2 Z_2(T_1, \tau)}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 Z_2(T_1, \tau)}{\partial T_1 \partial \tau} \cdot \frac{\partial^2 Z_2(T_1, \tau)}{\partial \tau \partial T_1} \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 Z_2(T_1, \tau)}{\partial T_1^2} &= \frac{\partial^2}{\partial T_1^2} \left(\frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{\tau}{2} - T_1 \right] + (h+s) \left[\frac{(p-d)T_1^2}{2\tau} \right] + \frac{H\tau}{2} \right) \\ &= \frac{(p-d)(h+s)}{\tau} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 Z_2(T_1, \tau)}{\partial \tau^2} &= \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \left(\frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{\tau}{2} - T_1 \right] + (h+s) \left[\frac{(p-d)T_1^2}{2\tau} \right] + \frac{H\tau}{2} \right) \\
&= \frac{2Ad}{p\tau^3} + \frac{(p-d)(h+s)T_1^2}{\tau^3} \\
\frac{\partial^2 Z_2(T_1, \tau)}{\partial T_1 \partial \tau} &= \frac{\partial^2}{\partial T_1 \partial \tau} \left(\frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{\tau}{2} - T_1 \right] + (h+s) \left[\frac{(p-d)T_1^2}{2\tau} \right] + \frac{H\tau}{2} \right) \\
&= -\frac{(p-d)(h+s)T_1}{\tau^2} \\
\frac{\partial^2 Z_2(T_1, \tau)}{\partial \tau \partial T_1} &= \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial T_1} \left(\frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{\tau}{2} - T_1 \right] + (h+s) \left[\frac{(p-d)T_1^2}{2\tau} \right] + \frac{H\tau}{2} \right) \\
&= -\frac{(p-d)(h+s)T_1}{\tau^2} \\
D_1 &= \frac{(p-d)(h+s)}{\tau} \tag{5.18}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_2 &= \frac{(p-d)(h+s)}{\tau} \cdot \left(\frac{2Ad}{p\tau^3} + \frac{(p-d)(h+s)T_1^2}{\tau^3} \right) \\
&\quad - \left(-\frac{(p-d)(h+s)T_1}{\tau^2} \cdot -\frac{(p-d)(h+s)T_1}{\tau^2} \right) \\
&= \frac{2Ad(p-d)(h+s)}{p\tau^4} + \frac{(p-d)^2(h+s)^2T_1^2}{\tau^4} - \frac{(p-d)^2(h+s)^2T_1^2}{\tau^4} \\
&= \frac{2Ad(p-d)(h+s)}{p\tau^4} \tag{5.19}
\end{aligned}$$

Kita akan yakin bahwa T_1^* dan τ^* merupakan nilai pembuat persamaan $Z_2(T_1, \tau)$ minimum jika nilai $D_1 > 0$ dan nilai $D_2 > 0$.

5.1.3. Pendekatan 3

Pendekatan 1 dan pendekatan 2 di atas menggunakan pendekatan Maclaurin dalam menentukan persamaan ekspektasi total biaya per unit waktu untuk mendapatkan persamaan waktu produksi optimal. Pendekatan 3 ini akan menggunakan persamaan ekspektasi total biaya per unit waktu yang sebenarnya (tanpa pendekatan Maclaurin) yang ditunjukkan pada persamaan (4.23).

$$Z_0(T_1, \tau) = \frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{\tau}{2} - T_1 \right] + (h+s) \left[\frac{(p-d)T_1^2}{2\tau} \right] + \frac{d(\pi_1 E[N_1(\tau)] + \pi_2 E[N_2(\tau)] + \pi_{12} E[N_3(\tau)])}{p\tau}$$

di mana $E[N_1(\tau)]$, $E[N_2(\tau)]$, dan $E[N_3(\tau)]$ ditunjukkan oleh persamaan (4.19), (4.20), dan (4.21).

Pendekatan Maclaurin hanya berpengaruh terhadap komponen *defective cost*. *Defective cost* tidak mengandung variabel T_1 . Variabel T_1 hanya terdapat pada komponen *holding cost* dan *shortage cost*.

Pendekatan 1 dan pendekatan 2 menggunakan persamaan yang memiliki persamaan komponen *holding cost* dan *shortage cost* yang sama, sehingga persamaan T_1 pada pendekatan 1 dan pendekatan 2 sama. Persamaan ekspektasi total biaya per unit waktu yang sebenarnya juga memiliki komponen *holding cost* dan *shortage cost* yang sama dengan pendekatan 1 dan pendekatan 2, sehingga T_1 pada pendekatan 3 ini akan sama dengan persamaan T_1 pada pendekatan 1 dan pendekatan 2.

$$T_{1opt} = \frac{h\tau}{(h+s)} \quad (5.20)$$

Kita substitusikan persamaan (5.20) ke persamaan (4.23), sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned} Z_0(\tau) &= \frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{\tau}{2} - \frac{h\tau}{(h+s)} \right] + (h+s) \left[\frac{(p-d)h^2\tau^2}{2\tau(h+s)^2} \right] \\ &\quad + \frac{d(\pi_1 E[N_1(\tau)] + \pi_2 E[N_2(\tau)] + \pi_{12} E[N_3(\tau)])}{p\tau} \\ &= \frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{h\tau + s\tau - 2h\tau}{2(h+s)} \right] + \frac{h^2(h+s)(p-d)\tau^2}{2\tau(h+s)^2} \\ &\quad + \frac{d(\pi_1 E[N_1(\tau)] + \pi_2 E[N_2(\tau)] + \pi_{12} E[N_3(\tau)])}{p\tau} \\ Z_0(\tau) &= \frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{\tau(s-h)}{2(h+s)} \right] + \frac{h^2(p-d)\tau}{2(h+s)} \\ &\quad + \frac{d(\pi_1 E[N_1(\tau)] + \pi_2 E[N_2(\tau)] + \pi_{12} E[N_3(\tau)])}{p\tau} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{Ad}{p\tau} + h(p-d)\tau \left[\frac{(s-h)}{2(h+s)} + \frac{h}{2(h+s)} \right] \\
&\quad + \frac{d(\pi_1 E[N_1(\tau)] + \pi_2 E[N_2(\tau)] + \pi_{12} E[N_3(\tau)])}{p\tau} \\
&= \frac{Ad}{p\tau} + \frac{hs(p-d)\tau}{2(h+s)} \\
&\quad + \frac{d(\pi_1 E[N_1(\tau)] + \pi_2 E[N_2(\tau)] + \pi_{12} E[N_3(\tau)])}{p\tau} \tag{5.21}
\end{aligned}$$

τ_{opt} dicari dengan metode *Golden Section* dengan menggunakan batas bawah dan batas atas seperti pada pendekatan 1 sebagai intervalnya.

$$\tau_L < \tau_{opt} < \tau_U$$

$$0 < \tau_{opt} < \sqrt{\frac{2Ad}{p \left[hs \left(\frac{p-d}{h+s} \right) \right]}} \tag{5.22}$$

5.2. Contoh Numerik

Penulis menggunakan Ai dkk. (2012) sebagai acuan dalam pembuatan contoh numerik. Biaya *backorder* per unit waktu (s) selalu lebih besar dari biaya simpan per unit waktu (h). Pada bagian ini, penulis memberikan beberapa contoh numerik dengan perbedaan nilai dari parameter-parameternya. Tabel 6.1 menunjukkan nilai-nilai parameter yang digunakan sebagai contoh numerik.

Tabel 5.1 Nilai-Nilai Parameter Contoh Numerik

Parameter	Permasalahan							
	1	2	3	4	5	6	7	8
d	200	200	200	200	200	200	200	200
p	300	300	300	300	300	300	300	300
α	0.1	0.1	0.3	0.3	0.1	0.1	0.3	0.3
β	0.1	0.1	0.3	0.3	0.1	0.1	0.3	0.3
δ	0.16	0.16	0.48	0.48	0.16	0.16	0.48	0.48
λ_1	0.05	0.05	0.05	0.05	0.15	0.15	0.15	0.15

λ_2	0.1	0.1	0.1	0.1	0.3	0.3	0.3	0.3
λ_{12}	0.02	0.02	0.02	0.02	0.06	0.06	0.06	0.06
π_1	10	10	10	10	10	10	10	10
π_2	10	10	10	10	10	10	10	10
π_{12}	12	12	12	12	12	12	12	12
A	100	100	100	100	100	100	100	100
h	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08
s	0.16	0.24	0.16	0.24	0.16	0.24	0.16	0.24

5.3.1. Pendekatan 1

Penulis memberikan contoh perhitungan secara lengkap pada permasalahan 1. Hasil perhitungan selengkapnya dapat dilihat pada Tabel 5.3.

$$\tau_L < \tau_m < \tau_U$$

$$\tau_L = 0$$

$$\tau_U = \sqrt{\frac{2Ad}{p \left[hs \left(\frac{p-d'}{h+s} \right) \right]}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 * 100 * 200}{300 * \left[0.08 * 0.16 * \left(\frac{300 - 200}{0.08 + 0.16} \right) \right]}}$$

$$\tau_U = 5$$

$$0 < \tau_m < 5$$

Nilai τ_m didapatkan dengan menggunakan metode Biseksi dengan $\tau_a = 0.00001$ dan $\tau_b = 4.99999$, serta faktor toleransi $\epsilon = 0.0001$. Tabel 5.2 menunjukkan perhitungan dalam menentukan nilai τ_m dengan metode Biseksi pada permasalahan 1. Berdasarkan Tabel 5.2, kita mendapatkan nilai:

$$\tau_m = 1.8731$$

$$T_{1m} = \frac{h\tau}{(h+s)}$$

$$= \frac{0.08 * 1.8731}{(0.08 + 0.16)}$$

$$= 0.6244$$

$$H = d(\alpha\lambda_1\pi_1 + \beta\lambda_2\pi_2 + \delta\lambda_{12}\pi_{12})$$

$$= 200 * (0.1 * 0.05 * 10 + 0.1 * 0.1 * 10 + 0.16 * 0.02 * 12)$$

$$= 37.6800$$

$$K = d[\alpha\lambda_1\pi_1(\lambda_1 + 2\lambda_2 + 2\lambda_{12}) + \beta\lambda_2\pi_2(2\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_{12}) + \delta\pi_{12}(\lambda_{12}^2 - 2\lambda_1\lambda_2)]$$

$$= 200 * [0.1 * 0.05 * 10 * (0.05 + 2 * 0.1 + 2 * 0.02) + 0.1 * 0.1 * 10$$

$$* (2 * 0.05 + 0.1 + 2 * 0.02) + 0.16 * 12 * (0.02^2 - 2 * 0.05 * 0.1)]$$

$$= 4.0136$$

$$Z_1(T_{1m}, \tau_m) = \frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{\tau}{2} - T_1 \right] + (h+s) \left[\frac{(p-d)T_1^2}{2\tau} \right] + \frac{H\tau}{2} - \frac{K\tau^2}{6}$$

$$= \frac{100 * 200}{300 * 1.8731} + 0.08 * (300 - 200) * \left[\frac{1.8731}{2} - 0.6244 \right]$$

$$+ (0.08 + 0.16) * \left[\frac{(300 - 200) * 0.6244^2}{2 * 1.8731} \right] + \frac{37.68 * 1.8731}{2}$$

$$- \frac{4.0136 * 1.8731^2}{6}$$

$$= 73.5288$$

Tabel 5.2 Perhitungan τ_m dengan Metode Biseksi

τ_a	τ_b	τ_m	$Z_1'(\tau_a)$	$Z_1'(\tau_m)$	$Z_1'(\tau_a) * Z_1'$	$\epsilon = \tau_b -$
0.00001	4.99999	2.50000	400.0000	-281.0750	-112430.00	4.99998
0.00001	2.50000	1.25001	400.0000	214.0517	85620.6800	2.49999
1.25001	2.50000	1.87500	214.0517	-0.7436	-159.1688	1.25000
1.25001	1.87500	1.56250	214.0517	115.5810	24740.3095	0.62500
1.56250	1.87500	1.71875	115.5810	59.5586	6883.8425	0.31250
1.71875	1.87500	1.79688	59.5586	29.9310	1782.6485	0.15625
1.79688	1.87500	1.83594	29.9310	14.7231	440.6771	0.07812
1.83594	1.87500	1.85547	14.7231	7.0220	103.3856	0.03906
1.85547	1.87500	1.86524	7.0220	3.1472	22.0996	0.01953
1.87256	1.87317	1.87287	0.2306	0.1089	0.0251	0.00061
1.87287	1.87317	1.87302	0.1089	0.0480	0.0052	0.00031
1.87302	1.87317	1.87310	0.0480	0.0176	0.0008	0.00015
1.87310	1.87317	1.87313	0.0176	0.0024	0.0000	0.00008

Tabel 5.3 Hasil Perhitungan Pendekatan 1

Permasalahan	τ_m	T_{1m}	$Z_1(T_{1m}, \tau_m)$
1	1.8731	0.6244	73.5288
2	1.8558	0.4639	74.1503
3	1.1034	0.3678	123.2826
4	1.0999	0.2750	123.6498
5	1.2248	0.4083	117.8911
6	1.2193	0.3048	118.2984
7	0.6712	0.2237	206.7864
8	0.6704	0.1676	207.0100

5.2.2. Pendekatan 2

Penulis memberikan contoh perhitungan secara lengkap pada permasalahan 1. Hasil perhitungan selengkapnya dapat dilihat pada Tabel 6.4.

$$\tau^* = \sqrt{\frac{2Ad}{p \left[d(\alpha\lambda_1\pi_1 + \beta\lambda_2\pi_2 + \delta\lambda_{12}\pi_{12}) + hs \left(\frac{p-d}{h+s} \right) \right]}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 * 100 * 200}{300 * \left[200 * (0.1 * 0.05 * 10 + 0.1 * 0.1 * 10 + 0.16 * 0.02 * 12) + 0.08 * 0.16 * \left(\frac{300 - 200}{0.08 + 0.16} \right) \right]}}$$

$$= 1.7606$$

$$T_1^* = \frac{h\tau}{(h+s)}$$

$$= \frac{0.08 * 1.7606}{(0.08 + 0.16)}$$

$$= 0.5869$$

$$H = d(\alpha\lambda_1\pi_1 + \beta\lambda_2\pi_2 + \delta\lambda_{12}\pi_{12})$$

$$= 200 * (0.1 * 0.05 * 10 + 0.1 * 0.1 * 10 + 0.16 * 0.02 * 12)$$

$$= 37.6800$$

$$D_1 = \frac{(p-d)(h+s)}{\tau}$$

$$= \frac{(300 - 200) * (0.08 + 0.16)}{1.7606}$$

$$= 13.6315$$

$$D_1 > 0$$

$$D_2 = \frac{2Ad(p-d)(h+s)}{p\tau^2}$$

$$= \frac{2 * 100 * 200 * (300 - 200) * (0.08 + 0.16)}{300 * 1.7606^2}$$

$$= 333.0264$$

$$D_2 > 0$$

$$Z_2(T_1^*, \tau^*) = \frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{\tau}{2} - T_1 \right] + (h+s) \left[\frac{(p-d)T_1^2}{2\tau} \right] + \frac{H\tau}{2}$$

$$= \frac{100 * 200}{300 * 1.7606} + 0.08 * (300 - 200) * \left[\frac{1.7606}{2} - 0.5869 \right]$$

$$+ (0.08 + 0.16) * \left[\frac{(300 - 200) * 0.5869^2}{2 * 1.7606} \right] + \frac{37.6800 * 1.7606}{2}$$

$$= 75.7305$$

Tabel 5.4 Hasil Perhitungan Pendekatan 2

Permasalahan	τ^*	T_1^*	D_1	D_2	$Z_2(T_1^*, \tau^*)$
1	1.7606	0.5869	13.6315	333.0264	75.7305
2	1.7471	0.4368	18.3156	457.9062	76.3151
3	1.0613	0.3538	22.6136	2522.2043	125.6309
4	1.0583	0.2646	30.2362	3400.9252	125.9841
5	1.0613	0.3538	22.6136	2522.2043	125.6309
6	1.0583	0.2646	30.2362	3400.9252	125.9841
7	0.6222	0.2074	38.5751	21356.6578	214.3061
8	0.6216	0.1554	51.4832	28585.8755	214.5134

5.2.3. Pendekatan 3

Penulis memberikan contoh perhitungan secara lengkap pada permasalahan 1. Hasil perhitungan selengkapnya dapat dilihat pada Tabel 5.6.

$$\tau_L \leq \tau_{opt} \leq \tau_U$$

$$\tau_L = 0$$

$$\tau_v = \sqrt{\frac{2Ad}{p \left[hs \left(\frac{p-d}{h+s} \right) \right]}}$$

$$= 5$$

$$0 < \tau_{opt} < 5$$

Nilai τ_{opt} didapatkan dengan menggunakan metode *Golden Section* dengan $\tau_a = 0.00001$ dan $\tau_d = 4.99999$ serta faktor toleransi $\varepsilon = 0.0001$. Tabel 5.5 menunjukkan perhitungan dalam menentukan nilai τ_{opt} dengan metode *Golden Section* pada permasalahan 1. Berdasarkan Tabel 5.5, kita mendapatkan nilai:

$$\tau_{opt} = 1.8633$$

$$T_{1opt} = \frac{h\tau}{(h+s)}$$

$$= \frac{0.08 * 1.8633}{(0.08 + 0.16)}$$

$$= 0.6211$$

$$E[N_1(\tau_{opt})] = p\alpha \left(\frac{1 - \exp[-(\lambda_2 + \lambda_{12})\tau]}{\lambda_2 + \lambda_{12}} - \frac{1 - \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12})\tau]}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12}} \right)$$

$$= 2.1795$$

$$E[N_2(\tau_{opt})] = p\beta \left(\frac{1 - \exp[-(\lambda_1 + \lambda_{12})\tau]}{\lambda_1 + \lambda_{12}} - \frac{1 - \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12})\tau]}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12}} \right)$$

$$= 4.4960$$

$$E[N_3(\tau_{opt})] = p\delta \left(\frac{\exp[-(\lambda_1 + \lambda_{12})\tau] + (\lambda_1 + \lambda_{12})\tau - 1}{\lambda_1 + \lambda_{12}} + \frac{\exp[-(\lambda_2 + \lambda_{12})\tau] + (\lambda_2 + \lambda_{12})\tau - 1}{\lambda_2 + \lambda_{12}} - \frac{\exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12})\tau] + (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12})\tau - 1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12}} \right)$$

$$= 2.0999$$

$$Z_0(T_{1opt}, \tau_{opt}) = \frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{\tau}{2} - T_1 \right] + (h+s) \left[\frac{(p-d)T_1^2}{2\tau} \right] + \frac{d(\pi_1 E[N_1(\tau)] + \pi_2 E[N_2(\tau)] + \pi_{12} E[N_3(\tau)])}{p\tau}$$

$$= \frac{100 * 200}{300 * 1.8633} + 0.08 * (300 - 200) * \left[\frac{1.8633}{2} - 0.6211 \right]$$

$$\begin{aligned}
& + (0.08 + 0.16) * \left[\frac{(300 - 200) * 0.6211^2}{2 * 1.8633} \right] \\
& + \frac{200 * (10 * 2.1795 + 10 * 4.4960 + 12 * 2.0999)}{300 * 1.8633} \\
& = 73.6482
\end{aligned}$$

Tabel 5.5 Perhitungan τ_{opt} dengan Metode *Golden Section*

τ_a	τ_b	τ_c	τ_d	$Z_0(\tau_b)$	$Z_0(\tau_c)$	$\varepsilon = \tau_d - \tau_c $
0.00001	1.90983	3.09017	4.99999	73.66876128	82.17058757	4.99998
0.00001	1.18035	1.90983	3.09017	80.96459017	73.66876128	3.09016
1.18035	1.90983	2.36068	3.09017	73.66876128	75.52116304	1.90982
1.18035	1.63119	1.90983	2.36068	74.25145521	73.66876128	1.18034
1.63119	1.90983	2.08204	2.36068	73.66876128	74.06234772	0.72949
1.63119	1.80340	1.90983	2.08204	73.68437873	73.66876128	0.45085
1.85958	1.86325	1.86551	1.86918	73.64822740	73.64827490	0.00960
1.85958	1.86185	1.86325	1.86551	73.64824795	73.64822740	0.00593
1.86185	1.86325	1.86411	1.86551	73.64822740	73.64823379	0.00367
1.86185	1.86271	1.86325	1.86411	73.64823074	73.64822740	0.00227
1.86271	1.86325	1.86358	1.86411	73.64822740	73.64822812	0.00140
1.86271	1.86304	1.86325	1.86358	73.64822802	73.64822740	0.00087
1.86304	1.86325	1.86337	1.86358	73.64822740	73.64822742	0.00053
1.86304	1.86317	1.86325	1.86337	73.64822754	73.64822740	0.00033
1.86317	1.86325	1.86330	1.86337	73.64822740	73.64822737	0.00020
1.86325	1.86330	1.86333	1.86337	73.64822737	73.64822738	0.00013
1.86325	1.86328	1.86330	1.86333	73.64822738	73.64822737	0.00008

$$\begin{aligned}
\tau_{opt} &= \frac{(\tau_a + \tau_d)}{2} \\
&= \frac{(1.86325 + 1.86333)}{2} \\
&= 1.86329 \\
&= 1.8633
\end{aligned}$$

Tabel 5.6 Hasil Perhitungan Pendekatan 3

Permasalahan	τ_{opt}	T_{1opt}	$Z_0(T_{1opt}, \tau_{opt})$
1	1.8633	0.6211	73.6482
2	1.8464	0.4616	74.2665
3	1.1013	0.3671	123.3576
4	1.0979	0.2745	123.7241
5	1.1936	0.3979	118.7297
6	1.1889	0.2972	119.1268
7	0.6665	0.2222	207.2288
8	0.6657	0.1664	207.4508

5.3. Analisis Hasil Perhitungan

Penulis menggunakan data contoh numerik pada Tabel 5.1 dan hasil perhitungan pendekatan 1, pendekatan 2 dan pendekatan 3 pada Tabel 5.3, Tabel 5.4 dan Tabel 5.6 untuk melakukan analisis hasil perhitungan. Tabel 5.7 menunjukkan perbandingan hasil perhitungan antara pendekatan 1, pendekatan 2 dan pendekatan 3.

Berdasarkan Tabel 5.7, dapat diketahui bahwa terdapat perbedaan antara pendekatan 1, pendekatan 2 dan pendekatan 3. Kedua variabel keputusan dan fungsi tujuan pada masing-masing pendekatan menunjukkan perbedaan yang tidak cukup signifikan, di mana $\tau^* < \tau_{opt} < \tau_m$, $T_1^* < T_{1opt} < T_{1m}$, $Z(T_{1m}, \tau_m) < Z(T_{1opt}, \tau_{opt}) < Z(T_1^*, \tau^*)$.

Tabel 5.7. Perbandingan Hasil Perhitungan Pendekatan 1, Pendekatan 2 Pendekatan 3

Permasalahan	τ_m	τ^*	τ_{opt}	T_{1m}	T_1^*	T_{1opt}	$Z_1(T_{1m}, \tau_m)$	$Z_2(T_1^*, \tau^*)$	$Z_3(T_{1opt}, \tau_{opt})$
1	1.8731	1.7606	1.8633	0.6244	0.5869	0.6211	73.5288	75.7305	73.6482
2	1.8558	1.7471	1.8464	0.4639	0.4368	0.4616	74.1503	76.3151	74.2665
3	1.1034	1.0613	1.1013	0.3678	0.3538	0.3671	123.2826	125.6309	123.3576
4	1.0999	1.0583	1.0979	0.2750	0.2646	0.2745	123.6498	125.9841	123.7241
5	1.2248	1.0613	1.1936	0.4083	0.3538	0.3979	117.8911	125.6309	118.7297
6	1.2193	1.0583	1.1889	0.3048	0.2646	0.2972	118.2984	125.9841	119.1268
7	0.6712	0.6222	0.6665	0.2237	0.2074	0.2222	206.7864	214.3061	207.2288
8	0.6704	0.6216	0.6657	0.1676	0.1554	0.1664	207.0100	214.5134	207.4508

Berdasarkan Tabel 5.7, kita juga dapat mengetahui berbagai pengaruh ketika nilai beberapa parameter diubah, yaitu:

1. s dinaikkan sebesar dua kali dari nilai semula.

Hal ini terjadi pada permasalahan 1 dan 2, permasalahan 3 dan 4, permasalahan 5 dan 6 serta permasalahan 7 dan 8. Pada kondisi ini, nilai τ dan T_1 optimal pada masing-masing pendekatan mengalami penurunan sedangkan nilai $Z(T_1, \tau)$ pada masing-masing pendekatan semakin meningkat.

2. s tetap dan α, β, δ dinaikkan tiga kali dari nilai semula.

Kondisi ini terjadi pada permasalahan 1 dan 3, permasalahan 2 dan 4. Pada kondisi ini, nilai τ dan T_1 optimal pada masing-masing pendekatan mengalami penurunan sedangkan nilai $Z(T_1, \tau)$ pada masing-masing pendekatan semakin meningkat.

3. s tetap dan $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_{12}$ dinaikkan tiga kali dari nilai semula.

Kondisi ini terjadi pada permasalahan 1 dan 5, permasalahan 2 dan 6. Pada kondisi ini, nilai τ dan T_1 optimal pada masing-masing pendekatan mengalami penurunan sedangkan nilai $Z(T_1, \tau)$ pada masing-masing pendekatan semakin meningkat.

4. s tetap dan α, β, δ dinaikkan tiga kali dari nilai semula serta $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_{12}$ dinaikkan tiga kali dari nilai semula.

Kondisi ini terjadi pada permasalahan 1 dan 7, permasalahan 2 dan 8. Pada kondisi ini, nilai τ dan T_1 optimal pada masing-masing pendekatan mengalami penurunan sedangkan nilai $Z(T_1, \tau)$ pada masing-masing pendekatan semakin meningkat.

Pendekatan 1 merupakan pendekatan dengan menggunakan pendekatan Maclaurin untuk mendapatkan persamaan ekspektasi total biaya per unit waktu $[Z_1(T_1, \tau)]$ dan menggunakan pendekatan dengan salah satu metode numerik untuk menentukan akar persamaan dalam mendapatkan waktu produksi optimal, yaitu dengan metode Biseksi. Pendekatan 2 merupakan pendekatan dengan menggunakan pendekatan Maclaurin untuk mendapatkan persamaan ekspektasi total biaya per unit waktu dan menggunakan pendekatan dengan menghilangkan salah satu komponen untuk mendapatkan waktu produksi optimal $[Z_2(T_1, \tau)]$. Pendekatan 3 merupakan pendekatan dengan tanpa menggunakan pendekatan Maclaurin pada ekspektasi total biaya per unit waktu $[Z_0(T_1, \tau)]$ dan menggunakan salah satu metode optimisasi numerik untuk langsung mendapatkan waktu produksi optimal, yaitu dengan metode *Golden Section*.

Berdasarkan perbedaan ketiga pendekatan di atas, kita dapat mengetahui bahwa pendekatan 3 akan lebih mendekati kondisi sebenarnya dibandingkan dengan pendekatan 1 dan pendekatan 2. Hal ini dikarenakan persamaan ekspektasi total biaya per unit waktu yang digunakan merupakan persamaan yang sebenarnya $[Z_0(T_1, \tau)]$, sehingga nilai waktu produksi optimal yang didapatkan akan lebih mendekati dengan kondisi yang sebenarnya.

Berdasarkan proses pengerjaannya, pendekatan 3 membutuhkan iterasi yang lebih panjang daripada pendekatan 1 dan pendekatan 2 untuk mendapatkan nilai τ optimal. Pada pendekatan 3, kita harus melakukan evaluasi dua nilai ekspektasi total biaya per unit waktu dan empat nilai variabel waktu produksi, sementara itu pada pendekatan 1 hanya mengevaluasi satu nilai ekspektasi total biaya per unit waktu dan tiga nilai variabel waktu produksi, sedangkan pada pendekatan 2 nilai variabel waktu produksi optimal langsung didapatkan. Hal-hal tersebut menunjukkan bahwa pendekatan 3 kurang efisien dibanding pendekatan 1 dan pendekatan 2.

Kita perlu melakukan analisis untuk mengetahui perbandingan antara pendekatan 1 dan pendekatan 2 terhadap kondisi sebenarnya yang diwakili oleh pendekatan 3. Hal ini dilakukan untuk mengetahui pendekatan mana yang lebih baik

diantara pendekatan 1 dan pendekatan 2 sebagai alternatif dari kelemahan-kelemahan yang terdapat pada pendekatan 3. Pendekatan yang lebih baik akan memiliki rata-rata perbedaan yang lebih kecil terhadap kondisi sebenarnya. Perbandingan ini dilakukan dengan menggunakan nilai τ dan T_1 optimal pada masing-masing pendekatan ke dalam persamaan ekspektasi total biaya per unit waktu yang sebenarnya $[Z_0(T_1, \tau)]$.

5.4. Validasi Model

Validasi model dilakukan dua kali, yaitu dengan internal validasi atau verifikasi dan eksternal validasi atau validasi.

5.4.1. Verifikasi

Verifikasi merupakan suatu langkah untuk membandingkan model yang dibangun dengan program komputer sesuai dengan model sistem yang dirancang. Verifikasi telah dilakukan oleh penulis dengan cara:

1. Memeriksa apakah model tersebut logis.

Contohnya: Berdasarkan Gambar 4.1 diketahui bahwa nilai $T_1 < \tau$, penulis melakukan pemeriksaan pada hasil perhitungan dengan membandingkan nilai T_1 dan τ . Hasil perhitungan menunjukkan nilai $T_1 < \tau$, sehingga model bisa dikatakan logis.

2. Persamaan matematisnya benar.

Contohnya: Penulis melakukan pemeriksaan hasil penurunan yang dilakukan dengan *software MathCad* dengan melakukan penurunan secara manual.

3. Ekspresi matematika (notasi) yang digunakan benar dan konsisten.

4. Data yang digunakan benar.

5. Memeriksa kembali hasil perhitungan numeriknya dengan peralatan yang berbeda

Contohnya: Penulis melakukan pemeriksaan hasil perhitungan yang dilakukan oleh *Microsoft Excel* dengan menggunakan kalkulator.

5.4.2. Validasi

Validasi dilakukan oleh penulis dengan cara membandingkan antara hasil yang didapat baik itu model maupun perhitungan dengan teori yang ada. Validasi yang dilakukan oleh penulis diantaranya adalah:

1. Ketika nilai s dinaikkan maka nilai τ optimal akan semakin kecil.

$$\tau^* = \sqrt{\frac{2Ad}{p \left[d(\alpha\lambda_1\pi_1 + \beta\lambda_2\pi_2 + \delta\lambda_{12}\pi_{12}) + hs \left(\frac{p-d}{h+s} \right) \right]}}$$

Persamaan di atas menunjukkan bahwa s berfungsi sebagai penyebut dalam menentukan nilai τ^* , sehingga ketika s semakin besar maka τ^* semakin kecil. Kondisi ini ditunjukkan pada permasalahan 1 dan 2 pada contoh numerik.

Tabel 5.10 Perbandingan s dan τ optimal

Permasalahan	s	τ_m	τ^*	τ_{opt}
1	0.16	1.8731	1.7606	1.8633
2	0.24	1.8558	1.7471	1.8464

2. Ketika nilai s dinaikkan maka nilai T_1 optimal akan semakin kecil.

$$T_1^* = \frac{h\tau}{(h+s)}$$

Persamaan di atas menunjukkan bahwa s berfungsi sebagai penyebut dalam menentukan nilai T_1^* , sehingga ketika s semakin besar maka T_1^* semakin kecil. Kondisi ini ditunjukkan pada permasalahan 1 dan 2.

Tabel 5.11 Perbandingan s dan T_1 optimal

Permasalahan	s	T_{1m}	T_1^*	T_{1opt}
1	0.16	0.6244	0.5869	0.6211
2	0.24	0.4639	0.4368	0.4616

3. Ketika nilai s dinaikkan maka nilai $Z(T_1, \tau)$ akan semakin besar.

Ekspektasi total biaya per unit waktu terdiri dari *set-up cost*, *holding cost*, *shortage cost* dan *defective cost*. *Shortage cost* per unit waktu ditunjukkan dengan persamaan:

$$s\bar{B}(T_1, \tau) = \frac{s(p-d)T_1^2}{2\tau}$$

Persamaan di atas menunjukkan bahwa s berfungsi sebagai pembilang dalam menentukan nilai *shortage cost* per unit waktu, sehingga ketika s semakin besar maka *shortage cost* per unit waktu semakin besar juga. Hal ini berakibat ekspektasi total biaya per unit waktu akan semakin besar. Kondisi ini ditunjukkan pada permasalahan 1 dan 2.

Tabel 5.12 Perbandingan s dan $Z(T_1, \tau)$

Permasalahan	s	$Z_1(T_{1m}, \tau_m)$	$Z_2(T_1^*, \tau^*)$	$Z_0(T_{1opt}, \tau_{opt})$
1	0.16	73.5288	75.7305	73.6482
2	0.24	74.1503	76.3151	74.2665

4. Ketika prosentase produk cacat yang dihasilkan semakin besar maka nilai τ dan T_1 optimal akan semakin kecil.

$$\tau^* = \sqrt{\frac{2Ad}{p \left[d(\alpha\lambda_1\pi_1 + \beta\lambda_2\pi_2 + \delta\lambda_{12}\pi_{12}) + hs \left(\frac{p-d}{h+s} \right) \right]}}$$

$$T_1^* = \frac{h\tau}{(h+s)}$$

Prosentase produk cacat (α, β, δ) berfungsi sebagai penyebut pada persamaan τ^* , sehingga ketika prosentase produk cacat yang dihasilkan semakin besar maka τ^* semakin kecil. Hal ini juga berakibat semakin kecilnya nilai T_1^* . Kondisi ini ditunjukkan pada permasalahan 1 dan 3.

Tabel 5.13 Perbandingan α, β, δ Terhadap τ optimal

Permasalahan	s	α	β	δ	τ_m	τ^*	τ_{opt}
1	0.16	0.1	0.1	0.16	1.8731	1.7606	1.8633
3	0.16	0.3	0.3	0.48	1.1034	1.0613	1.1013

Tabel 5.14 Perbandingan α, β, δ Terhadap T_1 optimal

Permasalahan	s	α	β	δ	T_{1m}	T_1^*	T_{1opt}
1	0.16	0.1	0.1	0.16	0.6244	0.5869	0.6211
3	0.16	0.3	0.3	0.48	0.3678	0.3538	0.3671

5. Ketika prosentase produk cacat yang dihasilkan semakin besar maka nilai $Z(T_1, \tau)$ akan semakin besar.

Ekspektasi total biaya per unit waktu terdiri dari *set-up cost*, *holding cost*, *shortage cost* dan *defective cost*. *Defective cost* per unit waktu ditunjukkan dengan persamaan:

$$\frac{d(\pi_1 E[N_1(\tau)] + \pi_2 E[N_2(\tau)] + \pi_{12} E[N_3(\tau)])}{p\tau}$$

Prosentase produk cacat yang dihasilkan akan mempengaruhi besarnya ekspektasi jumlah produk cacat yang dihasilkan $E[N_i(\tau)]$, semakin besar prosentase produk cacat yang dihasilkan maka akan semakin besar pula ekspektasi jumlah produk cacat yang dihasilkan.

Persamaan di atas menunjukkan bahwa ekspektasi jumlah produk cacat yang dihasilkan berfungsi sebagai pembilang dalam menentukan nilai *defective cost* per unit waktu, sehingga ketika prosentase produk cacat yang dihasilkan semakin besar maka *defective cost* per unit waktu semakin besar juga. Hal ini berakibat ekspektasi total biaya per unit waktu akan semakin besar, semakin besar produk cacat yang dihasilkan maka semakin besar pula biaya yang harus ditanggung karena menghasilkan produk cacat tersebut. Kondisi ini ditunjukkan pada permasalahan 1 dan 3.

Tabel 5.15 Perbandingan α, β, δ Terhadap $Z(T_1, \tau)$

Permasalahan	s	α	β	δ	$Z_1(T_{1m}, \tau_m)$	$Z_2(T_1^*, \tau^*)$	$Z_0(T_{1opt}, \tau_{opt})$
1	0.16	0.1	0.1	0.16	73.5288	75.7305	73.6482
3	0.16	0.3	0.3	0.48	123.2826	125.6309	123.3576

Selain dilakukan dengan hal di atas, validasi model juga dilakukan dengan membandingkan antara model yang telah didapatkan dari penelitian ini dengan model EPQ pada dua KPS tidak sempurna tanpa *shortage* yang dihasilkan oleh Lin dan Gong (2011). Lin dan Gong (2011) menggunakan pendekatan Maclaurin untuk mendapatkan ekspektasi total biaya per unit waktu $Z(\tau)$, kemudian menggunakan pendekatan dengan menghilangkan salah satu komponen atau variabel untuk mendapatkan persamaan waktu produksi optimal τ^* . $Z(\tau)$ yang digunakan untuk mendapatkan nilai τ^* adalah:

$$Z(\tau) \approx \frac{Ad}{p\tau} + \frac{H\tau}{2}$$

dan τ^* yang didapatkan adalah:

$$\tau^* = \sqrt{\frac{2Ad}{p[h(p-d) + d(\alpha\lambda_1\pi_1 + \beta\lambda_2\pi_2 + \delta\lambda_{12}\pi_{12})]}}$$

Pendekatan yang digunakan Lin dan Gong (2011) ini sama dengan pendekatan 2 pada penelitian ini, sehingga kita akan membandingkan hasil yang didapatkan dengan pendekatan 2 pada penelitian ini dengan hasil yang didapatkan oleh Lin dan Gong (2011) menggunakan nilai parameter yang sama kecuali biaya *backorder* (s). Hal ini dilakukan untuk mengetahui sampai batas mana *shortage* atau *backorder* diperbolehkan sehingga nilai ekspektasi total biaya per unit waktu yang diperoleh lebih kecil daripada model tanpa *shortage*.

Hal ini juga berarti bahwa *shortage* sudah tidak diperbolehkan terjadi lagi. Pada kondisi ini, model penelitian yang dikembangkan saat ini tidak relevan lagi untuk digunakan dan kembali menggunakan model Lin dan Gong (2011). Lebih lanjut, kita dapat melihat pada permasalahan 1d-1k di mana nilai $s \geq 800$ atau 10000 kali nilai h . Pada permasalahan tersebut, kita mendapatkan hasil bahwa nilai τ optimal pada pendekatan 2 sama dengan nilai τ optimal pada model Lin dan Gong (2011) dan nilai ekspektasi total biaya per unit waktu juga hampir sama dengan model Lin dan Gong (2011) serta keduanya (baik itu τ^* dan $Z_2(T_1^*, \tau^*)$) memiliki nilai yang relatif sudah konsisten. Berdasarkan hal tersebut, kita dapat mengambil keputusan untuk tidak menggunakan model EPQ pada dua KPS dengan diperbolehkan adanya *shortage* dan kembali menggunakan model Lin dan Gong (2011) ketika $s \geq 800$ atau 10000 kali nilai

h karena tidak memiliki pengaruh yang signifikan terhadap pengurangan ekspektasi total biaya per unit waktu.

Hasil verifikasi menunjukkan bahwa model yang dibangun telah sesuai dengan model yang dirancang. Hasil validasi menunjukkan bahwa model yang dibangun memiliki tingkah laku yang sesuai dengan teori yang ada. Hasil validasi model dengan cara membandingkan model penelitian saat ini dengan model yang dikembangkan Lin dan Gong (2011) menunjukkan bahwa model yang didapatkan pada penelitian ini akan memberikan hasil terbaik sampai pada batas nilai s sebesar 10000 kali nilai h . Pada kondisi ketika nilai s lebih besar dari batas tersebut, model yang digunakan kembali ke model Lin dan Gong (2011). Hasil verifikasi dan validasi model tersebut menunjukkan bahwa model yang dibangun dapat dikatakan valid dan dapat dipercaya.

5.5. Analisis Sensitivitas

Pada bagian analisis sensitivitas ini, penulis menggunakan data awal pada permasalahan 1 serta menggunakan pendekatan 3, karena hasil dari pendekatan 3 lebih mendekati kondisi yang sebenarnya. Analisis sensitivitas dilakukan dengan melakukan perubahan pada besarnya nilai parameter. Perubahan nilai parameter dilakukan pada rentang $\pm 50\%$.

Solusi optimal dikatakan relatif tidak sensitif terhadap perubahan parameter-parameternya jika solusi memiliki nilai yang tetap atau hampir sama dalam perubahan nilai parameter yang cukup besar. Solusi optimal dikatakan sensitif terhadap perubahan parameter-parameternya jika solusi optimal mengalami perubahan yang besar dalam perubahan nilai parameter yang kecil. Besarnya perubahan nilai solusi optimal ini ditunjukkan dalam prosentase perubahan solusi.

Nilai parameter pada permasalahan 1 adalah: $d = 200$, $p = 300$, $\alpha = 0.1$, $\beta = 0.1$, $\delta = 0.16$, $\lambda_1 = 0.05$, $\lambda_2 = 0.1$, $\lambda_{12} = 0.02$, $\pi_1 = 10$, $\pi_2 = 10$, $\pi_{12} = 12$, $A = 100$, $h = 0.08$, $s = 0.16$, sedangkan solusi yang didapatkan adalah: $\tau_{opt} = 1.8633$, $T_{1opt} = 0.6211$, $Z_0(T_{1opt}, \tau_{opt}) = 73.6482$. Hasil uji sensitivitas ditunjukkan oleh Tabel 5.18.

Parameter			Nilai Solusi			Prosentase Perubahan Solusi		
Notasi	Perubahan	Nilai	τ_{opt}	T_{1opt}	$Z_0(T_{1opt}, \tau_{opt})$	τ_{opt}	T_{1opt}	$Z_0(T_{1opt}, \tau_{opt})$
d	-50%	100	1.5553	0.5184	43.6036	-16.53%	-16.54%	-40.79%
	-30%	140	1.7097	0.5699	55.8331	-8.24%	-8.24%	-24.19%
	-10%	180	1.8193	0.6064	67.7562	-2.36%	-2.37%	-8.00%
	10%	220	1.9019	0.6340	79.5071	2.07%	2.08%	7.96%
	30%	260	2.1279	0.7093	91.4056	14.20%	14.20%	24.11%
	50%	300	-	-	-	-	-	-
p	-50%	150	-	-	-	-	-	-
	-30%	210	2.4266	0.8089	81.9312	30.23%	30.24%	11.25%
	-10%	270	2.0158	0.6719	75.9186	8.18%	8.18%	3.08%
	10%	330	1.7343	0.5781	71.7158	-6.92%	-6.92%	-2.62%
	30%	390	1.5271	0.5090	68.5950	-18.04%	-18.05%	-6.86%
	50%	450	1.3671	0.4557	66.1773	-26.63%	-26.63%	-10.14%
s	-50%	0.05	1.9572	0.6524	69.6702	5.04%	5.04%	-5.40%
	-30%	0.07	1.9184	0.6395	71.2807	2.96%	2.96%	-3.21%
	-10%	0.09	1.8812	0.6271	72.8653	0.96%	0.97%	-1.06%

Tabel 5.18 Uji Sensitivitas Solusi

Keterangan Tabel 5.18.

- Pada saat nilai parameter **d** = 300, nilai solusi tidak diberikan, karena hal tersebut melanggar ketentuan dimana $p > d$.
- Pada saat nilai parameter **p** = 150, nilai solusi tidak diberikan, karena hal tersebut melanggar ketentuan dimana $p > d$.
- Pada saat nilai parameter **s** = 0.08, nilai solusi tidak diberikan, karena hal tersebut melanggar ketentuan dimana $s > h$.

Berdasarkan Tabel 5.18, kita dapat mengetahui bahwa solusi optimal sensitif terhadap perubahan nilai parameter d , karena ketika nilai parameter d diubah baik itu dinaikkan atau diturunkan dengan prosentase tertentu maka nilai ekspektasi total biaya per unit waktu juga ikut berubah dengan prosentase yang hampir sama dengan prosentase perubahan nilai parameternya. Sementara itu untuk perubahan nilai parameter-parameter yang lain, solusi optimal dapat dikatakan relatif tidak sensitif karena pada saat nilai parameter-parameter tersebut diubah baik itu dinaikkan atau diturunkan dengan prosentase tertentu, nilai ekspektasi total biaya per unit waktu tidak mengalami perubahan yang cukup besar.

BAB 6

KESIMPULAN DAN REKOMENDASI

6.1. Kesimpulan

Berdasarkan pada bagian-bagian sebelumnya, penulis dapat mengambil beberapa kesimpulan dari penelitian pada penelitian ini, diantaranya adalah:

1. Penelitian ini bergerak dalam permasalahan pemodelan EPQ pada dua KPS tidak sempurna dan memperbolehkan adanya *shortage* dengan periode perencanaan tidak terbatas. Masing-masing KPS akan bergeser dari kondisi *in-control* ke kondisi *out-of-control* selama proses produksi berlangsung sehingga menghasilkan tiga kondisi berbeda. Sejumlah produk cacat dihasilkan setelah masing-masing KPS bergeser ke kondisi *out-of-control*, sehingga menimbulkan biaya tambahan karena menghasilkan produk cacat. Waktu pergeseran kedua KPS merupakan dua variabel acak yang mengikuti *joint bivariate exponential distribution*. *Shortage* terjadi dengan pemenuhan secara 100% *backorder*, sehingga menimbulkan biaya tambahan karena *shortage*. Pada kasus ini, Ekspektasi total biaya per unit waktu terdiri dari *set-up cost*, *holding cost*, *shortage cost* dan *defective cost*.
2. Model EPQ pada dua KPS tidak sempurna dengan memperbolehkan adanya *shortage* telah dihasilkan dari penelitian ini.
3. Waktu produksi optimal yang dapat meminimumkan ekspektasi total biaya per unit waktu yang terdiri dari *set-up cost*, *holding cost*, *shortage cost* dan *defective cost* telah dapat ditentukan. Penentuan waktu produksi optimal dilakukan dengan tiga pendekatan.
4. Pendekatan 3 merupakan pendekatan terbaik karena persamaan ekspektasi total biaya per unit waktu yang digunakan merupakan persamaan yang sebenarnya, sehingga nilai waktu produksi optimal yang didapatkan akan lebih mendekati dengan kondisi yang sebenarnya.
5. Kelemahan pendekatan 3 adalah membutuhkan iterasi yang lebih panjang dan perlu melakukan lebih banyak evaluasi dibandingkan dengan pendekatan 1 dan pendekatan 2, sehingga kurang efisien.

6. Pendekatan 1 lebih baik dari pendekatan 2 karena memiliki nilai waktu produksi optimal dan nilai ekspektasi total biaya per unit waktu yang mendekati dengan kondisi sebenarnya. Waktu produksi optimal hanya berbeda sebesar 1.00%, sedangkan ekspektasi total biaya per unit waktu hanya berbeda sebesar 0.0077% dari keadaan sebenarnya yang diwakili oleh pendekatan 3.
7. Hasil verifikasi dan validasi menunjukkan bahwa model yang dibangun dapat dikatakan valid dan dapat dipercaya.
8. Model yang didapatkan pada penelitian ini akan memberikan hasil terbaik sampai pada batas nilai s sebesar 10000 kali nilai h . Pada kondisi ketika nilai s lebih besar dari batas tersebut, model yang digunakan kembali ke model Lin dan Gong (2011).
9. Hasil uji sensitivitas menunjukkan bahwa solusi optimal sensitif terhadap perubahan parameter d .

6.2. Rekomendasi

Pada bagian ini, penulis memberikan beberapa rekomendasi baik dalam penggunaan model dan solusi yang telah didapatkan maupun untuk mengembangkannya. Beberapa rekomendasi tersebut diantaranya adalah:

1. Pada kasus yang sama dengan karakteristik sistem pada penelitian ini, penulis merekomendasikan untuk mengutamakan dalam menggunakan pendekatan 3. Hal ini dikarenakan dengan pendekatan 3 akan mendapatkan hasil yang lebih sesuai atau mendekati dengan yang sebenarnya.
2. Jika tidak memungkinkan dengan menggunakan pendekatan 3, penulis merekomendasikan untuk menggunakan pendekatan 1 terlebih dahulu, pendekatan 2 digunakan pada kondisi mendesak.
3. Untuk penelitian selanjutnya, penulis merekomendasikan untuk mengembangkan model pada penelitian ini, misalkan dengan menggunakan periode perencanaan terbatas, menggunakan faktor lain selain *shortage* yang dimasukkan ke dalam model, seperti perbedaan tingkat cacat, *time value of money*, kebijakan inspeksi, investasi untuk meningkatkan kualitas *set-up*.

DAFTAR PUSTAKA

- Ai, T.J., Wigati, S.S., dan Gong, D.C., 2012, *An Economic Production Quantity Model on an Imperfect Production System over Finite Planning Horizon*, Proceedings of the IIE Asian Conference 2012, 289–296.
- Bahagia, S.N., 2003, *Sistem Inventori*, Departemen Teknik Industri, Institut Teknologi Bandung.
- Chapra, S.C., dan Canale, R.P., 2002, *Numerical Method For Engineers*, Fourth Edition, McGraw-Hill, New York.
- Chung, K.J., dan Hou, K.L., 2003, *An Optimal Production Run Time with Imperfect Production Processes and Allowable Shortages*, Computers & Operations Research, 30, 483–490.
- Daellenbach, H.G., dan McNickle, D.C., 2005, *Management Science, Decision Making Through System Thinking*, Palgrave Macmillan, New York.
- Haizer, J., dan Render, B., 2005, *Operations Management*, Prentice Hall, New Jersey.
- Kim, C.H., dan Hong, Y., 1999, *An Optimal Production Run Length in Deteriorating Production Processes*, International Journal of Production Economics, 58, 183-189.
- Lin, G.C., dan Gong, D.C., 2011, *On an Economic Lot Sizing Model Subject to Two Imperfect Key Production Subsystems*, Proceedings of IIE Asian Conference 2011, Shanghai, China.

Marshall, A.W., dan Olkin, I., 1966, *A Multivariate Exponential Distribution*, Departement Of Statistics, Stamford University, Stanford, California.

Montgomery, D.C., dan Runger, G.C., 2003, *Applied Statistics and Probability for Engineers*, Third Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York.

Onwubiko, C., 2000, *Introduction to Engineering Design Optimization*, Prentice Hall, New Jersey.

Ouyang, L.Y., dan Chang, H.C., 2000, *EMQ Model with Variable Lead Time and Imperfect Production Process*, Information and Management Sciences, 11, 1–10.

Rao, S.S., 2009, *Engineering Optimization Theory and Practice*, Fourth Edition, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.

Ristono, A., 2009, *Manajemen Persediaan*, Edisi Pertama, Graha Ilmu, Yogyakarta.

Rosenblatt, M.J., dan Lee, H.L., 1986, *Economic Production Cycles with Imperfect Production Processes*, IIE Transactions, 18, 48–55.

Siswanto, 1985, *Persediaan, Model dan Analisi*, Andi Offset, Yogyakarta.

LAMPIRAN 1

REKAPITULASI PENGGUNAAN ANGGARAN PENELITIAN

Penelitian ini akan dilaksanakan selama 2 tahun yang terdiri dari 2 tahap, yaitu Tahun I dan Tahun II. Total biaya yang diusulkan ke Dikti sebesar **Rp 42.500.000**, yang dipakai untuk membiayai penelitian Tahun I sebesar **Rp 42.500.000** dan Tahun II sebesar **Rp 55.500.000** Ringkasan anggaran selama 2 tahun dapat dilihat pada Tabel di bawah ini.

No	Jenis Pengeluaran	Rincian Anggaran yang digunakan	
		Tahun I	Tahun 2
1.	Upah/Honorarium	Rp. 12.000.000	Rp. 15.000.000
2.	Bahan habis Pakai dan peralatan	Rp. 5.900.000	Rp. 10.900.000
3.	Perjalanan dinas	Rp. 19.500.000	Rp. 24.500.000
4.	Lain-lain	Rp. 5.100.000	Rp. 5.100.000
Total anggaran tiap tahun		Rp. 42.500.000	Rp. 55.500.000
Total anggaran keseluruhan (Tahun I +Tahun II)			Rp. 98.000.000

LAMPIRAN 2

PERICIAN PENGELUARAN

No	Keterangan	Tanggal	Disetujui	Penerimaan	Pengeluaran	Bukti
1	Penerimaan Transfer dana Talangan dari UAJY 70%	14-03-2013	42.500.000	29.750.000	-	
2	Fotokopi Jurnal Referensi	17-04-2013			59.850	Nota 1
	Fotokopi materi	21-02-2013			10.350	Nota 2
	Fotokopi materi	17-04-2013				Nota 3
	Fotokopi Jurnal	13-06-2013			49.000	Nota 4
3	Pembelian Hardisk 1 TB	03-06-2013			700.000	Kuitansi 1
4	Honorarium Thomas Indarto Jan -Feb	27-02-2013			304.000	Kuitansi 2
5	Honorarium Thomas Indarto Maret-April	30-04-2013			304.000	Kuitansi 3
6	Honorarium Thomas Indarto Mei-Juni	27-01-2013			304.000	Kuitansi 4
7	Honorarium BB Januari - Februari	27-02-2013			684.000	Kuitansi 5
8	Honorarium BB Maret -April	29-04-2013			684.000	Kuitansi 6
9	Honorarium BB Mei -Juni	27-06-2013			684.000	Kuitansi 7
10	Honorarium BB Juli - Agustus	27-08-2013			684.000	Kuitansi 8
11	Honorarium BB September - Oktober	29-10-2013			684.000	Kuitansi 9
12	Honorarium BB November - Desember	27-12-2013			684.000	Kuitansi 10
13	Honorarium RDA Januari - Februari	27-02-2013			532.000	Kuitansi 11
14	Honorarium RDA Maret -April	29-04-2013			532.000	Kuitansi 12
15	Honorarium RDA Mei -Juni	27-06-2013			532.000	Kuitansi 13
16	Honorarium RDA Juli - Agustus	27-08-2013			532.000	Kuitansi 14
17	Honorarium RDA September - Oktober	29-10-2013			532.000	Kuitansi 15
18	Honorarium RDA November - Desember	27-12-2013			532.000	Kuitansi 16
19	Honorarium TJA Januari - Februari	27-02-2013			532.000	Kuitansi 17
20	Honorarium TJA Maret -April	29-04-2013			532.000	Kuitansi 18

PERICIAN PENGELUARAN

No	Keterangan	Tanggal	Disetujui	Penerimaan	Pengeluaran	Bukti
21	Honorarium TJA Mei -Juni	27-06-2013			532.000	Kuitansi 19
22	Honorarium TJA Juli - Agustus	27-08-2013			532.000	Kuitansi 20
23	Honorarium TJA September - Oktober	29-10-2013			532.000	Kuitansi 21
24	Honorarium TJA November - Desember	27-12-2013			532.000	Kuitansi 22
25	Pengurusan Paspor An. BB	02-05-2013			450.000	Kuitansi 23
26	Pengurusan Visa An. BB	19-06-2013			600.000	Kuitansi 24
27	Pembelian Tiket Pesawat Jogja-Jakarta-Taipei PP US \$ 450				4.556.375	Kuitansi 25
28	Pembayaran Biaya Seminar Internasional IIE Asian Conference at National University of Science and Technology Taiwan NT\$ 10.000 =US\$ 367				3.670.000	Kuitansi 26
29	Hotel dan Akomodasi di Taiwan 4 hari				6.000.000	
	Penggunaan				27.495.575	

LAMPIRAN 3 Bukti Kuitansi

Nota 1

PERTAMA COPY CENTRE
 Jl. Pringgolani 18 Telp. 589761
 Sleman - Yogyakarta

No.:
 Tgl. 17/4-13

NOTA FOTO COPY

Banyaknya	Ukuran	PLU	Harga	Jumlah
330	Folio / Kwarto	526	150	59.850
	B4 / A3 / DF			
	B3 / A2			
	A1			
	A0			
	Lightdruk			
	Laser / Transparan			
	Besar / Kecil			
	Jilid Biasa			
	Jilid Spiral			
	Jilid Lux / Lengkung			
	Laminating Press Mika			
	HVS Warna			
	Lain-lain			

Tanda tangan: **TOTAL** Rp. 59.850
 U.M. Rp.
 SISA Rp.

Terima kasih atas kunjungan Anda.

Nota 2

PERTAMA COPY CENTRE
 Jl. Pringgolani 18 Telp. 589761
 Sleman - Yogyakarta

No.:
 Tgl. 13/6

NOTA FOTO COPY

Banyaknya	Ukuran	PLU	Harga	Jumlah
344	Folio / Kwarto	1	125	43.000
	B4 / A3 / DF			
	B3 / A2			
	A1			
	A0			
	Lightdruk			
	Laser / Transparan			
	Besar / Kecil			
10	Jilid Biasa	50	4.500	45.000
	Jilid Spiral			
	Jilid Lux / Lengkung			
	Laminating Press Mika			
	HVS Warna			
	Lain-lain			

Tanda tangan: **TOTAL** Rp. 88.000
 U.M. Rp.
 SISA Rp.

Terima kasih atas kunjungan Anda.

Nota 3

PERTAMA COPY CENTRE
 Jl. Pringgolani 18 Telp. 589761
 Sleman - Yogyakarta

No.:
 Tgl. 16

NOTA FOTO COPY

Banyaknya	Ukuran	PLU	Harga	Jumlah
344	Folio / Kwarto	1	125	43.000
	B4 / A3 / DF			
	B3 / A2			
	A1			
	A0			
	Lightdruk			
	Laser / Transparan			
	Besar / Kecil			
10	Jilid Biasa	50	4.500	45.000
	Jilid Spiral			
	Jilid Lux / Lengkung			
	Laminating Press Mika			
	HVS Warna			
	Lain-lain			

Tanda tangan: **TOTAL** Rp. 88.000
 U.M. Rp.
 SISA Rp.

Terima kasih atas kunjungan Anda.

Nota 4

PERTAMA COPY CENTRE
 Jl. Pringgolani 18 Telp. 589761
 Sleman - Yogyakarta

No.:
 Tgl. 08

NOTA FOTO COPY

Banyaknya	Ukuran	PLU	Harga	Jumlah
232	Folio / Kwarto	1	125	29.000
	B4 / A3 / DF			
	B3 / A2			
	A1			
	A0			
	Lightdruk			
	Laser / Transparan			
	Besar / Kecil			
5	Jilid Biasa	61	4.000	20.000
	Jilid Spiral			
	Jilid Lux / Lengkung			
	Laminating Press Mika			
	HVS Warna			
	Lain-lain			

Tanda tangan: **TOTAL** Rp. 49.000
 U.M. Rp.
 SISA Rp.

Terima kasih atas kunjungan Anda.

Kuitansi 1



Kuitansi 2

Kuitansi

Telah terima dari : Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Atma Jaya Yogyakarta
Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna
Dan Shortage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Suatu Industri Manufaktur

Uang Sebanyak : # ~~Tiga ratus empat ribu rupiah~~ #
Guna Membayar : Honorarium Asisten Peneliti Penelitian Hibah Bersaing
Penerimaan Kotor (Januari -Februari 2013) 2 x@ Rp 160.000 Rp 320.000
Potongan PPh 21 (5%) Rp 16.000
Penerimaan Bersih Rp 304.000

Terbilang Rp ~~304.000~~ 304.000

Yogyakarta, 27 Februari 2013

(Thomas Indarto Wibowo)

Kuitansi 3

Kuitansi

Telah terima dari : Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Atma Jaya Yogyakarta
Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna
Dan Shortage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Suatu Industri Manufaktur

Uang Sebanyak : # ~~Tiga ratus empat ribu rupiah~~ #
Guna Membayar : Honorarium Asisten Peneliti Penelitian Hibah Bersaing
Penerimaan Kotor (Maret-April 2013) 2 x @ Rp 160.000 Rp 320.000
Potongan PPh 21 (5%) Rp 16.000
Penerimaan Bersih Rp 304.000

Terbilang Rp ~~304.000~~ 304.000

Yogyakarta, 30 April 2013

(Thomas Indarto Wibowo)

Kuitansi 4

Kuitansi

Telah terima dari : Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Atma Jaya Yogyakarta
Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna
Dan Shortage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Suatu Industri Manufaktur

Uang Sebanyak : # ~~Tiga ratus empat ribu rupiah~~ #
Guna Membayar : Honorarium Asisten Peneliti Penelitian Hibah Bersaing
Penerimaan Kotor (Mei -Juni 2013) 2 x@ Rp 160.000 Rp 320.000
Potongan PPh 21 (5%) Rp 16.000
Penerimaan Bersih Rp 304.000

Terbilang Rp ~~304.000~~ 304.000

Yogyakarta, 27 Juni 2013

(Thomas Indarto Wibowo)

Kuitansi 5

Kuitansi

Telah terima dari : *Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Alma Jaya Yogyakarta*
Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna Dan Shortage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Suatu Industri Manufaktur

Uang Sebanyak : # *Enam ratus delapan puluh empat ribu rupiah* #

Guna Membayar : *Honorarium Ketua Peneliti Program Penelitian Hibah Bersaing*

<i>Penerimaan Kotor (Januari-Februari 2013) 2 x @ Rp 360.000</i>	Rp	720.000
<i>Potong PPh 21 (5%)</i>	Rp	36.000
<i>Penerimaan Bersih</i>	Rp	684.000

Terbilang Rp *684.000*

Yogyakarta, 27 Februari 2013

Rimbun
(Baiu Barwono, MT)

Kuitansi 6

Kuitansi

Telah terima dari : *Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Atma Jaya Yogyakarta*
Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna Dan Shortage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Suatu Industri Manufaktur

Uang Sebanyak : # *Enam ratus delapan puluh empat ribu rupiah* #

Guna Membayar : *Honorarium Ketua Peneliti Program Penelitian Hibah Bersaing*

<i>Penerimaan Kotor (Maret-April 2013) 2 x @ Rp 360.000</i>	Rp	720.000
<i>Potong PPh 21 (5%)</i>	Rp	36.000
<i>Penerimaan Bersih</i>	Rp	684.000

Terbilang Rp *684.000*

Yogyakarta, 29 April 2013

Rimbun
(Baiu Barwono, MT)

Kuitansi 7

Kuitansi

Telah terima dari : *Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Atma Jaya Yogyakarta*
Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna Dan Shortage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Suatu Industri Manufaktur

Uang Sebanyak : # *Enam ratus delapan puluh empat ribu rupiah* #

Guna Membayar : *Honorarium Ketua Peneliti Program Penelitian Hibah Bersaing*

<i>Penerimaan Kotor (Mei-Juni 2013) 2 x @ Rp 360.000</i>	Rp	720.000
<i>Potong PPh 21 (5%)</i>	Rp	36.000
<i>Penerimaan Bersih</i>	Rp	684.000

Terbilang Rp *684.000*

Yogyakarta, 27 Juni 2013

Rimbun
(Baiu Barwono, MT)

Kuitansi 8

Kuitansi

Telah terima dari : *Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Alma Jaya Yogyakarta*
Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna Dan Storage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Serta Industri Manufaktur

Uang Sebanyak : *Rp 684.000*

Guna Membayar : *Honorarium Ketua Peneliti Program Penelitian Hibah Bersaing*

Penerimaan Kotor (Juli - Agustus 2013) 2 x Rp 350.000	Rp	720.000
Potongannya PPh 21 (5%)	Rp	36.000
Penerimaan Bersih	Rp	684.000

Terbilang Rp *684.000*

Yogyakarta, 27 Agustus 2013

Ramban
(Raju Bayono, MT)

Kuitansi 9

Kuitansi

Telah terima dari : *Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Alma Jaya Yogyakarta*
Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna Dan Storage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Serta Industri Manufaktur

Uang Sebanyak : *Rp 684.000*

Guna Membayar : *Honorarium Ketua Peneliti Program Penelitian Hibah Bersaing*

Penerimaan Kotor (September - Oktober 2013) 2 x Rp 350.000	Rp	720.000
Potongannya PPh 21 (5%)	Rp	36.000
Penerimaan Bersih	Rp	684.000

Terbilang Rp *684.000*

Yogyakarta, 28 Oktober 2013

Ramban
(Raju Bayono, MT)

Kuitansi 10

Kuitansi

Telah terima dari : *Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Alma Jaya Yogyakarta*
Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna Dan Storage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Serta Industri Manufaktur

Uang Sebanyak : *Rp 684.000*

Guna Membayar : *Honorarium Ketua Peneliti Program Penelitian Hibah Bersaing*

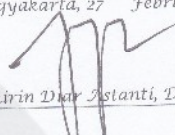
Penerimaan Kotor (November - Desember 2013) 2 x Rp 350.000	Rp	720.000
Potongannya PPh 21 (5%)	Rp	36.000
Penerimaan Bersih	Rp	684.000

Terbilang Rp *684.000*

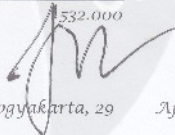
Yogyakarta, 27 Desember 2013

Ramban
(Raju Bayono, MT)

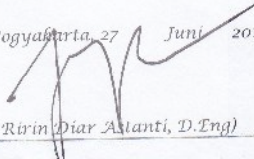
Kuitansi 11

Kuitansi	
Telah terima dari	: Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Atma Jaya Yogyakarta Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna Dan Shortage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Suatu Industri Manufaktur
Uang Sebanyak Guna Membayar	: # Lima ratus tiga puluh dua ribu rupiah # Honorarium Anggota Peneliti 2 Program Penelitian Hibah Bersaing Penerimaan Kotor (Januari-Februari 2013) 2 x @ Rp 280.000 Rp 560.000 Potongan PPh 21 (5%) Rp 28.000 Penerimaan Bersih Rp 532.000
Terbilang	Rp 532.000
Yogyakarta, 27 Februari 2013	
 (Ririn Diar Astanti, D.Eng)	

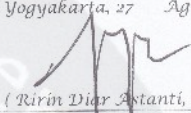
Kuitansi 12

Kuitansi	
Telah terima dari	: Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Atma Jaya Yogyakarta Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna Dan Shortage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Suatu Industri Manufaktur
Uang Sebanyak Guna Membayar	: # Lima ratus tiga puluh dua ribu rupiah # Honorarium Anggota Peneliti 2 Program Penelitian Hibah Bersaing Penerimaan Kotor (Maret-April 2013) 2 x @ Rp 280.000 Rp 560.000 Potongan PPh 21 (5%) Rp 28.000 Penerimaan Bersih Rp 532.000
Terbilang	Rp 532.000
Yogyakarta, 29 April 2013	
 (Ririn Diar Astanti, D.Eng)	

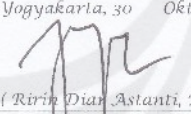
Kuitansi 13

Kuitansi	
Telah terima dari	: Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Atma Jaya Yogyakarta Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna Dan Shortage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Suatu Industri Manufaktur
Uang Sebanyak Guna Membayar	: # Lima ratus tiga puluh dua ribu rupiah # Honorarium Anggota Peneliti 2 Program Penelitian Hibah Bersaing Penerimaan Kotor (Mei -Juni 2013) 2 x @ Rp 280.000 Rp 560.000 Potongan PPh 21 (5%) Rp 28.000 Penerimaan Bersih Rp 532.000
Terbilang	Rp 532.000
Yogyakarta, 27 Juni 2013	
 (Ririn Diar Astanti, D.Eng)	

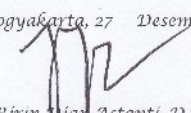
Kuitansi 14

Kuitansi	
Telah terima dari	: Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Atma Jaya Yogyakarta Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna Dan Shortage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Suatu Industri Manufaktur
Uang Sebanyak Guna Membayar	: # <u>Lima ratus tiga puluh dua ribu rupiah</u> # Honorarium Anggota Peneliti 2 Program Penelitian Hibah Bersaing Penerimaan Kotor (Juli-Agustus 2013) 2 x @ Rp 280.000 Rp 560.000 Potongan PPh 21 (5%) Rp 28.000 Penerimaan Bersih Rp 532.000
Terbilang	Rp <u>532.000</u>
Yogyakarta, 27 Agustus 2013	
 (Ririn Djar Astanti, D.Eng)	

Kuitansi 15

Kuitansi	
Telah terima dari	: Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Atma Jaya Yogyakarta Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna Dan Shortage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Suatu Industri Manufaktur
Uang Sebanyak Guna Membayar	: # <u>Lima ratus tiga puluh dua ribu rupiah</u> # Honorarium Anggota Peneliti 2 Program Penelitian Hibah Bersaing Penerimaan Kotor (September-Oktober 2013) 2 x @ Rp 280.000 Rp 560.000 Potongan PPh 21 (5%) Rp 28.000 Penerimaan Bersih Rp 532.000
Terbilang	Rp <u>532.000</u>
Yogyakarta, 30 Oktober 2013	
 (Ririn Djar Astanti, D.Eng)	

Kuitansi 16

Kuitansi	
Telah terima dari	: Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Atma Jaya Yogyakarta Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna Dan Shortage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Suatu Industri Manufaktur
Uang Sebanyak Guna Membayar	: # <u>Lima ratus tiga puluh dua ribu rupiah</u> # Honorarium Anggota Peneliti 2 Program Penelitian Hibah Bersaing Penerimaan Kotor (November-Desember 2013) 2 x @Rp 280.000 Rp 560.000 Potongan PPh 21 (5%) Rp 28.000 Penerimaan Bersih Rp 532.000
Terbilang	Rp <u>532.000</u>
Yogyakarta, 27 Desember 2013	
 (Ririn Djar Astanti, D.Eng)	

Kuitansi 17

Kuitansi

Telah terima dari : Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Atma Jaya Yogyakarta
Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna
Dan Shortage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Suatu Industri Manufaktur

Uang Sebanyak : # Lima ratus tiga puluh dua ribu rupiah #
Guna Membayar : Honorarium Anggota Peneliti 1 Program Penelitian Hibah Bersaing
Penerimaan Kotor (Januari-Februari 2013) 2 x @ Rp 280.000 Rp 560.000
Potongan PPh 21 (5%) Rp 28.000
Penerimaan Bersih Rp 532.000

Terbilang Rp 532.000

Yogyakarta, 27 Februari 2013
(The Tin Ai, D.Ena)

Kuitansi 18

Kuitansi

Telah terima dari : Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Atma Jaya Yogyakarta
Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna
Dan Shortage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Suatu Industri Manufaktur

Uang Sebanyak : # Lima ratus tiga puluh dua ribu rupiah #
Guna Membayar : Honorarium Anggota Peneliti 1 Program Penelitian Hibah Bersaing
Penerimaan Kotor (Maret-April 2013) 2 x @ Rp 280.000 Rp 560.000
Potongan PPh 21 (5%) Rp 28.000
Penerimaan Bersih Rp 532.000

Terbilang Rp 532.000

Yogyakarta, 29 April 2013
(The Tin Ai, D.Ena)

Kuitansi 19

Kuitansi

Telah terima dari : Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Atma Jaya Yogyakarta
Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna
Dan Shortage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Suatu Industri Manufaktur

Uang Sebanyak : # Lima ratus tiga puluh dua ribu rupiah #
Guna Membayar : Honorarium Anggota Peneliti 1 Program Penelitian Hibah Bersaing
Penerimaan Kotor (Mei -Juni 2013) 2 x @ Rp 280.000 Rp 560.000
Potongan PPh 21 (5%) Rp 28.000
Penerimaan Bersih Rp 532.000

Terbilang Rp 532.000

Yogyakarta, 27 Juni 2013
(The Tin Ai, D.Ena)

Kuitansi 20

Kuitansi

Telah terima dari : Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Alma Jaya Yogyakarta
Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna
Dan Shortage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Suatu Industri Manufaktur

Uang Sebanyak : # Lima ratus tiga puluh dua ribu rupiah #
Guna Membayar : Honorarium Anggota Peneliti 1 Program Penelitian Hibah Bersaing
Penerimaan Kotor (Juli-Agustus 2013) 2 x @ Rp 280.000 Rp 560.000
Potongan PPh 21 (5%) Rp 28.000
Penerimaan Bersih Rp 532.000

Terbilang Rp 532.000

Yogyakarta, 27 Agustus 2013
(The Im Ai, D.Ena)

Kuitansi 21

Kuitansi

Telah terima dari : Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Alma Jaya Yogyakarta
Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna
Dan Shortage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Suatu Industri Manufaktur

Uang Sebanyak : # Lima ratus tiga puluh dua ribu rupiah #
Guna Membayar : Honorarium Anggota Peneliti 1 Program Penelitian Hibah Bersaing
Penerimaan Kotor (September-Oktober 2013) 2 x @ Rp 280.000 Rp 560.000
Potongan PPh 21 (5%) Rp 28.000
Penerimaan Bersih Rp 532.000

Terbilang Rp 532.000

Yogyakarta, 30 Oktober 2013
(The Im Ai, D.Ena)

Kuitansi 22

Kuitansi

Telah terima dari : Program Penelitian Hibah Bersaing Universitas Alma Jaya Yogyakarta
Pengembangan Model Dan Solusi Economic Production Quantity Untuk Kondisi Sistem Produksi Tidak Sempurna
Dan Shortage Untuk Peningkatan Produktivitas Dan Daya Saing Suatu Industri Manufaktur

Uang Sebanyak : # Lima ratus tiga puluh dua ribu rupiah #
Guna Membayar : Honorarium Anggota Peneliti 1 Program Penelitian Hibah Bersaing
Penerimaan Kotor (November-Desember 2013) 2x @ Rp 280.000 Rp 560.000
Potongan PPh 21 (5%) Rp 28.000
Penerimaan Bersih Rp 532.000

Terbilang Rp 532.000

Yogyakarta, 27 Desember 2013
(The Im Ai, D.Ena)

Kuitansi 23

MUSWUSA SANTANA PRIMA TOUR & TRAVEL

Jl Diplo Diponegoro 116
Yogyakarta 55233, Indonesia
Telp Telp : (0274)513873, (0274)517872
Fax Fax : (0274)581294

INVOICE

Invoice Date : 02 May, 2013
Invoice No. : **SPS01-13003765**
Due Date : 02 May, 2013
Payment : CASH

CUSTOMER : **BAJU BAWONO (C01CYC)**
JL MADUBRANTO 18A RT 12/52
PATANGPULUHAN WIROBRAJAN YOGYA, Phone: 08156856429

NO.	NO. DOCUMENT NO.	PAY'S NAME	DESCRIPTIONS	AMOUNT(IDR)	
1	1	PAS-RAJUR	RAJUR BAWONO MR	PPRI - PROSES BIASA - DWS - KTP DIV	450,000.00

Remark :

LUNAS 2/5 13

Nett Total : 450,000.00

Received by, Approved by,

LARAS() ()

Kuitansi 24

Jl Diponegoro 116
Yogyakarta 55233, Indonesia
Telp : (0274)513873, (0274)517872
Fax : (0274)581294

INVOICE

Invoice Date : 19 Jun, 2013
Invoice No. : **SVS01-13005430**
Due Date : 19 Jun, 2013
Payment : CASH

CUSTOMER : **BAJU BAWONO (C01CYC)**
JL MADUBRANTO 18A RT 12/52
PATANGPULUHAN WIROBRAJAN YOGYA, Phone: 08156856429

Remark :

LUNAS 19/6 2013

Nett Total : 600,000.00

Received by, Approved by,

LARAS() ()

VERSION RPL 300 VER 3.1
NUSA SANTANA PRIMA T&T
JL.P. DIPONEGORO
116/118
YOGYAKARTA 55231

NUSA SANTANA PRIMA TOUR & TRAVEL

Jl. Diponegoro 118

Yogyakarta 55231 Indonesia

Telp : 0274 513878 0274 517972

Fax : 0274 561294

INVOICE

Invoice Date : 08 Jul 2013

Invoice No : ST101-1306413

Due Date : 08 Jul 2013

Payment : CASH

CUSTOMER : DAJU SAWONO (KORVO)

Jl. MADUREPONTI 18A RT 05B

PATAYUSLUH M. MICRO CERAMIK JOGJA, Phone: 08155559129

NO DOCUMENT NO. PAYS NAME

DESCRIPTIONS

AMOUNT(USD)

1	126-3333 020-BM	DAJU SAWONO CAR	2030GKTREDSKJ006 W 20X602850214 244	430.00
---	-----------------	-----------------	-------------------------------------	--------

TERMINAL ID : 05594702
MERCHANT ID : 000100005005947

CARD TYPE : MASTER
548117*****2705-DIP

DAJU SAWONO

SALE

BATCH : 000052 TRACE NO: 000092
DATE: 08 JUL 2013 TIME: 10:05
REF NO. 000021000132 APPRV. 021732

TOTAL : Rp. 4.566.375

AID : 40000000041010
IC : AAF64AFFD701420

NO SIGNATURE REQUIRED
I AGREE TO PAY ABOVE TOTAL AMOUNT
ACCORDING TO CARD ISSUER AGREEMENT

-- CUSTOMER COPY --

Handwritten:
NOVA
Rp. 4.566.375
08 Jul 13

Received by: [Signature] 430.00
Approved by: [Signature] 430.00

Kuitansi 26



The Institute of Industrial Engineers
(IIE) Asian Conference 2013

RECEIPT

Registrant Number: 10110131

Date: 18th July 2013

To: Baju Bawono
Universitas Atma Jaya Yogyakarta, Indonesia

Description	Amount
Registration fee for the Institute of Industrial Engineers (IIE) Asian Conference 2013, July 18 – 20, Taipei, Taiwan (R.O.C.)	
● Early-bird Registration for International Scholar *1	10,000
Total NTD\$	10,000

Full payment received by

**IIE Asian
Conference 2013**
Taiwan Tech, Taipei, Taiwan

Thank you for joining us in IIE Asian 2013!

PERTAMA COPY CENTRE
Jl. Pringgoadani 48 Telp. 589761
Semarang - Yogyakarta

No.: **Kuitansi 27**

NOTA FOTO COPY

Banyaknya	Ukuran	PLU	Harga	Jumlah
110	Folio / Kwarto	1	125	13.750
	B4 / A3 / DF			
	B3 / A2			
	A1			
	A0			
	Lightdruk			
	Laser / Transparan			
	Besar / Kecil			
6	Jilid B	4000		24.000
	Jilid Biasa			
	Jilid Lux / Lengkung			
	Laminasi Press M			
	HVS Warna			
	Lain-lain			
Tanda tangan			TOTAL	Rp. 37.750
U			U.M.	Rp.
Terima kasih atas kunjungan Anda.			SISA	Rp.

Stamp: LUNAS 1 MAY 2013, PERTAMA COPY CENTRE

PERTAMA COPY CENTRE
Jl. Pringgoadani 48 Telp. 589761
Semarang - Yogyakarta

No.: **Kuitansi 28**

NOTA FOTO COPY

Banyaknya	Ukuran	PLU	Harga	Jumlah
256	Folio / Kwarto	1	125	32000
	B4 / A3 / DF			
	B3 / A2			
	A1			
	A0			
	Lightdruk			
	Laser / Transparan			
	Besar / Kecil			
	Jilid Biasa			
	Jilid Spiral			
	Jilid Lux / Lengkung			
	Laminating Press M			
	HVS Warna			
	Lain-lain			
Tanda tangan			TOTAL	Rp. 32000
P			U.M.	Rp.
Terima kasih atas kunjungan Anda.			SISA	Rp.

Stamp: 18 JULY 2013, PERTAMA COPY CENTRE

Kuitansi 29

PERTAMA
COPY CENTRE
 Jl. Pringgodani 18 Telp. 589761
 Sleman - Yogyakarta


No.:

NOTA FOTO COPY Tgl. 21/8/13

Banyaknya	Ukuran	PLU	Harga	Jumlah
480	Folio / Kwarto	1	125	60.000
	B4 / A3 / DF			
	B3 / A2			
	A1			
	A0			
	Lightdruk			
	Laser / Transparan			
	Besar / Kecil			
5	Jilid Biasa		4.500	22.500
	Jilid Spiral			
	Jilid Lux / Lengkung			
	Laminating Press Mika			
	HVS Warna			
	Lain-lain			
Tanda tangan		TOTAL		Rp. 82.500
<i>P.</i>		U.M.		Rp.
<i>Terima kasih atas kunjungan Anda.</i>		SISA		Rp.

service lumine veritatis

Kuitansi 30

	DEPARTEMEN KEUANGAN R.I. DIREKTORAT JENDERAL PAJAK	SURAT SETORAN PAJAK (SSP)	LEMBAR 1 Untuk Arsip Wajib Pajak												
	NPWP : 0 1 2 4 6 5 4 5 6 5 4 2 0 0 0 <i>Diisi sesuai dengan Nomor Pokok Wajib Pajak yang dimiliki</i>	NAMA WP : YAYASAN SLAMET RIJADI	ALAMAT WP : Jl. Mrican Baru no 28 Yogyakarta												
NOP : <i>Diisi sesuai dengan Nomor Objek Pajak</i>	ALAMAT OP :														
Kode Akun Pajak : 4 1 1 1 2 1	Kode Jenis Setoran : 1 0 0	Uralan Pembayaran : PPh Ps 21 Honorarium Pengembangan Model dan Solusi Economic Production Quantity a.n. Baju Bawono, ST., MT													
Masa Pajak												Tahun Pajak			
Jan	Feb	Mar	Apr	Mei	Jun	Jul	Ags	Sep	Okt	Nov	Des	2	0	1	3
<i>Beri tanda silang (x) pada kolom bulan, sesuai dengan pembayaran untuk masa yang berkenaan</i>												<i>Diisi Tahun terutangnya Pajak</i>			
Nomor Ketetapan : / / / <i>Diisi sesuai Nomor Ketetapan : STP, SKPKB, SKPKBT</i>															
Jumlah Pembayaran : Rp580.800 Terbilang : Lima ratus delapan puluh ribu delapan ratus rupiah <i>Diisi dengan rupiah penuh</i>															
Diterima oleh Kantor Penerima Pembayaran Tanggal : Cap dan tanda tangan						Wajib Pajak/Penyetor Yogyakarta, Tanggal : 04 13 Cap dan tanda tangan									
Nama Jelas : RAHMAT BASUKI Asistant Manager...						Nama Jelas :									
" Terima kasih Telah Membayar Pajak - Pajak Untuk Pembangunan Bangsa Ruang Validasi Kantor Penerima Pembayaran															

F.2.0.32.01

131010 5750 0025 267 YOGYAKARTA 1101 USD CA/SA Cash Deposit 10:38:28
267-01-60001-00-8 NAS NEGARA PERSEPSI IDR *580.800,00 Cr

BUKTI PENERIMAAN NEGARA

Penerimaan Pajak - 200000

A
S
L
I
030

Jam Bayar : 10/10/13 11:15:04 NTB : 000244665626
& Jam Online : 10/10/13 11:15:31 NTPN : 1106 0004 0101 1107
Tgl Laporan : 10/10/13 Jns Pelayanan : 7012 DJTGCYOG4Z

1. Identitas Penyetor

NPWP : 01 . 246 . 545 . 6 - 542 . 000
Nama Wajib Pajak : SLAMET RIJADI YOGYAKARTA
Alamat Wajib Pajak : JL.MRICAN BARU NO.28, CATURTUNGGAL
Kota : SLEMAN
NOP : 00.00.000.000.000.0000.0
Alamat NOP :

2. Rincian Pembayaran

Nomor Ketetapan : 00000/000/00/000/00
Mata Anggaran : 411121 - Masa / Angsuran
Jenis Setoran : 100 - Masa / Angsuran
Masa Pajak : 09 - 09 - 2013
Jumlah Setoran : Rp. 580.800 Mata Uang : IDR
Terbilang : LIMA RATUS DELAPAN PULUH RIBU DELAPAN RATUS RUPIAH

Diterima Oleh Kantor Penerima Pembayaran Wajib Pajak / Penyetor
Tanggal 10 OKT 2013 Tanggal 10 OKT 2013

For CMB YOGYA: SUDIRMAN



WIJI MURNIYATI
Nama Jelas: Manager Nama Jelas: _____

Ruang Validasi Kantor Penerima Pembayaran
NTPN>1106000401011107>NTB>000244665626>BANK>0000022>TGBYR>111504:10102013>
TQFEKTI F>20131010>TGKIRIM>111531:10102013>KPPN>030>SN>00000000287527400044

LAMPIRAN 4 BUKTI SEMINAR INTERNASIONAL



The poster features a background image of a cityscape with a prominent tower and a globe. The text is overlaid on this background. In the top right corner, there are logos for ANIE IE and another organization. The main title is in large, bold, red and white letters. Below the title, the dates are in a blue box. At the bottom, there are three sections: Organizer, Co-Organizers, and Sponsor, each with a list of institutions.

ANIE IE 

The Institute of Industrial Engineers Asian Conference 2013

July 18-20, 2013

Organizer :
National Taiwan University of Science and Technology (Taiwan Tech)

Co-Organizers :
Chinese Institute of Industrial Engineers
Chung Yuan Christian University
Ming Chi University of Technology
National Taipei University of Technology (Taipei Tech)
National Taiwan University
Yuan Ze University

Sponsor :
National Science Council (NSC), Taiwan



Presentation Certificate

Here is the document to certify that Mr. Baju Bawono presented the following paper in IIE Asian 2013 Conference on Saturday, July 20th.

Paper Title:

An EPQ with Shortage Backorders Model on Imperfect Production System Subject to Two Key Production Systems

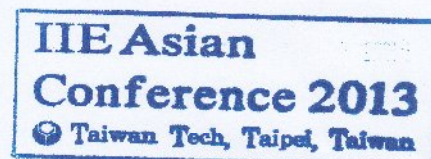
Authored by:

Baju Bawono (Universitas Atma Jaya Yogyakarta, Indonesia)
The Jin Ai (Universitas Atma Jaya Yogyakarta, Indonesia)
Ririn Diar Astanti (Universitas Atma Jaya Yogyakarta, Indonesia)
Thomas Indarto Wibowo (Universitas Atma Jaya Yogyakarta, Indonesia)

Session Chair:

A handwritten signature in blue ink, likely belonging to the session chair, is written over the 'Session Chair:' label.

Date:



LAMPIRAN 6

Makalah Jurnal Internasional

An EPQ with Shortage Backorders Model on Imperfect Production System Subject to Two Key Production Systems

Baju Bawono¹, The Jin Ai², Ririn Diar Astanti³, Thomas Indarto Wibowo⁴

Department of Industrial Engineering, Universitas Atma Jaya Yogyakarta, Jl. Babarsari 43 Yogyakarta 55281, Indonesia

¹ baju@mail.uajy.ac.id, ² jina@mail.uajy.ac.id, ³ ririn@mail.uajy.ac.id,

⁴ t8_t10@yahoo.co.id

Abstract. This paper is an extension of the work of Lin and Gong (2011) on Economic Production Quantity (EPQ) model on an imperfect production system over infinite planning horizon, where the production system is dictated by two unreliable key production subsystems (KPS). While any shortage on the inventory of product was not allowed in the model of Lin and Gong (2011), planned shortage backorders is considered in the model proposed in this paper. The mathematical model is developed in order to determine production run time (τ) and production time when backorder is replenished (T_1) that minimizes the expected total cost per unit time including setup, inventory carrying, shortage, and defective costs. Approaches to solve the model are also being proposed in this paper, altogether with some numerical examples.

Keywords: Economic Production Quantity model, shortage backorders, imperfect production system, optimization technique, approximation method

1 Introduction

Productivity is generally defined as the ratio between output and input. The input can be man, material, machine, money, and method. In manufacturing industry, where the output is tangible product, the productivity can be measured by how many or how much the output resulted. Productivity might be affected by one of the input mentioned above, such as machine. Machine is one element of the production subsystem. The machine is reliable if it can perform as good as the standard. However, in reality there is a condition where, the machine does not perform well or it is called imperfect condition. This condition might happen due to, for example, machine breakdown. As illustration, boiler breakdown in a Crude Palm Oil (CPO) industry will increase the concentration of ALB in the oil so that it will decrease the quality of CPO (Sulistyo et al. 2012). Therefore, the output of the CPO is also decreased. In other word, the productivity of the industry is decreased.

The economic production quantity (EPQ) model developed by many researchers in the past, such as Silver et al. (1998) under the assumption the production subsystem is perfect (no breakdown). However, this ideal condition is rarely happened in the real situation. If this model is applied in the real situation where the production subsystem is imperfect, then, the target production is never be reached. The EPQ model considering imperfect production subsystem have been proposed by some researchers, such as Rosenblatt and Lee (1986). They assumed that in the production system there may exist an imperfect condition where the in-control state changed to out-control state where the random time to change is assumed following exponential distribution. As the result, the system might produce defective product. Following this work, some models dealt with various additional system setting had been proposed, such as Lee and Rosenblatt (1987), Lee and Rosenblatt (1988), Lee and Rosenblatt (1989), Lee and Park (1991), Lin et al. (1991), Ben-Daya and Hariga (2000), Hsieh and Lee (2005). In those previous models, the imperfectness of production system is assumed to be dictated by single key production subsystem (KPS) only. Lin and Gong (2011) recently extended the study by proposing an EPQ model where the production system is imperfect and dictated by two imperfect KPS's over an infinite planning horizon. Ai et al. (2012) continued this work by considering finite planning horizon.

While those above mentioned researches discussed on EPQ model without shortage, the research conducted by Chung and Hou (2003) extended the work of Rosenblatt and Lee (1986) by incorporating the shortage into their model. Shortage itself can be defined as the situation when the customer order arrive but the finished good are not yet available. When all customer during the stockout period are willing to wait until the finished goods are replenished then it is called as completely backorder case. Shortage is common in practical situation, when the producer is realized that its customers loyal to their product.

This paper is extending the work of Chung and Hou (2003) and Lin and Gong (2011) by combining both works into a new EPQ model that consider 2 (two) imperfect KPS and shortage. The organization of this paper is as follow: Section 2 describes the mathematical model development, Section 3 discusses the solution methodology of the proposed method, Section 4 presents the numerical example, followed by some concluding remarks in Section 5.

2 Mathematical Model

This paper considers a production lot sizing problem where a product is to be manufactured in batches on an imperfect production system over an infinite planning horizon, in which shortage of product is allowed at the end of each production cycle and all shortage is backordered. The demand rate is d , and the production rate is p . As defined in Lin and Gong (2011) and Ai et al. (2012), the imperfectness of the system is shown on two imperfect key production subsystems (KPS) that may shift from an in-control to an out-of-control state due to three independent sources of shocks: source 1's shock causes first KPS to shift, source 2's shock causes second KPS to shift, and source 3's shock causes both KPS to shift. Each shocks occur at random time U_1 , U_2 , and U_{12} that follows exponential distribution with mean $1/\lambda_1$, $1/\lambda_2$, and $1/\lambda_{12}$, respectively. When at least one KPS on out-of-control state, consequently, the production system will produced some defective items with fixed but different rates: α percentage when first

KPS out-of-control, β percentage when the second KPS out-of-control, and δ percentage when the both KPS out-of-control. The cost incurred by producing defective items when the first KPS is shifted, the second KPS is shifted, and both KPS are shifted are π_1 , π_2 , and π_{12} , respectively.

The production cycle of this situation can be described as Fig. 1, in which the inventory level is increased during the production uptime (τ) at rate $(p - d)$ and decreased at rate $-d$ during the production downtime. It is shown in Fig. 1, the production cycle length T can be divided into four sections, each of them with length T_1 , T_2 , T_3 , and T_4 , respectively. The backorders are replenished in section 1, in which the inventory level is increased from $-B_{max}$ to 0. The inventories are accumulated during section 2, in which inventory level at the end of this section is I_{max} . After that, the inventory level is decreased to 0 during section 3 and the shortage happened in section 4.

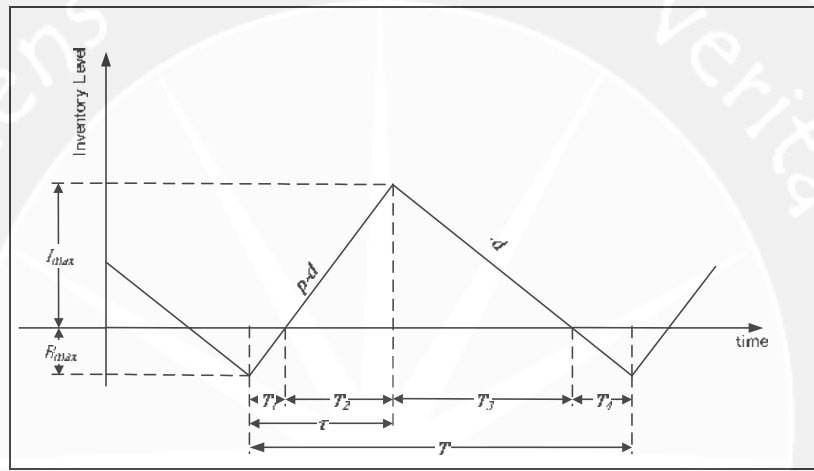


Fig. 1 Production cycle

The optimization problem is to determining optimal production run time τ and production time when backorder is replenished T_1 , that minimizes the expected total cost per unit time including setup, inventory carrying, shortage and defective costs.

In single production cycle, although shortages are exist, the number of product being produced ($p \cdot \tau$) is equal to the demand of product ($d \cdot T$) in that cycle. Therefore $T = p\tau/d$. If the setup cost is denoted as A , based on (1), the setup cost per unit time (C_1) can be defined as

$$C_1 = \frac{A}{T} = \frac{Ad}{p\tau} \quad (2)$$

The average inventory per production cycle as function of τ and T_1 can be expressed as

$$\bar{I}(T_1, \tau) = \frac{(p-d)\tau}{2} - (p-d)T_1 + \frac{(p-d)T_1^2}{2\tau} \quad (3)$$

Therefore, if unit inventory holding cost per unit time is defined as h , the inventory carrying cost per unit time (C_2) can be defined as

$$C_2 = \frac{h(p-d)\tau}{2} - h(p-d)T_1 + \frac{h(p-d)T_1^2}{2\tau} \quad (4)$$

The average shortage per production cycle as function of τ and T_1 can be expressed as

$$\bar{B}(T_1, \tau) = \frac{(p-d)T_1^2}{2\tau} \quad (5)$$

Therefore, if unit shortage cost per unit time is defined as s , the shortage cost per unit time (C_3) can be defined as

$$C_3 = \frac{s(p-d)T_1^2}{2\tau} \quad (6)$$

The results from Lin and Gong (2011) are presented below to obtain the defective cost per unit time (C_4), in which the unit defective cost when the first KPS is shifted, the second KPS is shifted, and both KPS are shifted is defined as π_1 , π_2 , and π_{12} , respectively.

$$C_4 = \frac{d(\pi_1 E[N_1(\tau)] + \pi_2 E[N_2(\tau)] + \pi_{12} E[N_{12}(\tau)])}{p\tau} \quad (7)$$

$$E[N_1(\tau)] = p\alpha \left(\frac{1 - \exp[-(\lambda_2 + \lambda_{12})\tau]}{\lambda_2 + \lambda_{12}} - \frac{1 - \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12})\tau]}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12}} \right) \quad (8)$$

$$E[N_2(\tau)] = p\beta \left(\frac{1 - \exp[-(\lambda_1 + \lambda_{12})\tau]}{\lambda_1 + \lambda_{12}} - \frac{1 - \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12})\tau]}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12}} \right) \quad (9)$$

$$E[N_{12}(\tau)] = p\delta \left(\frac{\exp[-(\lambda_1 + \lambda_{12})\tau] + (\lambda_1 + \lambda_{12})\tau - 1}{\lambda_1 + \lambda_{12}} + \frac{\exp[-(\lambda_2 + \lambda_{12})\tau] + (\lambda_2 + \lambda_{12})\tau - 1}{\lambda_2 + \lambda_{12}} - \frac{\exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12})\tau] + (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12})\tau - 1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12}} \right) \quad (10)$$

Therefore, the expected total cost per unit time can be stated as

$$Z[\tau, T_1] = C_1 + C_2 + C_3 + C_4$$

$$Z[\tau, T_1] = \frac{Ad}{p\tau} + \frac{h(p-d)\tau}{2} - h(p-d)T_1 + \frac{h(p-d)T_1^2}{2\tau} + \frac{s(p-d)T_1^2}{2\tau} + \frac{d(\pi_1 E[N_1(\tau)] + \pi_2 E[N_2(\tau)] + \pi_{12} E[N_{12}(\tau)])}{p\tau} \quad (11)$$

3 Solution Methodology

Following Lin and Gong (2011), all exponential terms in the total cost expression can be approximate by MacLaurin series:

$$\exp(-\lambda\tau) \approx 1 - \lambda\tau + \frac{1}{2!}(\lambda\tau)^2 - \frac{1}{3!}(\lambda\tau)^3 \quad (12)$$

Therefore the total cost expression can be rewritten as

$$Z[\tau, T_1] \approx \frac{Ad}{p\tau} + h(p-d) \left[\frac{\tau}{2} - T_1 \right] + \frac{(h+s)(p-d)T_1^2}{2\tau} + \frac{H\tau}{2} - \frac{K\tau^2}{6} \quad (13)$$

$$H = d(\pi_1\alpha\lambda_1 + \pi_2\beta\lambda_2 + \pi_{12}\delta\lambda_{12}) \quad (14)$$

$$K = d[\pi_1\alpha\lambda_1(\lambda_1 + 2\lambda_2 + 2\lambda_{12}) + \pi_2\beta\lambda_2(2\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_{12}) + \pi_{12}\delta(\lambda_{12}^2 - 2\lambda_1\lambda_2)] \quad (15)$$

It is well known from calculus optimization that the necessary condition for minimizing $Z[\tau, T_1]$ are the first partial derivatives equal to zero. Applying this condition for Eq. (13), it is found that

$$\frac{\partial}{\partial \tau} Z[\tau, T_1] = \frac{H}{2} + \frac{h(p-d)}{2} - \frac{K\tau}{3} - \frac{Ad}{p\tau^2} - \frac{(h+s)(p-d)T_1^2}{2\tau^2} = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial}{\partial T_1} Z[\tau, T_1] = -h(p-d) + \frac{(h+s)(p-d)T_1}{\tau} = 0 \quad (17)$$

Solving Eq. (17) for T_1 , it is found that

$$T_1^* = \frac{h}{(h+s)} \tau^* \quad (18)$$

Substituting Eq. (18) to Eq. (16), it is obtained that

$$\frac{H}{2} + \frac{hs(p-d)}{2(h+s)} - \frac{K\tau}{3} - \frac{Ad}{p\tau^2} = 0 \quad (19)$$

If the term $K\tau/3$ is neglected or approximated as zero, it found after some algebra that

$$\tau^* = \sqrt{\frac{2Ad}{p \left[H + hs \left(\frac{p-d}{h+s} \right) \right]}} = \sqrt{\frac{2Ad}{p \left[d(\pi_1\alpha\lambda_1 + \pi_2\beta\lambda_2 + \pi_{12}\delta\lambda_{12}) + hs \left(\frac{p-d}{h+s} \right) \right]}} \quad (20)$$

The sufficient condition of this result can be easily proven, since the Hessian matrix is positive definite.

4 Numerical Examples

To illustrate the proposed model and solution methodology, the numerical example is conducted on 8 (eight) sample problems as it is shown in Table 1.

Table 1. Parameters and Solutions of Sample Problems

Parameters	Prob 1	Prob 2	Prob 3	Prob 4	Prob 5	Prob 6	Prob 7	Prob 8
d	200	200	200	200	200	200	200	200
p	300	300	300	300	300	300	300	300
α	0.1	0.1	0.3	0.3	0.1	0.1	0.3	0.3
β	0.1	0.1	0.3	0.3	0.1	0.1	0.3	0.3
δ	0.16	0.16	0.48	0.48	0.16	0.16	0.48	0.48
λ_1	0.05	0.05	0.05	0.05	0.15	0.15	0.15	0.15
λ_2	0.1	0.1	0.1	0.1	0.3	0.3	0.3	0.3
λ_{12}	0.02	0.02	0.02	0.02	0.06	0.06	0.06	0.06
π_1	10	10	10	10	10	10	10	10
π_2	10	10	10	10	10	10	10	10
π_{12}	12	12	12	12	12	12	12	12
A	100	100	100	100	100	100	100	100
h	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08
s	0.16	0.24	0.16	0.24	0.16	0.24	0.16	0.24
Solutions								
τ^*	1.761	1.747	1.061	1.058	1.061	1.058	0.622	0.622
T_1^*	0.587	0.437	0.354	0.265	0.354	0.265	0.207	0.155
$Z[\tau^*, T_1^*]$	75.73	76.32	125.6	126	125.6	126	214.3	214.5

5 Concluding Remarks

This paper extend the work of Chung and Hou (2003) and Lin and Gong (2011) by incorporating 2(two) imperfect KPS considering shortage on EPQ model. Based on the numerical example it can be shown that the proposed model and its solution methodology works on 8 (eight) sample problems. Further work will be conducted to find another solution methodology approaches and to do the sensitivity analysis on the proposed model. In addition, formulating an EPQ model with 2(two) imperfect KPS considering shortage can be further investigated for finite planning horizon.

Acknowledgements

This work is partially supported by Directorate General of Higher Education, Ministry of Education and Culture, Republic of Indonesia through *Hibah Bersaing* Research Grant and Universitas Atma Jaya Yogyakarta, Indonesia. The authors also gratefully acknowledge the helpful comments and suggestions of the reviewers, which have improved the presentation.

References

- Ai TJ, Wigati SS, Gong DC (2012) An Economic Production Quantity Model on an Imperfect Production System over Finite Planning Horizon. Proceedings of IIE Asian Conference 2012, Singapore.
- Ben-Daya M, Hariga M (2000) Economic lot scheduling problem with imperfect production processes. Journal of Operational Research Society, 51: 875-881.

- Chung KJ, Hou KL (2003) An Optimal Production Run Time with Imperfect Production Processes and Allowable Shortages. *Computers & Operations Research*, 30: 483-490.
- Hsieh CC, Lee ZZ (2005) Joint determination of production run length and number of standbys in a deteriorating production process. *European Journal of Operational Research*, 162: 359-371.
- Lee HL, Rosenblatt MJ (1987) Simultaneous determination of production cycle and inspection schedules in a production system. *Management Science* 33: 1125-1136.
- Lee HL, Rosenblatt MJ (1989) A production and maintenance planning model with restoration cost dependent on detection delay. *IIE Transactions* 21: 368-375.
- Lee HL, Rosenblatt MJ (1988) Economic design and control of monitoring mechanisms in automated production systems. *IIE Transactions* 20: 201-209.
- Lee JS, Park, KS (1991) Joint determination of production cycle and inspection intervals in a deteriorating production system. *Journal of the Operational Research Society* 42: 775-783.
- Lin GC, Gong DC (2011) On an Economic Lot Sizing Model Subject to Two Imperfect Key Production Subsystems. *Proceedings of IIE Asian Conference 2011, Shanghai, China*.
- Lin TM, Tseng, ST, Liou, MJ (1991) Optimal inspection schedule in the imperfect production system under general shift distribution. *Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineering*, 8: 73-81.
- Rosenblatt MJ, Lee HL (1986b) Economic production cycles with imperfect production processes. *IIE Transactions* 18: 48-55. doi: if applicable
- Sulistyo ARL, Astanti RD, Dewa DMRT (2012) Rancangan Preventive Maintenance dengan Pendekatan TPM di PT Perkebunan Nusantara VII. Unpublished Thesis at Universitas Atma Jaya Yogyakarta.

LAMPIRAN 7

SUSUNAN ORGANISASI PENELITI

No	Nama	NIDN	Bidang Ilmu	Alokasi Waktu	Uraian Tugas
1.	Baju Bawono, S.T., M.T	0518127702	Pemodelan Sistem Persediaan dan Produksi	10 jam / minggu	<ul style="list-style-type: none">- Melakukan pengamatan di satu industri manufaktur di Yogyakarta- Memodelkan secara matematis permasalahan penentuan kuantitas produksi dengan sub sistem produksi tidak sempurna dan <i>shortage</i>- Membuat algoritma penyelesaian model matematis yang dibuat- <i>Reporting</i> dan melakukan penulisan publikasi ilmiah di seminar internasional dan jurnal internasional
2.	The Jin Ai, S.T., M.T., Dr.Eng	0518127702	Optimisasi Sistem Industri	10 jam / minggu	<ul style="list-style-type: none">- Melakukan pengamatan di satu industri manufaktur di Yogyakarta- Menentukan algoritma penyelesaian model matematis- Melakukan pembuatan <i>software</i> untuk optimisasi penyelesaian model matematis yang sudah dibuat- <i>Reporting</i> dan melakukan penulisan publikasi ilmiah di seminar internasional
3	Ririn Diar Astanti, S.T., M.MT., Dr.Eng	050104724	Penelitian Operasi	10 jam / minggu	<ul style="list-style-type: none">- Melakukan pengamatan di satu industri manufaktur di Yogyakarta- Memodelkan sistem produksi di industri manufaktur- Memodelkan secara matematis permasalahan penentuan kuantitas produksi dengan sub sistem produksi tidak sempurna

LAMPIRAN 8

KETERSEDIAAN SARANA DAN PRASARANA

A. Laboratorium

Kegiatan penelitian akan dilakukan di 2 laboratorium, yaitu Laboratorium Pemodelan dan Optimasi dan Laboratorium Sistem Produksi di Program Studi Teknik Industri Fakultas Teknologi Industri, Universitas Atma Jaya Yogyakarta.

B. Peralatan Utama

Peralatan utama yang digunakan yaitu komputer yang terkoneksi dengan jaringan intranet. Peralatan ini akan digunakan untuk pemodelan dan sebagai alat komputasi dan simulasi model dan metodologi solusi. Selain itu juga tersedia beberapa *software* yang diperlukan dalam penelitian, seperti sistem operasi, MS Office, MathCAD, ARENA, dan lain sebagainya. Laboratorium Pemodelan dan Optimasi dan Laboratorium Sistem Produksi akan mendukung proses penelitian utamanya dalam hal penelusuran pustaka, karena kajian penelitian ini obyeknya berkaitan dengan bidang kajian laboratorium. Selain itu laboratorium ini juga mempunyai modul-modul dan hasil penelitian yang berkaitan dengan topik penelitian yang sedang dilakukan.

LAMPIRAN 9

Logbook Kegiatan Penelitian

No	Tanggal	Kegiatan	Keterangan
1	12 Februari 2013 pukul 10.00-11.00	Pertemuan 1 Membahas Pembagian tugas masing masing anggota	Yang Hadir Baju Bawono (BB), The Jin Ai (TJA), dan Ririn Diar Astanti (RDA)
2	19 Februari 2013 pukul 10.00-12.00	Pertemuan 2 Membahas hasil tugas masing masing anggota	Yang Hadir BB, TJA, dan RDA
3	26 Februari 2013 pukul 10.00-11.00	Pertemuan 3 Diskusi Model Matematis 1 dan Pembagian tugas	Yang Hadir BB, TJA
4	5 Maret 2013 pukul 10.00-12.00	Pertemuan 4 Diskusi Hasil Model Matematis	Yang Hadir BB, TJA, dan RDA
5	12 Maret 2013 pukul 10.00-11.00	Pertemuan 5 Membahas hasil tugas masing masing anggota	Yang Hadir BB, TJA, dan RDA
6	19 Maret 2013 pukul 10.00-12.00	Pertemuan 6 Model Analisis	Yang Hadir BB, RDA

No	Tanggal	Kegiatan	Keterangan
7	26 Maret 2013 pukul 10.00-11.00	Pertemuan 7 Membahas Analisis Hasil masing masing anggota	Yang Hadir BB, TJA, dan RDA
8	1 April 2013 pukul 10.00-12.00	Pertemuan 8 Membahas hasil tugas masing masing anggota	Yang Hadir BB, TJA, dan RDA
9	29 April 2013 pukul 10.00-11.00	Pertemuan 9 Revisi Hasil Analisis	Yang Hadir BB, TJA
10	6 Mei 2013 pukul 10.00-12.00	Pertemuan 10 Diskusi Membahas Hasil Pengembangan masing masing anggota	Yang Hadir BB, TJA, dan RDA
11	20 Mei 2013 pukul 10.00-11.00	Pertemuan 11 Membahas hasil tugas masing masing anggota	Yang Hadir BB, TJA, dan RDA
12	20 Mei 2013 pukul 10.00-12.00	Pertemuan 12 Model Analisis	Yang Hadir BB, RDA
13	27 Mei 2013 pukul 10.00-11.00	Pertemuan 13 Rencana mengikuti Diseminasi Hasil Penelitian	Yang Hadir BB, TJA, dan RDA
14	3 Juni 2013 pukul 10.00-12.00	Pertemuan 14 Menyusun Abstrak Seminar Internasional di Taipei Taiwan	Yang Hadir BB, TJA, dan RDA
15	10 Juni 2013 pukul 10.00-11.00	Pertemuan 15 Menyusun Paper	Yang Hadir BB, TJA , RDA

No	Tanggal	Kegiatan	Keterangan
16	17 Juni 2013 pukul 10.00-11.00	Pertemuan 16 Mengirim Paper dan Membahas rencana mengikuti Seminar Internasional	Yang Hadir BB, TJA, dan RDA
17	1 Juli 2013 pukul 10.00-12.00	Pertemuan 17 Diskusi Progres Seminar dan Pendaftaran Seminar	Yang Hadir BB, TJA, dan RDA
18	9 Juli 2013 pukul 10.00-11.00	Pertemuan 18 Revisi Hasil Analisis	Yang Hadir BB, TJA
20	17-21 Juli 2013	Pertemuan 19 Mengikuti Seminar Internasional	Yang Hadir BB, TJA
21	29 Juli 2013 pukul 10.00-11.00	Pertemuan 20 Evaluasi Hasil Seminar Internasional	Yang Hadir BB, TJA, dan RDA
22	5 Agustus 2013 pukul 10.00-12.00	Pertemuan 21 Membahas Pembuatan Laporan Kemajuan	Yang Hadir BB, RDA, TJA
23	12 Agustus 2013 pukul 10.00-12.00	Pertemuan 22 Menyusun Laporan Kemajuan Hasil Penelitian	Yang Hadir BB, TJA, dan RDA