

**LAPORAN PENELITIAN**



**PENGEMBANGAN PROGRAM BANTU  
ANALISIS STRUKTUR GEDUNG TIGA DIMENSI REALIN 3D  
DENGAN FREEMAT**

Oleh:

**Yoyong Arfiadi**

**PROGRAM STUDI TEKNIK SIPIL  
FAKULTAS TEKNIK  
UNIVERSITAS ATMA JAYA YOGYAKARTA  
2014**

## HALAMAN PENGESAHAN

1	Judul Penelitian	PENGEMBANGAN PROGRAM BANTU ANALISIS STRUKTUR GEDUNG TIGA DIMENSI REALIN 3D DENGAN FREEMAT	
2	Kategori Penelitian	A. Penelitian diorientasikan pada penerbitan artikel jurnal ilmiah B. Penelitian diorientasikan menghasilkan HKI/Paten C. Penelitian diorientasikan pada terciptanya buku ilmiah D. Penelitian dilanjutkan pengabdian pada masyarakat	
3	Tema Penelitian Universitas	A. Kemiskinan B. Kebencanaan	C. Kearifan Lokal D. Multikulturalisme
4	Topik Penelitian Unit	Adaptif terhadap perkembangan sains dan teknologi	
5	Beban SKS Penelitian	4 SKS	
6	Nama Peneliti	Yoyong Arfiadi	
	Jabatan/Golongan	Guru Besar/IV-D	
	NPP/NIDN	07.88.273/0515015901	
	Bidang Keahlian	Teknik Sipil Struktur	
	Unit/Fakultas/Jurusan	Unit	Jurusan/Program Studi
		Fakultas Teknik	Teknik Sipil
	Alamat Rumah	Jl. Cemara D-75, Sinduharjo, Ngaglik Sleman, Yogyakarta 55581	
	No. Telp/Fax/Email Peneliti	0274-864455	Email: yoyong@mail.uajy.ac.id
7	Lokasi Penelitian	Yogyakarta	
8	Dana yang Diusulkan	Dana UAJY	
		Rp. 7.319.000,00,-	
9	Terbilang	Tujuh juta tiga ratus Sembilan belas ribu rupiah	
10	Spesifikasi <i>Outcome</i> Penelitian	Artikel Jurnal ilmiah/konferensi	

Yogyakarta, Juni 2015

Peneliti,



Prof. Ir. Yoyong Arfiadi, M.Eng., Ph.D.  
NPP 07.88.273/NIDN.0515015901

Mengetahui dan Menyetujui  
Wakil Dekan I,



Gerarda Orbita Ida Cahyandari, ST., MBS.Dev.  
NPP 11.96.601/NIDN.0530087201

Mengetahui dan Menyetujui  
Ketua LPPM



Dr. I. Putu Sugantha Sajaya, SE., M.Si, AK., CA.  
NPP 12.94.528/NIDN.0524107001

# **PENGEMBANGAN PROGRAM BANTU ANALISIS STRUKTUR GEDUNG TIGA DIMENSI REALIN 3D DENGAN FREEMAT**

Oleh Yoyong Arfiadi

## **A. PENDAHULUAN**

Bangunan gedung pada prinsipnya merupakan struktur tiga dimensi, sehingga harus dianalisis secara tiga dimensi pula. Saat ini telah banyak program komputer yang dapat melakukan analisis tiga dimensi, di antaranya adalah ETABS, SAP, dan MIDAS. Program-program tersebut telah dikembangkan untuk memudahkan pengguna melakukan analisis struktur. Karena program tersebut dikembangkan untuk memudahkan pengguna, maka langkah hitungan mulai dari input, proses, dan hasil secara otomatis disiapkan oleh program. Dalam hal ini, untuk mendapatkan hasil analisis, pengguna hanya menyiapkan input, sedangkan proses hitungan dikerjakan oleh program. Metode yang digunakan untuk analisis struktur umumnya didasarkan pada metode kekakuan.

Di perguruan tinggi, pembelajaran metode kekakuan telah menjadi bagian yang harus diberikan dan harus dipahami oleh mahasiswa. Metode kekakuan didasarkan pada jumlah derajat kebebasan yang dipunyai oleh struktur. Pada gedung tiga dimensi, setiap titik simpul mempunyai 6 derajat kebebasan, sehingga setiap elemen mempunyai 12 derajat kebebasan. Dengan demikian matriks kekakuan batang berukuran  $12 \times 12$ . Mengingat ukuran derajat kebebasan yang cukup banyak, maka agak sulit untuk membahas metode kekakuan gedung 3 dimensi dalam proses pembelajaran. Kesulitannya adalah jika digunakan program komersial yang ada, maka mahasiswa kurang memahami proses yang ada, sedangkan jika digunakan kalkulator (hitungan manual), maka penyelesaian menjadi tidak mudah. Untuk itu diperlukan suatu program komputer untuk menjembatani hitungan dengan menggunakan program komersial dan hitungan secara manual.

Beberapa peneliti telah mengembangkan program analisis struktur untuk tujuan pengajaran di lingkungan perguruan tinggi. Beberapa program yang telah dikembangkan adalah CAL (Wilson 1979, 1986), AIT (Shim, 1980, Kanok-Nukulchai, 1993). Umumnya program-program tersebut ditulis dengan Bahasa FORTRAN dengan penulisan format yang ketat dalam penulisan input datanya.

Untuk mengatasi penulisan data yang ketat yang ada pada program FORTRAN, Arfiadi (1997) telah mengembangkan program yang ditulis dalam Matlab. Program tersebut kemudian ditulis juga dalam FreeMat (Arfiadi, 2013) dengan penambahan tinjauan deformasi geser pada struktur portal

bidang. Walaupun demikian program yang dikembangkan dalam Arfiadi (1997, 2013), struktur yang ditinjau terbatas hanya struktur 2 dimensi (rangka bidang dan portal bidang).

## **B. LATAR BELAKANG MASALAH**

Untuk proses pembelajaran analisis struktur gedung tiga dimensi di kelas, pengajar menghadapi kesulitan, mengingat ukuran derajat kebebasan yang ada pada struktur gedung tiga dimensi umumnya cukup besar. Hal ini tidak mungkin dikerjakan secara manual (dengan kalkulator). Namun demikian jika digunakan program komersial yang ada, maka proses hitungan tidak dipahami oleh mahasiswa. Untuk mengatasi hal ini, maka perlu dibuat suatu program analisis gedung tiga dimensi yang dapat digunakan untuk proses pembelajaran metode kekakuan. Program ditulis dalam suatu program FreeMat (Basu, 2011). FreeMat dipilih karena merupakan program open source, sehingga tidak diperlukan biaya untuk menggunakannya. Walaupun demikian kemampuan FreeMat hampir menyamai Matlab.

## **C. TINJAUAN PUSTAKA**

Analisis gedung tiga dimensi telah banyak dibahas oleh para peneliti. Weaver dan Nelson (1966), Weaver dkk. (1968) dan Weaver dan Johnston (1987) mengajukan prosedur untuk menganalisis gedung tiga dimensi. Dalam tinjauan Weaver dan Nelson (1966) gedung tiga dimensi dengan balok-balok yang saling tegak lurus. Lantai gedung dianggap sebagai elemen yang kaku dalam arah horizontal. Derajat kebebasan pada balok dianggap sebagai elemen grid, sedangkan derajat kebebasan pada kolom dianggap sebagai balok-kolom. Wilson (1975) mengembangkan cara untuk melakukan analisis gedung tiga dimensi. Lantai dianggap sebagai struktur yang kaku dalam arah horizontal. Dalam proses analisis gedung dianggap regular terdiri dari balok dan kolom. Dengan model ini maka pembentukan matriks kekakuan struktur dari gabungan balok dan kolom dengan mudah dapat diperoleh.

Kan dan Chopra (1977) juga telah melakukan studi analisis gedung tiga dimensi dengan memperhitungkan torsi. Model struktur dianggap sebagai bangunan geser, dengan kekakuan lateral dan kekakuan torsi diperlukan untuk formulasi persamaan. Beberapa peneliti lain yang mengembangkan metode dan program adalah Humar and Khandoker (1980) and Wilson et al. (1980) yang menganggap gedung umumnya berbentuk empat persegi panjang secara geometri. Dalam pemodelan umumnya diambil sama dengan formulasi kekakuan portal bidang hanya saja pengaruh gaya aksial pada balok tidak diperhitungkan. Karena model diangun dari portal-portal bidang kemudian digabung menjadi gedung tiga dimensi maka kompatibilitas gaya aksial pada kolom yang

menghubungkan portal-portal tidak dijamin. Arfiadi (2000) telah mengembangkan program analisis gedung tiga dimensi yang ditulis dalam Matlab. Dalam penurunan matriks kekakuan dalam Arfiadi (2000) pengaruh deformasi geser tidak diperhitungkan. Karena secara umum pengaruh deformasi geser terjadi, maka dalam penelitian ini pengaruh deformasi geser akan diperhitungkan dalam formulasi matriks kekakuan.

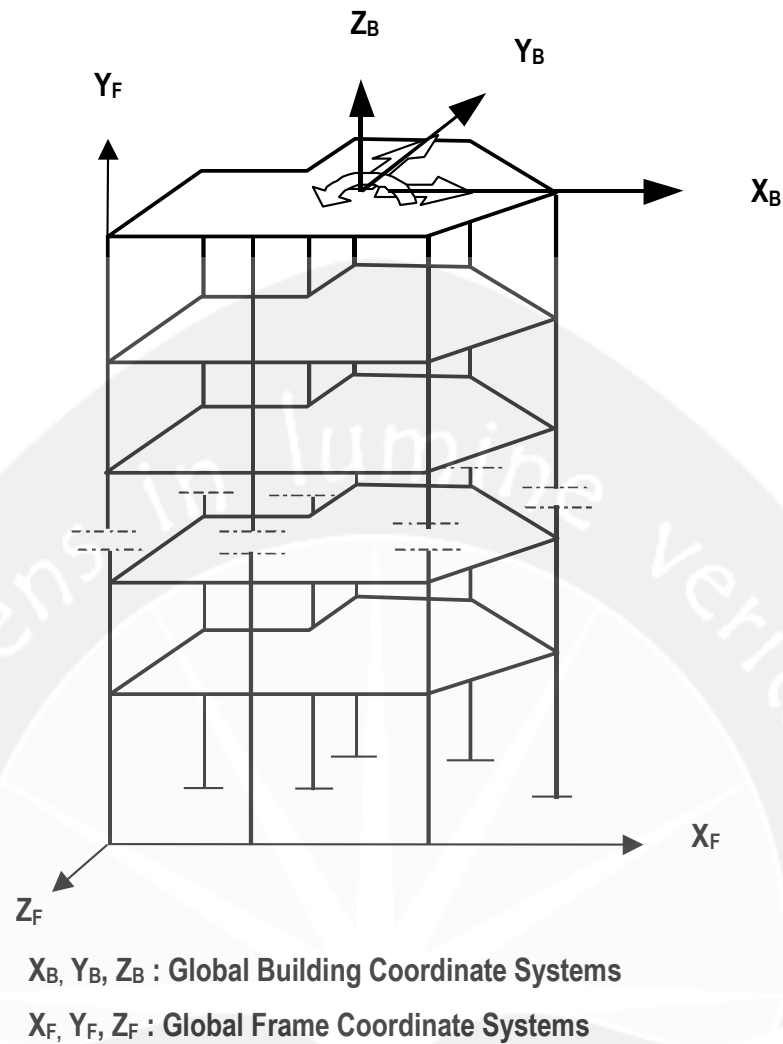
Saat ini juga telah dikembangkan program-program komersial seperti ETABS, SAP dan MIDAS yang dapat memodelkan struktur gedung tiga dimensi. Namun demikian sebagai program komersial, maka proses hitungan tidak dikendalikan oleh pengguna karena proses hitungan dilakukan secara internal dalam program. Dalam hal ini yang dikeluarkan oleh program komersial sebagai keluaran adalah hasil hitungan. Mengingat hal itu perlu dikembangkan program yang ditulis dalam program berbasis *open source* untuk pengajaran metode kekakuan gedung tiga dimensi.

#### D. CARA PENELITIAN

##### 1. Pemodelan Struktur

Dalam penelitian ini gedung tiga dimensi dimodelkan seperti pada Wilson et al. (1975), tetapi formulasi matriks kekakuan dilakukan dengan menganggap balok dan kolom pada struktur portal ruang dengan 6 derajat kebebasan pada setiap titik simpul. Kolom-kolom terhubung dengan suatu lantai yang dianggap kaku dalam arah horizontal, sehingga dalam suatu lantai terdapat 3 derajat kebebasan, yaitu dua translasi dalam arah yang saling tegak lurus dan rotasi terhadap suatu sumbu vertikal (lihat Gambar 1).

Untuk memudahkan dua sistem koordinat global ditetapkan, yaitu sistem koordinat global rangka (SKGR) dan sistem koordinat global gedung (SKGG) seperti ditunjukkan ada Gambar 1..



Gambar 1. Model gedung tiga dimensi

## 2. Langkah Pembentukan Matriks Kekakuan Struktur

Langkah-langkah untuk analisis struktur secara statik dilakukan sebagai berikut:

- Bentuk matriks kekakuan setiap batang dengan ukuran  $12 \times 12$
- Bentuk matriks kekakuan struktur dalam sistem koordinat global rangka
- Dengan teknik kondensasi, eliminasi derajat kebebasan yang tidak terkait dengan derajat kebebasan lantai
- Bentuk matriks kekakuan struktur dalam sistem koordinat global gedung

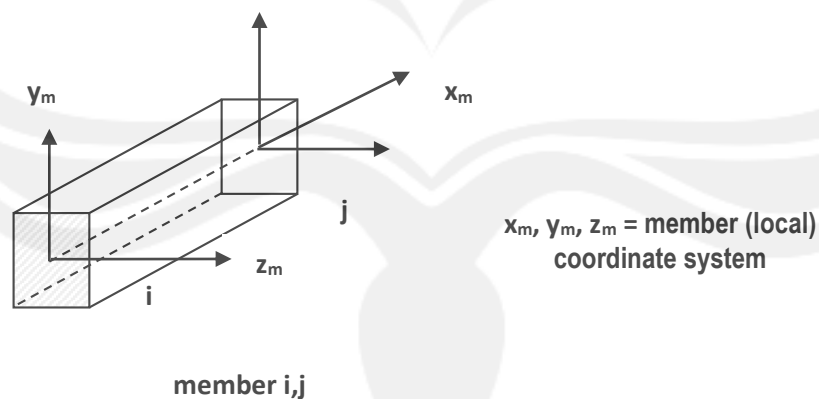
## 3. Matriks kekakuan dalam Sistem Koordinat Global Rangka

Matriks kekakuan struktur dalam sistem koordinat global rangka dapat dibentuk sesuai dengan metode matriks kekakuan standar. Matriks kekakuan batang berukuran  $12 \times 12$  dibentuk dahulu. Dalam hal ini deformasi geser ikut diperhitungkan dalam matriks kekakuan batang. Untuk mentransformasikan matriks kekakuan ke dalam koordinat global rangka, matriks rotasi diambil dengan mengambil letak titik ketiga yang sesuai dalam bidang X-Y batang (Weaver and Gere 1990, Beaufait et al. 1970).

Untuk memudahkan dalam pembentukan matriks kekakuan gedung, uraian derajat kebebasan dalam koordinat global rangka ditetapkan sedemikian sehingga memudahkan untuk mempertahankan derajat kebebasan terkait dengan perpindahan lantai gedung. Untuk itu perpindahan dalam setiap titik ujung batang dibedakan menjadi 2 bagian sebagai berikut (lihat Gambar 2):

- (a) Perpindahan dalam arah  $Z_B$ , rotasi terhadap sumbu  $X_B$  dan rotasi terhadap sumbu  $Y_B$  sesuai dengan koordinat global gedung sebagai perpindahan kelompok-a.
- (b) Perpindahan dalam arah  $X_B$ , Perpindahan dalam arah  $Y_B$  dan rotasi terhadap sumbu  $Z_B$  sesuai dengan koordinat global gedung sebagai perpindahan kelompok-b.

Perpindahan kelompok-a nantinya akan dikondensasi, sedangkan perpindahan kelompok-b akan dipertahankan. Perpindahan kelompok-b ini berkaitan dengan perpindahan lantai-lantai gedung. Untuk itu matriks kekakuan struktur dirakit sedemikian sehingga perpindahan kelompok-a diurutkan terlebih dahulu untuk semua titik, dilanjutkan dengan perpindahan kelompok-b.





Group a displacements of joint i in terms of Global Frame Coordinate System

Group b displacements of joint i in terms of Global Frame Coordinate System

**Gambar 2. Perpindahan kelompok a dan b untuk suatu titik tertentu**

Untuk memudahkan proses perakitan, vektor tujuan ditetapkan dengan cara tertentu. Untuk semua titik standar, kecuali untuk titik tumpuan pada dasar gedung, vektor tujuan untuk suatu batang-k ditetapkan sebagai:

$$\mathbf{ID}^k = [\mathbf{ID}_i^k \quad \mathbf{ID}_j^k] \quad (1a)$$

$$\mathbf{ID}_i^k = [3NA + 3i_s + 1 \quad 3i_s + 1 \quad 3NA + 3i_s + 2 \quad 3i_s + 2 \quad 3NA + 3i_s + 3 \quad 3i_s + 3] \dots (1b)$$

$$\mathbf{ID}_j^k = [3NA + 3j_s + 1 \quad 3j_s + 1 \quad 3NA + 3j_s + 2 \quad 3j_s + 2 \quad 3NA + 3j_s + 3 \quad 3j_s + 3] \dots (1c)$$

$$NA = NTJ - NRJ \quad (1d)$$

$$i_s = i - NRJ - 1 \quad (1e)$$

$$j_s = j - NRJ - 1 \quad (1f)$$

dengan  $NTJ$  = jumlah titik dalam struktur,  $NRJ$  = jumlah titik yang terkekang (tumpuan jepit), dan  $j$  nomor titik simpul dari batang  $k$ .

Setelah perakitan dihasilkan persamaan dalam koordinat global rangka sebagai berikut:

$$\mathbf{K}_F \Delta_F = \mathbf{R}_F \quad (2)$$

dengan  $\mathbf{K}_F = \sum \mathbf{K}_e$ ,  $\mathbf{R}_F = \sum \mathbf{R}_e$ ,  $\mathbf{K}_e$  = elemen matriks kekakuan dalam sistem koordinat global rangka,  $\mathbf{R}_e$  = vektor beban dalam sistem koordinat global rangka,  $\Delta_F$  = vektor perpindahan, dan penjumlahan dilakukan untuk semua batang.

#### 4. Kondensasi Statik Matriks Kekakuan dan Vektor Beban

Persamaan (2) dapat dipartisi menjadi

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{CC} & \mathbf{K}_{CR} \\ \mathbf{K}_{RC} & \mathbf{K}_{RR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_{FC} \\ \Delta_{FR} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{R}_{FC} \\ \mathbf{R}_{FR} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

dengan  $\Delta_{FC}$  terdiri dari perpindahan dalam arah  $Z_B$ , rotasi terhadap sumbu  $X_B$  dan rotasi terhadap sumbu  $Y_B$ , sebagai perpindahan kelompok a;  $\Delta_{FR}$  terdiri dari perpindahan dalam arah  $X_B$ , perpindahan dalam arah  $Y_B$  dan rotasi terhadap sumbu  $Z_B$ , sebagai perpindahan kelompok b.

Dengan teknik kondensasi static, persamaan (3) dapat diubah sehingga hanya mempertahankan perpindahan kelompok b yang terkait dengan perpindahan gedung dalam bentuk:

$$\mathbf{K}_{RR}^* \Delta_{FR} = \mathbf{R}_{FR}^* \quad (4)$$

dengan

$$\mathbf{K}_{RR}^* = \mathbf{K}_{RR} - \mathbf{K}_{RC} \mathbf{K}_{CC}^{-1} \mathbf{K}_{CR} \quad (5)$$

$$\mathbf{R}_{FR}^* = \mathbf{R}_{FR} - \mathbf{K}_{RC} \mathbf{K}_{CC}^{-1} \mathbf{R}_{FC} \quad (6)$$

Dalam hal ini sub-matriks pertama pada persamaan (3) dalam bentuk

$$\Delta_{FC} = \mathbf{K}_{CC}^{-1}(\mathbf{R}_{FC} - \mathbf{K}_{CR}\Delta_{FR}) \quad (7)$$

telah digunakan untuk memperoleh persamaan (4).

Pembentukan matriks pada persamaan (5) dan (6) dalam solusi numerik dapat dilakukan secara efisien menggunakan metode eliminasi Gauss. Persamaan (4) adalah persamaan keseimbangan yang memepertahankan hanya perpindahan kelompok b saja, yaitu perpindahan yang terkait dengan perpindahan lantai gedung.

### 5Pembentukan Matriks Kekakuan Struktur dalam Koordinat Global Gedung

Matriks kekakuan dalam koordinat gedung diperoleh dengan menggunakan matriks transformasi dari perpindahan titik yang terkait dengan perpindahan lantai kaku. Transformasi perpindahan suatu titik-i pada lantai-n menurut Gambar 3(a) dapat dilakukan dengan persamaan:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{FR1,n}^i &= r_{x,n} \cos\theta - r_{y,n} \sin\theta + d_x r_{\theta,n} \\ \Delta_{FR2,n}^i &= -r_{x,n} \sin\theta - r_{y,n} \cos\theta + d_x r_{\theta,n} \\ \Delta_{FR3,n}^i &= r_{\theta,n} \end{aligned} \right\} \quad (8a-c)$$

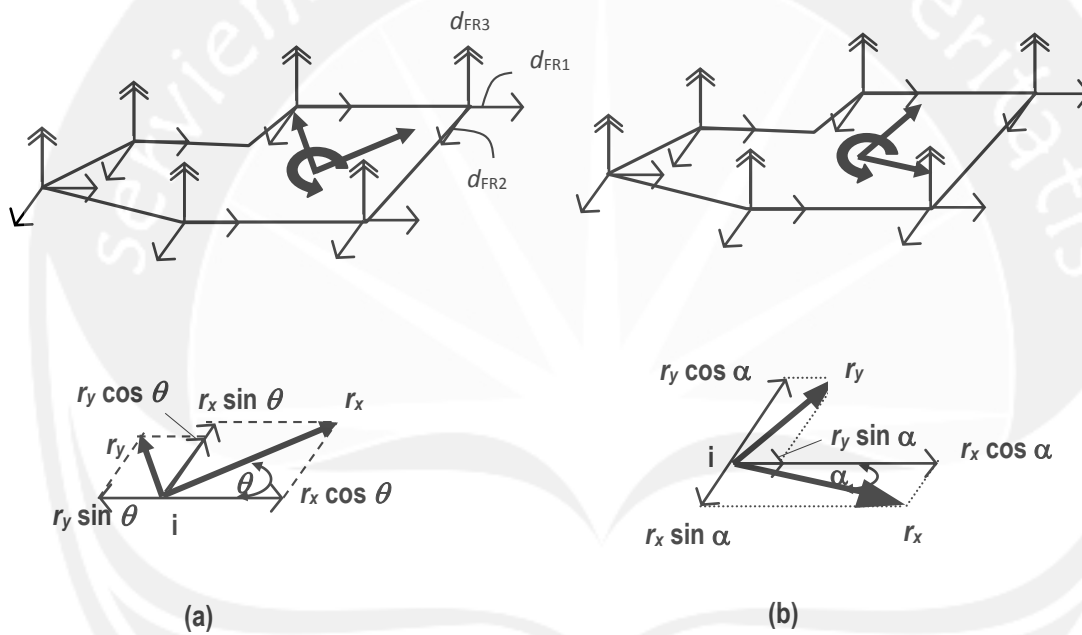
Sedangkan menurut Gambar 3(b):

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{FR1,n}^i &= r_{x,n} \cos\alpha + r_{y,n} \sin\alpha + d_x r_{\theta,n} \\ \Delta_{FR2,n}^i &= r_{x,n} \sin\alpha - r_{y,n} \cos\alpha + d_z r_{\theta,n} \\ \Delta_{FR3,n}^i &= r_{\theta,n} \end{aligned} \right\} \quad (9a-c)$$

dengan  $d_{FR1,n}^i$  dan  $d_{FR2,n}^i$  adalah perpindahan pada titik-l dalam arah sumbu  $X_F$  dan  $Z_F$ ,  $d_{FR3,n}^i$  adalah rotasi terhadap sumbu  $Y_F$ ;  $r_{x,n}$  dan  $r_{y,n}$  adalah perpindahan lantai dalam arah  $X_B$  dan  $Y_B$ ,  $r_{\theta,n}$  adalah rotasi lantai terhadap sumbu  $Z_B$ ,  $d_x$  adalah jarak dari pusat koordinat gedung terhadap garis kerja  $d_{FR1}$ ,  $d_z$  adalah jarak dari pusat oordinat gedung terhadap garis kerja  $d_{FR2}$ ,  $\theta$  adalah sudut rotasi (kebalikan

putaran jarum jam) dari garis kerja  $d_{FR1}$  terhadap sumbu  $X_B$ , dan  $\alpha$  adalah sudut rotasi (kebalikan putaran jarum jam) dari sumbu  $X_B$  terhadap garis kerja  $d_{FR1}$ .

Jarak  $d_x$  dan  $d_z$  dapat bertanda positif atau negatif, tergantung apakah rotasi gedung menyebabkan perpindahan titik simpul dalam arah positif atau negatif. Jika rotasi gedung menyebabkan perpindahan titik simpul positif maka tanda positif yang harus dipilih.



Gambar 3. Transformasi dari perpindahan kelompok-b ke perpindahan pada system koordinat global gedung

Dalam bentuk matriks persamaan (8) dan (9) dapat ditulis sebagai:

$$\begin{Bmatrix} \Delta_{FR1,n}^i \\ \Delta_{FR2,n}^i \\ \Delta_{FR3,n}^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\theta & -s_\theta & d_x \\ -s_\theta & -c_\theta & d_z \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_{x,n} \\ r_{y,n} \\ r_{\theta,n} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

dan

$$\begin{Bmatrix} \Delta_{FR1,n}^i \\ \Delta_{FR2,n}^i \\ \Delta_{FR4,n}^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\alpha & s_\alpha & \mathbf{d}_x \\ s_\alpha & -c_\alpha & \mathbf{d}_z \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_{x,n} \\ r_{y,n} \\ r_{\theta,n} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Jika sumbu X dalam koordinat global gedung sejajar dengan sumbu X dalam koordinat global rangka maka  $\theta = 0$  dan  $\alpha = 0$ . Dalam hal ini:

$$\begin{Bmatrix} \Delta_{FR1,n}^i \\ \Delta_{FR2,n}^i \\ \Delta_{FR3,n}^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \mathbf{d}_x \\ 0 & -1 & \mathbf{d}_z \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_{x,n} \\ r_{y,n} \\ r_{\theta,n} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

Atau secara sederhana dapat ditulis

$$\Delta_{FR,n}^i = \mathbf{a}_n^i \mathbf{X}_{3D,n} \quad (13)$$

dengan  $\mathbf{a}_n^i$  = matriks transformasi titik-i pada lantai-n,  $\Delta_{FR,n}^i$  = perpindahan kelompok-b untuk titik-I pada lantai-n, dan  $\mathbf{X}_{3D,n}$  = perpindahan gedung pada lantai-n.

Dengan mengikut sertakan seluruh titik simpul, perpindahan-perpindahan pada lantai n dapat ditulis sebagai:

$$\Delta_{FR,n} = \mathbf{a}_n \mathbf{X}_{3D,n} \quad (14)$$

dengan  $\Delta_{FR,n}$  = perpindahan kelompok-b untuk semua titik pada lantai-n,  $\mathbf{a}_n$  = matriks transformasi perpindahan titik-titik pada lantai-n, dan  $\mathbf{X}_{3D,n}$  = perpindahan gedung pada lantai-n. Dalam persamaan (14),  $\Delta_{FR,n}$ ,  $\mathbf{a}_n$  and  $\mathbf{X}_{3D,n}$  terdiri dari elemen-elemen sebagai berikut:

$$\Delta_{\mathbf{FR},n} = \begin{Bmatrix} \Delta_{\mathbf{FR},n}^1 \\ \Delta_{\mathbf{FR},n}^2 \\ \vdots \\ \Delta_{\mathbf{FR},n}^{NJn} \end{Bmatrix}_{3NJn \times 1}, \quad \mathbf{a}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_n^1 \\ \mathbf{a}_n^2 \\ \vdots \\ \mathbf{a}_n^{NJn} \end{bmatrix}_{3NJn \times 3}, \quad \mathbf{X}_{\mathbf{3D},n} = \begin{Bmatrix} r_{x,n} \\ r_{y,n} \\ r_{\theta,n} \end{Bmatrix}_{3 \times 1} \quad (15a-c)$$

dengan  $NJn$ = jumlah titik pada lantai- $n$ . Dengan memperhatikan transformasi perpindahan titik-titik pada lantai- $n$  dalam persamaan (14) dan (15), hubungan antara perpindahan kelompok- $b$  terhadap perpindahan gedung dapat ditulis:

$$\Delta_{\mathbf{FR}} = \mathbf{a} \mathbf{X}_{\mathbf{3D}} \quad (16)$$

dengan:

$$\Delta_{\mathbf{FR}} = \begin{Bmatrix} \Delta_{\mathbf{FR},1} \\ \Delta_{\mathbf{FR},2} \\ \vdots \\ \Delta_{\mathbf{FR},NF} \end{Bmatrix}_{3NTF \times 1}, \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{a}_2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{a}_{NF} \end{bmatrix}_{3NTF \times 3NF}, \quad \mathbf{X}_{\mathbf{3D}} = \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_{\mathbf{3D},1} \\ \mathbf{X}_{\mathbf{3D},2} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{\mathbf{3D},NF} \end{Bmatrix}_{3NF \times 1} \quad \dots \quad (17a-c)$$

dengan  $NTF$ = jumlah titik simpul pada lantai-lantai dan  $NF$  = jumlah lantai.

Dengan memperhatikan transformasi perpindahan pada persamaan (11), keseimbangan statik dapat diperoleh menjadi

$$\mathbf{K}_{\mathbf{3D}} \mathbf{X}_{\mathbf{3D}} = \mathbf{R}_{\mathbf{3D}} \quad (18)$$

dengan

$$\mathbf{K}_{\mathbf{3D}} = \mathbf{a}^T \mathbf{K}_{\mathbf{RR}}^* \mathbf{a} \quad (19)$$

$$\mathbf{R}_{3D} = \mathbf{a}^T \mathbf{R}_{FR}^* \quad (20)$$

Perlu dicatat bahwa ukuran  $\mathbf{K}_{3D}$  dalam persamaan (19) adalah  $3NF \times 3NF$ , dengan  $NF$  = jumlah lantai, dan  $\mathbf{X}_{3D}$  adalah derajat kebebasan yang berkaitan dengan perpindahan lantai gedung.

Penyelesaian hitungan gaya-gaya batang selanjutnya dapat dilakukan sesuai dengan metode kekakuan standar.

## 6. PENGEMBANGAN PROGRAM

Dengan pendekatan masukan dan keluaran, subprogram-subprogram dikembangkan sebagai alat untuk melakukan analisis struktur dengan metode matriks kekakuan. Subprogram yang dikembangkan harus sedemikian sehingga pengguna dapat memahami mengenai kebutuhan masukan dan keluaran yang dihasilkan (Gbr. 4). Masukan tergantung pada keluaran yang diinginkan dalam setiap subprogram. Sedangkan proses hitungan dilakukan oleh program. Langkah hitungan secara keseluruhan dirakit dari gabungan-gabungan subprogram dan ditentukan oleh pengguna. Dengan demikian program secara keseluruhan sangat berguna untuk alat pembelajaran metode matriks kekakuan.



Gbr. 4. Masukan, proses dan keluaran

### 6.1. Matriks Kekakuan Elemen

Matriks kekakuan elemen untuk elemen tiga dimensi (3D) terlentur dapat dinyatakan sebagai berikut ini ( )



$$\alpha_y = \frac{12EI_z}{GA_{sy}L^2}$$

$$\alpha_z = \frac{12EI_y}{GA_{sz}L^2}$$





$$A_{sy} = \frac{A_y}{f_s}$$

$$A_{sz} = \frac{A_z}{f_s}$$

$$\alpha = \frac{12f_sEI}{GAL^2}$$

Nilai  $f_s$  untuk berbagai bentuk tampang dapat dilihat pada Tabel 6.1.

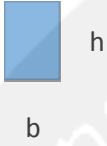

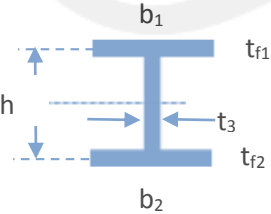
Tabel 6.1. Nilai  $f_s$  untuk berbagai bentuk tampang

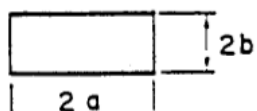
Tampang	$f_s$
 Empat persegi panjang	$f_s = 1.2$
 Lingkaran masif	$f_s = 1.11$
 WF lentur terhadap aksis utama	$f_s = A/A_w$ A= luas total A <sub>w</sub> = luas badan
 WF lentur terhadap aksis minor	$f_s = 1,2 A/A_f$ A = luas total A <sub>f</sub> = luas sayap

--	--

Sedangkan nilai J untuk berbagai bentuk tampang dapat dilihat pada Tabel 6.2.

Tabel 6.2. Nilai J untuk berbagai bentuk tampang

Tampang	J
 <p>Empat persegi panjang</p>	$J = k hb^3$ $k = \frac{1}{3} \left( 1 - 0,63 \frac{b}{h} \left( 1 - \frac{b^4}{12h^4} \right) \right) \text{ (Ghali dan Neville, 1978)}$ $J = cd^3 \left( \frac{16}{3} - 3,36 \frac{d}{c} \left( 1 - \frac{d^4}{12c^4} \right) \right) \text{ (STRU DL)}$ $c = 0,5 b$ $d = 0,5 h$
 <p>Lingkaran massif, jari-jari = r</p>	$J = \frac{\pi r^4}{2}$
	$J = \frac{b_1 t_{f1}^3 + b_2 t_{f2}^3 + h t_3^3}{3} \quad f_s = A/A_w$



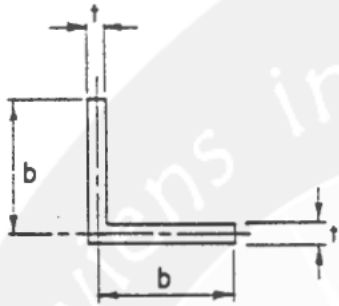
$$I_X = ab^3 \left[ \frac{16}{3} - 3,36 \frac{b}{a} \left( 1 - \frac{b^4}{12a^4} \right) \right]$$

Section

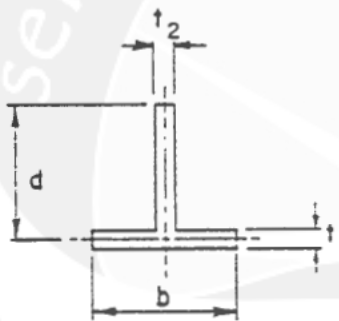
Formulas for IX in  $\theta = \frac{M_x L}{IX G}$

General

$$IX = \sum_i b_i t_i^3 / 3$$

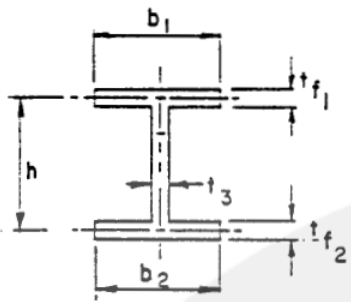


$$IX = \frac{2bt^3}{3}$$



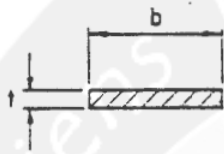
$$IX = \frac{bt_1^3 + dt_2^3}{3}$$

C-2

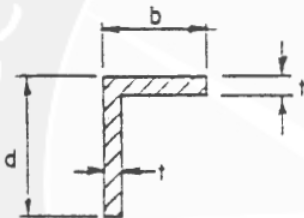


$$IX = \frac{b_1 t_{f1}^3 + b_2 t_{f2}^3 + h t_3^3}{3}$$

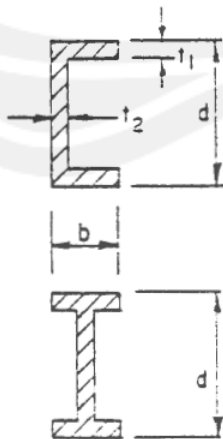
if  $t_{f1} = t_{f2} = t_3$   $IX = \frac{t^3}{3} (b_1 + b_2 + h)$



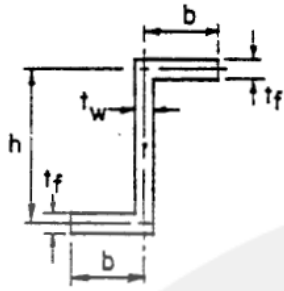
$$IX = \frac{b t^3}{3}$$



$$IX = \frac{(b + d) t^3}{3}$$



$$IX = \frac{2b t_1^3 + d t_2^3}{3}$$

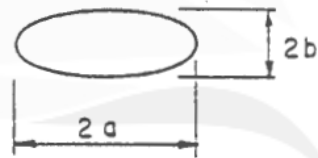


$$IX = \frac{2bt_f^3 + ht_w^3}{3}$$



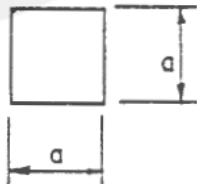
Solid circular

$$IX = \frac{\pi r^4}{2}$$



Solid elliptical

$$IX = \frac{\pi a^3 b^3}{a^2 + b^2}$$

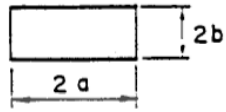


Solid square

$$IX = 0.1406 a^4$$



$$IX = \frac{\alpha r t^3}{3}$$



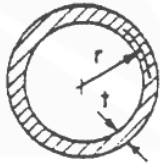
$$IX = ab^3 \left[ \frac{16}{3} - 3.36 \frac{b}{a} \left( 1 - \frac{b^4}{12a^4} \right) \right]$$

Solid rectangle

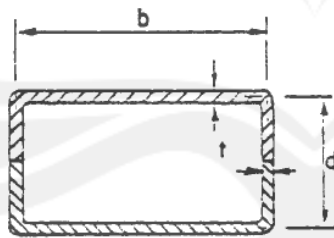


$$IX = \frac{a^4 \cdot \sqrt{3}}{80}$$

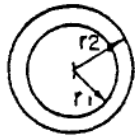
Equilateral triangle



$$IX = 2\pi r^3 t$$

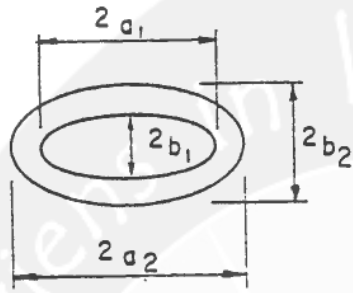


$$IX = \frac{2t b^2 d^2}{b + d}$$



Hollow circle

$$IX = \frac{\pi(r_2^4 - r_1^4)}{2}$$



Hollow ellipse

$$IX = \frac{\pi^3 a_2^3 b_2^3}{a_2^2 + b_2^2} (1 - k^4)$$

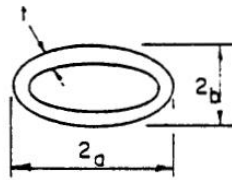
$$\text{where } k = \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$$



Thin walled tube of arbitrary shape

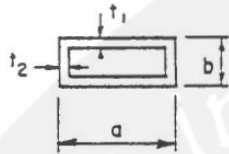
$$IX = \frac{4A_m^2 t}{L}$$

where:  $A_m$  = approximate area within median  
 $L$  = length of median



Thin walled elliptical tube

$$IX = \frac{4\pi^2 t [(a - \frac{1}{2}t)^2 (b - \frac{1}{2}t)^2]}{\pi(a+b-t)[1 + 0.27(a-b)^2/(a+b)^2]}$$

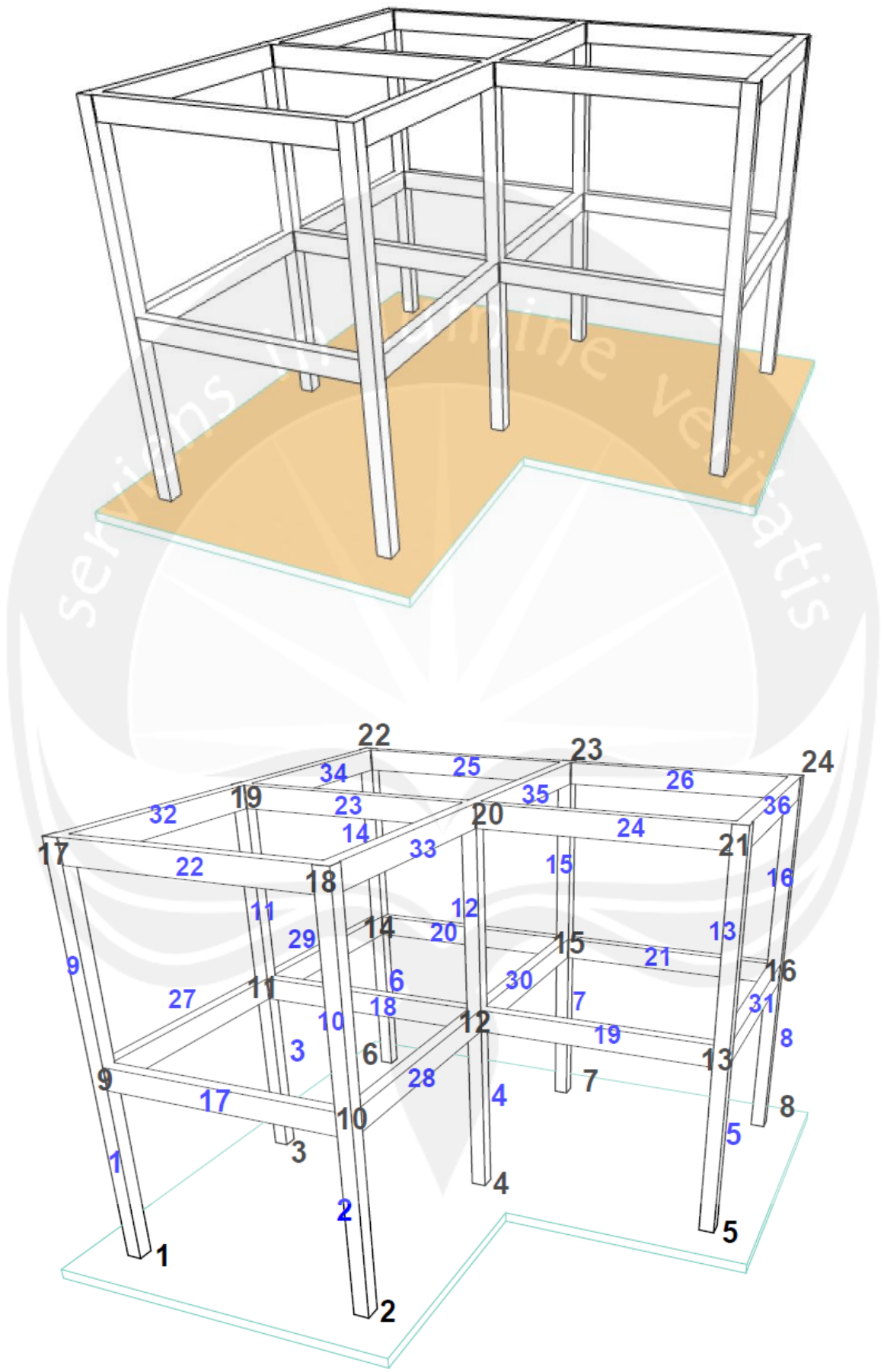


Rectangular tube

$$IX = \frac{2t_1 t_2 (a - t_2)^2 (b - t_1)^2}{at_2 + bt_1 - t_2^2 - t_1^2}$$

## 7. REALIN3D SEBAGAI PROGRAM YANG DIHASILKAN

Dalam penelitian REALIN3D (**REA**ction of **LIN**ear System for **3D** Building) dan bekerja dalam FreeMat telah dibuat. Program terdiri dari beberapa subprogram berisi program-program kecil untuk menyelesaikan suatu hal.



Lantai	Balok	Lokasi	P (kN)			V2 (kN)			V3 (kN)			T (kNm)			M2 (kNm)			M3 (kNm)			
			REALIN3D	ETABS	Selisih (%)	REALIN3D	ETABS	Selisih (%)	REALIN3D	ETABS	Selisih (%)	REALIN3D	ETABS	Selisih (%)	REALIN3D	ETABS	Selisih (%)	REALIN3D	ETABS	Selisih (%)	
Lantai 2	B1	25	0	0	0	10.4058	10.4101	-0.041	0	0	0	-0.0279	0.029	-3.793	0	0	0	30.3122	30.325	-0.042	
		5	0	0	0	-10.4058	10.4101	-0.041	0	0	0	0.0279	0.029	#REF!	0	0	0	21.7168	-21.726	-0.042	
	B2	26	0	0	0	10.4062	10.4105	-0.041	0	0	0	-0.0426	0.044	-3.182	0	0	0	21.7157	21.725	-0.043	
		5	0	0	0	-10.4062	10.4105	-0.041	0	0	0	0.0426	0.044	-3.182	0	0	0	30.3154	-30.328	-0.042	
	B3	23	0	0	0	10.279	10.2783	0.007	0	0	0	-0.056	0.056	0.000	0	0	0	29.7709	29.769	0.006	
		5	0	0	0	-10.279	10.2783	0.007	0	0	0	0.056	0.056	0.000	0	0	0	21.6369	21.6241	0.059	
	B4	24	0	0	0	10.3134	10.3127	0.007	0	0	0	-0.0084	0.009	-6.667	0	0	0	21.680	21.678	0.011	
		5	0	0	0	-10.3134	10.3127	0.007	0	0	0	0.0084	0.009	-6.667	0	0	0	29.8869	-29.885	0.006	
	B5	22	0	0	0	12.5138	12.5066	0.058	0	0	0	-0.1065	0.107	-0.467	0	0	0	31.5418	31.524	0.056	
		5	0	0	0	-12.5138	12.5066	0.058	0	0	0	0.1065	0.107	-0.467	0	0	0	31.0273	-31.009	0.059	
	B6	32	0	0	0	0.0949	0.0993	-4.431	0	0	0	-0.2308	0.232	-0.517	0	0	0	0.2937	0.306	-4.020	
		5	0	0	0	-0.0949	0.0993	-4.431	0	0	0	0.2308	0.232	-0.517	0	0	0	0.1809	-0.19	-4.789	
	B7	34	0	0	0	0.1593	0.1636	-2.628	0	0	0	-0.0539	0.055	-2.000	0	0	0	0.3704	0.379	-2.269	
		5	0	0	0	-0.1593	0.1636	-2.628	0	0	0	0.0539	0.055	-2.000	0	0	0	0.426	-0.438	-2.740	
	B8	33	0	0	0	0.1556	0.1548	0.517	0	0	0	1.0506	-1.05	0.057	0	0	0	0.295	0.293	0.683	
		5	0	0	0	-0.1556	0.1548	0.517	0	0	0	-1.0506	-1.05	0.057	0	0	0	0.4828	-0.481	0.374	
	B9	35	0	0	0	-0.1205	-0.1212	-0.578	0	0	0	0.0214	-0.021	1.905	0	0	0	-0.4126	-0.414	-0.338	
		5	0	0	0	0.1205	-0.1212	-0.578	0	0	0	-0.0214	-0.021	1.905	0	0	0	-0.1897	0.192	-1.198	
	B10	36	0	0	0	-0.2871	-0.2943	-2.446	0	0	0	-0.0446	0.046	-3.043	0	0	0	-0.7273	-0.745	-2.376	
		5	0	0	0	0.2871	-0.2943	-2.446	0	0	0	0.0446	0.046	-3.043	0	0	0	-0.7083	0.726	-2.438	
	Lantai 1	B1	20	0	0	0	-24.4958	24.506	-0.042	0	0	0	-0.108	0.111	-2.703	0	0	0	-71.2082	71.238	-0.042
			5	0	0	0	24.4958	24.506	-0.042	0	0	0	0.108	0.111	-2.703	0	0	0	-51.2706	-51.292	-0.042
		B2	21	0	0	0	-24.5	24.5103	-0.042	0	0	0	-0.1038	0.106	-2.075	0	0	0	-51.2767	51.298	-0.042
			5	0	0	0	24.5	24.5103	-0.042	0	0	0	0.1038	0.106	-2.075	0	0	0	-71.2231	-71.253	-0.042
		B3	18	0	0	0	-24.0643	24.0625	0.007	0	0	0	-0.0728	0.074	-1.622	0	0	0	-69.5565	69.552	0.006
			5	0	0	0	24.0643	24.0625	0.007	0	0	0	0.0728	0.074	-1.622	0	0	0	-50.7649	-50.761	0.008
		B4	19	0	0	0	-24.1677	24.1661	0.007	0	0	0	-0.0852	0.088	-3.182	0	0	0	-50.9328	50.929	0.007
			5	0	0	0	24.1677	24.1661	0.007	0	0	0	0.0852	0.088	-3.182	0	0	0	-69.9055	-69.902	0.005
		B5	17	0	0	0	-29.3495	29.3324	0.058	0	0	0	-0.1499	0.152	-1.382	0	0	0	-73.9504	73.908	0.057
			5	0	0	0	29.3495	29.3324	0.058	0	0	0	0.1499	0.152	-1.382	0	0	0	-72.797	-72.754	0.059
		B6	27	0	0	0	-0.4088	0.4191	-2.458	0	0	0	-0.6544	0.657	-0.396	0	0	0	-1.2041	1.234	-2.423
			5	0	0	0	0.4088	0.4191	-2.458	0	0	0	0.6544	0.657	-0.396	0	0	0	-0.8401	-0.862	-2.541
		B7	29	0	0	0	-0.4628	0.4731	-2.177	0	0	0	-0.1567	0.159	-1.447	0	0	0	-0.9942	1.016	-2.146
			5	0	0	0	0.4628	0.4731	-2.177	0	0	0	0.1567	0.159	-1.447	0	0	0	-1.3199	-1.349	-2.157
		B8	28	0	0	0	-0.117	0.1154	1.386	0	0	0	2.3069	-2.305	0.082	0	0	0	-0.2449	0.241	1.618
			5	0	0	0	0.117	0.1154	1.386	0	0	0	-2.3069	-2.305	0.082	0	0	0	-0.34	-0.336	1.190
B9		30	0	0	0	0.1599	-0.1617	-1.113	0	0	0	0.0357	-0.035	2.000	0	0	0	0.4576	-0.462	-0.952	
		5	0	0	0	-0.1599	-0.1617	-1.113	0	0	0	-0.0357	-0.035	2.000	0	0	0	0.342	0.347	-1.441	
B10		0	0	0	0	0.8096	-0.8266	-2.057	0	0	0	-0.1278	0.13	-1.692	0	0	0	2.0263	-2.069	-2.064	
		5	0	0	0	-0.8096	-0.8266	-2.057	0	0	0	0.1278	0.13	-1.692	0	0	0	2.0214	2.064	-2.064	

Tingkat	Kolom	Lokasi	P (kN)			V2 (kN)			V3 (kN)			T (kNm)			M2 (kNm)			M3 (kNm)				
			REALIN3D	ETABS	Selisih (%)	REALIN3D	ETABS	Selisih (%)	REALIN3D	ETABS	Selisih (%)	REALIN3D	ETABS	Selisih (%)	REALIN3D	ETABS	Selisih (%)	REALIN3D	ETABS	Selisih (%)		
Tingkat 2	C1	14	0	-10.2465	10.2465	0.000	-10.8948	10.8997	-0.045	-0.1536	0.1585	-3.091	0.1152	-0.118	-2.373	0.3142	0.325	-3.323	-24.1079	24.119	-0.046	
			5	10.2465	10.2465	0.000	10.8948	10.8997	-0.045	0.1536	0.1585	-3.091	-0.1152	-0.118	-2.373	0.4539	-0.467	-2.805	-30.3661	-30.38	-0.046	
	C2	15	0	-0.1209	0.1217	-0.657	16.9194	16.9266	-0.043	-0.064	-0.0648	-1.235	0.1152	-0.118	-2.373	0.1451	-0.147	-1.293	41.1857	41.203	-0.042	
			5	0.1209	0.1217	-0.657	-16.9194	16.9266	-0.043	0.064	-0.0648	-1.235	-0.1152	-0.118	-2.373	0.175	0.177	-1.130	43.4111	-43.43	-0.044	
	C3	16	0	10.1191	-10.116	0.029	10.892	10.8969	-0.045	-0.2685	-0.2754	-2.505	0.1152	-0.118	-2.373	0.5914	-0.607	-2.570	24.1001	24.111	-0.045	
			5	-10.1191	-10.116	0.029	-10.892	10.8969	-0.045	0.2685	-0.2754	-2.505	-0.1152	-0.118	-2.373	0.7509	0.77	-2.481	30.36	-30.373	-0.043	
	C4	11	0	-10.3434	10.3426	0.008	-10.7711	10.7702	0.008	-0.2342	0.2414	-2.983	0.1152	-0.118	-2.373	0.5635	0.581	-3.012	-23.9074	23.906	0.006	
			5	10.3434	10.3426	0.008	10.7711	10.7702	0.008	0.2342	0.2414	-2.983	-0.1152	-0.118	-2.373	0.6073	-0.626	-2.987	-29.9479	-29.946	0.006	
	C5	12	0	0.2416	-0.2416	0.000	16.4589	16.4578	0.007	0.0074	0.0063	17.460	0.1152	-0.118	-2.373	-0.0145	0.012	20.833	40.0195	40.017	0.006	
			5	-0.2416	-0.2416	0.000	-16.4589	16.4578	0.007	-0.0074	0.0063	17.460	-0.1152	-0.118	-2.373	-0.0227	-0.02	13.500	42.2752	-42.272	0.008	
	C6	13	0	10.6005	-10.607	-0.061	10.7202	10.7191	0.010	-0.2634	-0.2704	-2.589	0.1152	-0.118	-2.373	0.5813	-0.597	-2.630	23.7587	23.756	0.011	
			5	-10.6005	-10.607	-0.061	-10.7202	10.7191	0.010	0.2634	-0.2704	-2.589	-0.1152	-0.118	-2.373	0.7357	0.755	-2.556	29.8423	-29.839	0.011	
	C7	9	0	-12.6088	12.6059	0.023	-11.4957	11.4887	0.061	-0.1335	0.1383	-3.471	0.1152	-0.118	-2.373	0.2672	0.278	-3.885	-26.1676	26.152	0.060	
			5	12.6088	12.6059	0.023	11.4957	11.4887	0.061	0.1335	0.1383	-3.471	-0.1152	-0.118	-2.373	0.4002	-0.414	-3.333	-31.311	-31.292	0.061	
	C8	10	0	12.3583	-12.352	2.081	11.8479	11.8409	-2.915	0.0672	0.0661	101.967	0.1152	-0.118	-2.373	-0.1474	0.145	1.655	27.1617	27.146	0.058	
			5	-12.3583	-12.352	0.053	-11.8479	11.8409	0.059	-0.0672	0.0661	1.664	-0.1152	-0.118	-2.373	-0.1885	-0.186	1.344	32.0779	-32.059	0.059	
	Tingkat 1	C1	6	0	-34.2795	34.2795	0.000	-21.1176	21.127	-0.044	-0.4852	0.4946	-1.901	0.2098	-0.214	-1.963	1.3125	1.338	-1.906	-58.3308	58.357	-0.045
				5	34.2795	34.2795	0.000	21.1176	21.127	-0.044	0.4852	0.4946	-1.901	-0.2098	-0.214	-1.963	1.1137	-1.135	-1.877	-47.2571	-47.278	-0.044
		C2	7	0	-0.285	0.2876	-0.904	25.3273	25.3384	-0.044	-0.0865	-0.0879	-1.593	0.2098	-0.214	-1.963	0.2312	-0.235	-1.617	65.3107	65.339	-0.043
				5	0.285	0.2876	-0.904	-25.3273	25.3384	-0.044	0.0865	-0.0879	-1.593	-0.2098	-0.214	-1.963	0.2011	0.204	-1.422	61.3258	-61.353	-0.044
		C3	8	0	33.8095	-33.8	0.028	21.1157	21.1251	-0.044	-0.6635	-0.6761	-1.864	0.2098	-0.214	-1.963	1.7837	-1.818	-1.887	58.3277	58.353	-0.043
				5	-33.8095	-33.8	0.028	-21.1157	21.1251	-0.044	0.6635	-0.6761	-1.864	-0.2098	-0.214	-1.963	1.5338	1.563	-1.868	47.2508	-47.272	-0.045
		C4	3	0	-34.4616	34.459	0.008	-20.6071	20.6057	0.007	-0.554	0.5651	-1.964	0.2098	-0.214	-1.963	1.4265	1.455	-1.959	-56.8887	56.885	0.007
				5	34.4616	34.459	0.008	20.6071	20.6057	0.007	0.554	0.5651	-1.964	-0.2098	-0.214	-1.963	1.3436	-1.37	-1.927	-46.1468	-46.144	0.006
C5		4	0	0.4151	-0.4151	0.000	24.5748	24.5732	0.007	-0.0621	-0.0637	-2.512	0.2098	-0.214	-1.963	0.1907	-0.195	-2.205	63.4673	63.463	0.007	
			5	-0.4151	-0.4151	0.000	-24.5748	24.5732	0.007	0.0621	-0.0637	-2.512	-0.2098	-0.214	-1.963	0.1196	0.123	-2.764	59.4069	-59.403	0.007	
C6		5	0	35.5778	-35.6	-0.062	20.5689	20.5673	0.008	-0.6625	-0.6751	-1.866	0.2098	-0.214	-1.963	1.782	-1.816	-1.872	56.8253	56.821	0.008	
			5	-35.5778	-35.6	-0.062	-20.5689	20.5673	0.008	0.6625	-0.6751	-1.866	-0.2098	-0.214	-1.963	1.5303	1.559	-1.841	46.019	-46.015	0.009	
C7		1	0	-42.3671	42.3575	0.023	-20.7225	20.7099	0.061	-0.4772	0.4866	-1.932	0.2098	-0.214	-1.963	1.2991	1.325	-1.955	-56.4843	56.45	0.061	
			5	42.3671	42.3575	0.023	20.7225	20.7099	0.061	0.4772	0.4866	-1.932	-0.2098	-0.214	-1.963	1.0867	-1.108	-1.922	-47.1284	-47.099	0.062	
C8		2	0	41.5908	-41.569	0.053	20.9661	20.9535	0.060	-0.042	-0.0435	-3.448	0.2098	-0.214	-1.963	0.1574	-0.162	-2.840	56.8881	56.854	0.060	
			5	-41.5908	-41.569	0.053	-20.9661	20.9535	0.060	0.042	-0.0435	-3.448	-0.2098	-0.214	-1.963	0.0524	0.056	-6.429	47.9423	-47.913	0.061	

## 8. RENCANA ANGGARAN

Rencana anggaran adalah sebagai berikut:

No	Uraian	Jumlah	Harga satuan	Total Anggaran Biaya
1	Pustaka pemrograman (hardcopy/web/print)	4	500,000.00	2,000,000.00
2	Kertas	4 rim	28,000.00	74,000.00
3	Toner printer	2	250,000.00	500,000.00

4	Fotokopi laporan	lumpsum	500,000.00	500,000.00
5	Jilid	5	9,000.00	45,000.00
6	Honor	6	450,000.00	2,700,000.00
7	Penyimpanan data dan program	lumpsum		1,500,000.00
	TOTAL			7,319,000.00

Anggaran beaya Rp 7.319.000,00 (tujuh juta tiga ratus sembilan belas ribu rupiah)

## 9. WAKTU PELAKSANAAN

Waktu pelaksanaan penelitian ini adalah 6 (enam) bulan.

## PUSTAKA

- Arfiadi, Y. (1997). *“Pengembangan program bantu simbolik untuk analisis struktur dengan menggunakan Matlab”*, Laporan Penelitian, Program Studi Teknik Sipil, Fakultas Teknik, Universitas Atma Jaya Yogyakarta.
- Arfiadi, Y. (2000). *Passive and active control mechanisms for seismically excited buildings*. Disertasi S3, University of Wollongong
- Arfiadi, Y. (2003). *Program bantu untuk pengajaran dan pemahaman metoda matriks kekakuan bagi mahasiswa teknik, Lokakarya Sekitar Mekanika Rekayasa, Departemen Teknik Sipil, Fakultas Teknik Sipil dan Perencanaan, Institut Teknologi Bandung, 21 Agustus.*
- Arfiadi, Y and Hadi, MNS (2002). *“Development of Matrix Method Based Structural Analysis Toolbox in Matlab”*, *Proceedings of The Sixth International Conference on Computational Structures Technology*, BHv Topping and Z. Bitmar (editors), Civil Comp Press, Stirling, Scotland.
- Arfiadi, Y. (2013). *“Laporan Penelitian: Pengembangan Program Bantu Realin untuk Pembelajaran Metode Matriks Kekakuan dengan FREEMAT”*. Yogyakarta: Universitas Atma Jaya Yogyakarta.
- Balfour, J.A.D. (1986). *Computer Analysis of Structural Frameworks*. Collin, London.
- Basu, S. (2011). *FreeMat v4.1 documentation*. <http://freemat.sf.net/FreeMat-4.1.pdf>, diakses 3 April 2013
- Bathe, K.J. *“Finite Element Procedures in Engineering Analysis”* Prentice-Hall, Inc., NJ, 1986.
- Ferreira, A.J.M. (2009). *Matlab codes for finite element analysis*. Sprnger, Berlin.
- Freemat (2013). [www.freemat.org](http://www.freemat.org), diakses 3 April 2013

- Humar, J. L. and Khandoker, J. U. (1980). "A computer program for three dimensional analysis of buildings." *Computer and Structures*, Vol. 11, 369-387.
- Kan, C. L. and Chopra, A. K. (1977). "Elastic earthquake analysis of torsionally coupled multistorey buildings." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 5, 395-
- Kanok-Nukulchai, W. (1993). "AIT1993". Asian Institute of Technology, Bangkok.
- Kassimali, A. (2012). *Matrix analysis of structures*. Cengage Learning, Satmford, USA.
- Krishnamoorthy, C.S (1987). "*Finite Element Analysis*", Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited. New Delhi.
- Shim, J.S. (1980). "*Development of a Symbolic Manipulation Program*." *M.Eng. thesis*. Asian Institute of Technology. Bangkok.
- Thambiratnam, D. P. and Irvine, H. M. (1989). "Microcomputer analysis of torsionally coupled multistorey buildings – I shear beam model." *Computer and Structures*, Vol.
- Weaver, W., Jr. and Gere, J. M. (1980). *Matrix analysis of frame structures*. Van Nostrand Reinhold, N. Y.
- Weaver, W., Jr. and Johnston, P. L. (1987). *Structural dynamics by finite elements*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J.
- Weaver, W., Jr. and Nelson, M. F. (1966). "Three-dimensional analysis of tier buildings." *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 92, No. ST6, 382-404.
- Weaver, W., Jr., Nelson, M. F. and Maning, T. A. (1968). "Dynamics of tier buildings." *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 94, No. EM6, 1455-1474.
- Wilson, E.L. (1976). CAL-A Computer Analysis Language for teaching structural analysis. *Computers and Structures*, Vol.10.
- Wilson, E.L. (1986). "*CAL86: Computer Assisted Learning of Structural Analysis and the CAL/SAP Development System*." Report no. UCB/SESM-86/05. Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, California.
- Wilson, E. L., Dovey, H. H. and Habibullah, A. (1980). *Three-dimensional analysis of building systems TABS 80 volume 1 theoretical manual*. Computer/Structures International.
- Wilson, E. L., Holling, J. P. and Dovey, H., H (1975). *Three dimensional analysis of building system (extended version)*. Report no EERC 75-12,

EarthquakeEngineeringResearchCenter, College of Engineering, University of California, Berkeley, California.

