

## BAB 3

### DASAR TEORI

#### 3.1. Perawatan

Secara garis besar istilah perawatan/*maintenance* berarti suatu konsepsi dari semua aktivitas yang diperlukan untuk menjaga atau mempertahankan kualitas peralatan agar tetap dapat berfungsi dengan baik seperti dalam kondisi sebelumnya (Supandi, 2005). Dari pengertian tersebut di atas maka dapat dikatakan bahwa :

- a. Fungsi perawatan sangat berhubungan erat dengan proses produksi.
- b. Peralatan yang dapat digunakan terus untuk berproduksi adalah hasil adanya perawatan.
- c. Aktivitas perawatan banyak berhubungan erat dengan pemakaian peralatan, bahan pekerjaan, cara penanganan dan lain-lain.
- d. Aktivitas perawatan harus dikontrol berdasarkan pada kondisi yang terjaga.

Pekerjaan perawatan adalah untuk melakukan perbaikan yang bersifat kualitas, meningkatkan suatu kondisi ke kondisi lain yang lebih baik. Frekuensi atau banyaknya pekerjaan perawatan yang dilakukan tergantung pada :

- a. Batas kualitas terendah yang diijinkan dari suatu komponen, sedangkan batas kualitas yang lebih tinggi dapat dicapai dari hasil pekerjaan perawatan.

b. Waktu pemakaian atau lamanya operasi yang menyebabkan berkurangnya kualitas peralatan.

Tujuan perawatan yang utama dapat didefinisikan dengan jelas sebagai berikut :

- a. Memperpanjang usia kegunaan aset (yaitu setiap bagian dari suatu tempat kerja, bangunan dan isinya). Hal ini terutama penting untuk di negara berkembang karena kurangnya sumber daya modal untuk penggantian. Di negara-negara maju kadang-kadang lebih menguntungkan untuk "mengganti" daripada "merawat".
- b. Menjamin ketersediaan optimum peralatan yang dipasang untuk produksi (atau jasa) dan mendapatkan laba investasi (*return of investment*) maksimum yang mungkin.
- c. Menjamin kesiapan operasional dari seluruh peralatan yang diperlukan dalam keadaan darurat setiap waktu, misalnya unit cadangan, unit pemadam kebakaran, dan penyelamat, dan sebagainya.
- d. Membantu menciptakan kondisi kerja yang aman, baik untuk bagian operasi maupun personil perawatan lainnya dengan menetapkan dan menjaga standar perawatan yang benar.
- e. Untuk mencapai tingkat biaya perawatan serendah mungkin, dengan melaksanakan kegiatan perawatan secara efektif dan efisien keseluruhannya.

### 3.2. Manajemen Perawatan

Manajemen perawatan yaitu pengorganisasian operasi perawatan untuk memberikan pandangan umum mengenai perawatan fasilitas industri (Supandi, 2005). Penerapan metode manajemen perawatan ini merupakan suatu pekerjaan yang perlu dipertimbangkan secara sungguh-sungguh, baik dalam mengatur semua perlengkapan, peralatan, material, tenaga kerja, tehnik atau tata cara yang diterapkan serta waktu pelaksanaan perawatan.

Besar kecilnya bagian perawatan ini tergantung pada besar kecil perusahaan tersebut dan otomatis tidaknya mesin-mesin yang digunakan. Perusahaan besar mempunyai tenaga kerja yang besar dibagian perawatannya dan mempunyai struktur organisasi yang kompleks dari pada perusahaan yang lebih kecil. Perusahaan kecil mungkin hanya mempunyai satu, dua, atau beberapa orang saja pada bagian perawatan.

Ada 2 prinsip dalam system manajemen perawatan (Gasperz, 1992), yaitu :

- a. Menekan atau memperpendek periode kerusakan (*breakdown period*) sampai batas minimum dengan mempertimbangkan aspek ekonomi.
- b. Menghindari kerusakan yang tidak terencana (*unplanned breakdown*).

Peranan manajemen perawatan dalam suatu perusahaan terkadang kurang diperhatikan. hal ini disebabkan adanya permintaan jumlah produksi yang cukup besar dalam jangka waktu yang telah ditentukan. Sehingga mengakibatkan produksi terus menerus berjalan tanpa memperhatikan

kondisi mesin yang ada. Perawatan baru diingat setelah mesin-mesin mengalami kerusakan dan tidak dapat berjalan secara normal bahkan berhenti sama sekali. Manajemen perawatan harus dapat menjamin bahwa selama proses produksi berlangsung, kemacetan-kemacetan yang diakibatkan oleh mesin atau fasilitas produksi tidak akan terjadi.

### **3.3. Bentuk-bentuk Perawatan**

#### **3.3.1. Perawatan preventif (*Preventive Maintenance*)**

Perawatan Preventif adalah kegiatan pemeliharaan dan perawatan yang dilakukan untuk mencegah terjadinya kerusakan-kerusakan yang tidak terduga dan menemukan kondisi atau keadaan yang dapat menyebabkan fasilitas produksi mengalami kerusakan pada waktu digunakan dalam proses produksi. Atau dengan kata lain perawatan preventif adalah cara perawatan yang direncanakan untuk pencegahan atau preventif.

Perawatan preventif dimaksudkan juga untuk mengefektifkan pekerjaan inspeksi, perbaikan kecil, pelumasan dan penyetelan sehingga peralatan atau mesin-mesin selama beroperasi dapat terhindar dari kerusakan. Perawatan preventif dilakukan sejak awal sebelum terjadi kerusakan.

Dengan demikian semua fasilitas produksi yang mendapatkan *preventive maintenance* akan terjamin kelancaran kerjanya dan selalu diusahakan dalam kondisi atau keadaan yang siap dipergunakan untuk setiap operasi atau proses produksi pada setiap saat. Sehingga dapatlah

dimungkinkan pembuatan suatu rencana dan jadwal pemeliharaan dan perawatan yang sangat cermat dan rencana produksi yang lebih tepat. Perawatan preventif ini sangat penting karena kegunaannya yang sangat efektif di dalam menghadapi fasilitas-fasilitas produksi yang termasuk dalam golongan "critical unit". Sebuah fasilitas atau peralatan produksi akan termasuk dalam golongan "critical unit", apabila :

- a. kerusakan fasilitas / peralatan akan membahayakan kesehatan atau keselamatan para pekerja.
- b. kerusakan fasilitas ini akan mempengaruhi kualitas dari produk yang dihasilkan.
- c. kerusakan fasilitas tersebut akan menyebabkan kemacetan seluruh proses produksi.
- d. modal yang ditanamkan dalam fasilitas tersebut atau harga dari fasilitas ini adalah cukup besar atau mahal.

Konsep perawatan preventif yang diterapkan pada unit-unit krisis memerlukan prinsip-prinsip dasar teknik yang menunjang, memberikan penekanan dengan system perawatan secara khusus untuk mengurangi kemacetan pada unit-unit krisis tersebut. Gagasan dibutuhkannya program perawatan preventif adalah adanya penggolongan unit-unit perlengkapan dan perlunya pengawasan terhadap unit yang harus teliti serta hati-hati. Namun demikian, program perawatan preventif sebaiknya diterapkan pada semua perlengkapan secara umum, karena dianggap lebih ekonomis daripada harus membiayai pekerjaan perbaikan atau penggantian yang sangat mahal.

Apabila perawatan preventif dilakukan pada fasilitas-fasilitas atau peralatan yang termasuk dalam "critical unit", maka tugas-tugas *maintenance* dapatlah dilakukan dengan suatu perencanaan yang intensif untuk unit yang bersangkutan, sehingga rencana produksi dapat dicapai dengan jumlah hasil produksi yang lebih besar dalam waktu yang relatif lebih singkat.

Dalam prakteknya perawatan preventif yang dilakukan oleh suatu perusahaan pabrik dapat dibedakan atas :

a. *Routine Maintenance*

*Routine maintenance* adalah kegiatan pemeliharaan dan perawatan yang dilakukan secara rutin misalnya tiap hari. Sebagai contoh adalah : pembersihan fasilitas / peralatan, pelumasan (*lubrication*) atau pengecekan oli, serta pengecekan isi bahan bakarnya dan mungkin termasuk pemanasan (*warming up*) daripada mesin-mesin selama beberapa menit sebelum dipakai berproduksi sepanjang hari.

b. *Periodic Maintenance*

*Periodic maintenance* adalah kegiatan pemeliharaan dan perawatan yang dilakukan secara periodik atau dalam jangka waktu tertentu, misalnya setiap satu minggu sekali, lalu meningkat setiap satu bulan sekali dan akhirnya setiap satu tahun sekali. *Periodic maintenance* dapat dilakukan pula dengan memakai lamanya jam kerja mesin atau fasilitas produksi tersebut sebagai jadwal kegiatan, misalnya setiap seratus jam kerja mesin sekali, lalu meningkat setiap lima ratus jam kerja sekali dan seterusnya. Jadi sifat kegiatan *maintenance* ini tetap

secara periodik atau berkala. Kegiatan *periodic maintenance* ini jauh lebih berat daripada kegiatan *routine maintenance*. Sebagai contoh kegiatan *periodic maintenance* adalah pembongkaran *carburetor* ataupun pembongkaran alat-alat di bagian sistem aliran bensin, penyetelan katup-katup pemasukan dan pembuangan silinder mesin dan pembongkaran mesin / fasilitas tersebut untuk penggantian pelor roda (*bearing*), serta *service* dan *overhaul* besar maupun kecil.

### **3.3.2. Perawatan Korektif (*Corrective Maintenance*)**

Perawatan korektif ini adalah pekerjaan perawatan yang dilakukan untuk memperbaiki dan meningkatkan kondisi fasilitas sehingga mencapai standar yang dapat diterima. Perawatan korektif termasuk dalam cara perawatan yang direncanakan untuk perbaikan.

Dalam perawatan korektif ini dapat mengadakan peningkatan-peningkatan sedemikian rupa, seperti melakukan perubahan atau modifikasi rancangan peralatan agar lebih baik. Menghilangkan problema yang merugikan untuk mencapai kondisi operasi yang lebih ekonomis.

Perawatan korektif ini juga merupakan studi dalam menentukan tindakan yang diperlukan untuk mengatasi kerusakan-kerusakan atau kemacetan yang terjadi berulang kali. Prosedur ini diterapkan pada peralatan atau mesin yang sewaktu-waktu dapat terjadi rusak. Dalam kaitan ini perlu dipelajari penyebab-penyebabnya, perbaikan apa yang dapat dilakukan, dan bagaimanakah tindakan selanjutnya untuk mencegah agar kerusakan tidak terulang lagi. Pada

umumnya usaha untuk mengatasi kerusakan itu dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut :

- a. Merubah proses.
- b. Merancang kembali komponen yang gagal.
- c. Mengganti dengan komponen baru atau yang lebih baik.
- d. Meningkatkan prosedur perawatan preventif. Sebagai contoh, melakukan pelumasan sesuai ketentuannya.
- e. Meninjau kembali dan merubah system pengoperasian mesin. Misalnya dengan merubah beban unit, atau melatih operator dengan sistem operasi yang lebih baik, terutama pada unit-unit khusus.

### **3.3.3. Perawatan Berjalan (*Running Maintenance*)**

Pekerjaan perawatan yang dilakukan pada saat fasilitas atau peralatan dalam keadaan bekerja. Perawatan berjalan ini termasuk cara perawatan yang direncanakan untuk diterapkan pada peralatan dalam keadaan operasi.

Perawatan dalam kondisi berjalan diterapkan pada mesin-mesin yang harus beroperasi terus dalam melayani proses produksi. Kegiatan perawatan dilakukan dengan jalan *monitoring* secara aktif. Diharapkan hasil dari perbaikan yang dilakukan secara cepat dan terencana ini dapat menjamin kondisi operasi produksi tanpa adanya gangguan yang mengakibatkan kerusakan.

### **3.3.4. Perawatan Prediktif (*Predictive Maintenance*)**

Perawatan prediktif ini dilakukan untuk mengetahui terjadinya perubahan atau kelainan dalam kondisi fisik maupun fungsi dari sistem peralatan. Biasanya perawatan



prediktif dilakukan dengan bantuan pancaindera atau dengan alat-alat monitor yang canggih.

Teknik-teknik dan alat bantu yang dipakai dalam memonitor kondisi ini adalah untuk efisiensi kerja agar kelainan yang terjadi dapat diketahui dengan cepat dan tepat. Perawatan dengan system monitoring sangat penting dilakukan untuk mendapatkan hasil yang realistis tanpa melakukan pembongkaran total untuk menganalisisnya.

### **3.3.5. Perawatan setelah terjadi kerusakan (*Breakdown Maintenance*)**

Cara perawatan yang direncanakan untuk memperbaiki kerusakan. Pekerjaan perawatan ini dilakukan setelah terjadi kerusakan, dan untuk memperbaikinya harus disiapkan suku cadang, material, alat-alat, dan tenaga kerjanya.

Beberapa peralatan pabrik yang beroperasi pada unit tersendiri atau terpisah dari proses pembuatan, tidak akan langsung mempengaruhi seluruh proses produksi apabila terjadi kerusakan. Untuk peralatan tersebut tidak perlu diadakan perawatan, karena biaya perawatan lebih besar daripada biaya kerusakannya. Dalam kondisi khusus ini peralatan dibiarkan beroperasi sampai terjadi kerusakan, sehingga waktu untuk produksi tidak berkurang.

Penerapan sistem perawatan ini dilakukan pada mesin-mesin industri yang ringan, apabila terjadi kerusakan dapat diperbaiki dengan cepat.

### 3.3.6. Perawatan darurat (*Emergency Maintenance*)

Pekerjaan perbaikan yang segera dilakukan karena terjadi kemacetan atau kerusakan yang tak terduga. Perawatan darurat ini termasuk cara perawatan yang tidak direncanakan (*unplanned emergency maintenance*).

### 3.4. Kontrak Perawatan (*Service Contract*)

Apakah yang dimaksud dengan *service contract*?

a. Kontrak perawatan bukan merupakan sebuah "*warranty*".

*Warranty* bebas dari ongkos (*charge*), tapi untuk kontrak perawatan (*service contract*) kita harus membayar ekstra untuk kontrak tersebut.

b. Kontrak perawatan juga bukan merupakan sebuah "*insurance policy*".

*Service contract* atau kontrak perawatan adalah kontrak yang ditawarkan oleh *retailer* untuk perawatan maupun perbaikan sebuah produk di luar garansi manufaktur produk tersebut, atau tambahan layanan perawatan setelah masa garansi suatu produk habis. Kontrak perawatan juga merupakan sebuah perjanjian untuk menjalankan atau membayar perbaikan atau *service* tertentu. Kontrak perawatan sering disebut dengan "*extended warranty*", tetapi kontrak perawatan bukan sebuah *warranty*.

Kontrak perawatan merupakan pilihan bagi konsumen yang sifatnya tidak mengikat dalam proses jual beli produk dengan tambahan biaya yang harus dibayar oleh konsumen. Biasanya konsumen membayar dimuka untuk periode waktu kontrak perawatan yang telah disepakati bersama. Proses kontrak perawatan dapat dilakukan pada saat

pembelian produk, pada saat masa garansi (*base warranty*) masih berlaku, atau pada saat garansi berakhir. Waktu kontrak perawatan yang dipilih sangat mempengaruhi model ongkosnya.

Kontrak perawatan menyediakan perbaikan dan atau perawatan untuk periode waktu yang spesifik. Apabila *warranty* (garansi) sudah termasuk dalam harga produk, berbeda dengan kontrak perawatan, harus membayar biaya ekstra dan dijual secara terpisah.

Kontrak perawatan hanya mencakup *part* tertentu dari produk atau perbaikan spesifik. Kontrak perawatan tidak mencakup perbaikan hasil dari kesalahan pemakaian atau kerusakan untuk mempertahankan produk sepatutnya. Kontrak perawatan adalah sebuah kontrak yang secara langsung bersifat mengikat untuk waktu tertentu. Keuntungan yang diperoleh dari kontrak perawatan antara lain :

- a. Terhindar dari biaya perbaikan dan perawatan yang tidak terduga.
- b. Memberikan kemudahan perawatan dan perbaikan yang terencana.
- c. Kondisi kendaraan selalu siap pakai.
- d. Tidak perlu investasi peralatan, mekanik, dll.
- e. Masalah lebih cepat teratasi, karena adanya ketersediaan suku cadang.

### **3.5. Ongkos Kontrak Perawatan (*Service Contract*)**

Kegagalan item dalam periode kontrak perawatan akan mengakibatkan klaim, sehingga produsen akan mengeluarkan ongkos untuk pelayanan. Setiap klaim akan mengakibatkan

tambahan biaya yang harus dikeluarkan oleh pihak yang bertanggung jawab. Biaya kontrak perawatan meliputi:

- a. Biaya administrasi
- b. Biaya transportasi
- c. Biaya perbaikan/penggantian yang terdiri dari biaya material dan biaya tenaga kerja
- d. Biaya penanganan dari pengecer
- e. Biaya inventori *spare part*

Besarnya biaya pelayanan kontrak perawatan merupakan jumlah dari semua biaya-biaya tersebut di atas sepanjang periode yang dijanjikan. Total biaya tergantung pada jumlah klaim/kegagalan dalam periode kontrak perawatan dan biaya pelayanan setiap kegagalan. Karena jumlah kegagalan sepanjang periode kontrak perawatan tidak tentu, karena kegagalan terjadi secara random, maka total biaya pelayanan kontrak perawatan per item adalah sebuah variabel acak.

### **3.6. Mekanisme Pemodelan Kerusakan**

Model untuk mekanisme kerusakan dapat dikelompokkan menjadi dua, yaitu model *black box* dan model *white box*. Pada model *black box*, sistem hanya dicirikan oleh dua status, yaitu berfungsi atau gagal berfungsi dimana mekanisme perpindahan dari suatu status ke status lain tidak dimodelkan secara eksplisit. Sedangkan pada model *white box*, proses perpindahan digambarkan secara rinci dari suatu status ke status lainnya.

### 3.7. Laju Kerusakan (*Failure Rate*)

Rusak (*failure*) didefinisikan sebagai kejadian dimana item atau part dari item tidak dapat berlaku seperti yang dipersyaratkan. Sedangkan item merupakan suatu istilah non spesifik yang digunakan untuk menunjukkan produk, meliputi sistem, material, part, sub assembly, set, accessory, dan lain-lain. Kerusakan random (*random failure*) adalah kerusakan yang kejadiannya dapat diprediksi secara probabilistik atau statistik.

Andaikan  $X$  menunjukkan waktu hidup (*lifetime*) dari sistem atau suatu item yang mengalami kerusakan random, maka  $X$  merupakan suatu variabel random. Distribusi *life time* sampai rusak diberikan oleh:

$$F(t) = P\{X \leq t\} \quad ; t \geq 0 \quad (3.1)$$

Probabilitas *survival* dari diberikan oleh:

$$\bar{F}(t) = 1 - F(t) = P\{X > t\} \quad ; t \geq 0 \quad (3.2)$$

yang merupakan probabilitas bahwa item bertahan hingga saat  $t$  dan disebut juga fungsi reliabilitas (*reliability function*) dari item.

Andaikan variabel random  $X$  adalah kontinyu, maka *probability density* dari variabel random  $X$  diberikan oleh:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} \quad ; t \geq 0 \quad (3.3)$$

Kecepatan rusak (*failure rate*) atau *hazard rate* didefinisikan oleh:

$$r(t) = \frac{f(t)}{F(t)} \quad ; t \geq 0 \quad (3.4)$$

jika  $\bar{F}(t) > 0$  sebagai catatan bahwa:

$$r(t)dt = P\{t < X \leq t+dt | X > t\} \quad (3.5)$$

yang dapat diartikan bahwa  $r(t)dt$  menunjukkan probabilitas kondisional yaitu bahwa item akan rusak selama interval waktu  $(t, t+dt)$  diberikan item tersebut bertahan sampai waktu  $t$ .

Andaikan  $F(0) = 0$  ( $\bar{F}(0) = 1$ ), maka akan diperoleh:

$$\bar{F}(t) = \exp\left[-\int_0^t r(x)dx\right] \quad (3.6)$$

dan

$$f(t) = r(t)\exp\left[-\int_0^t r(x)dx\right] \quad (3.7)$$

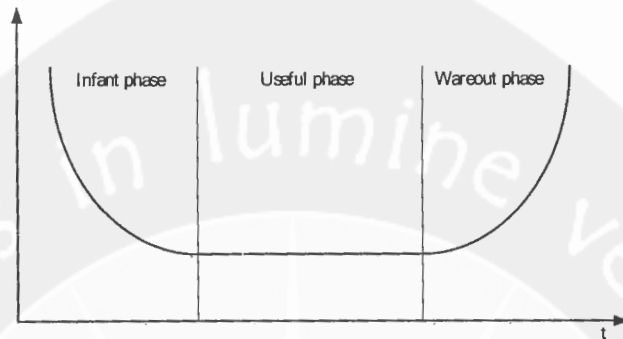
Persamaan (3.6) dan (3.7) menunjukkan bahwa fungsi *reliability* (distribusi) dan fungsi densitas dapat dengan mudah dinyatakan dalam masing-masing *failure rate*  $r(t)$ . *Failure rate*  $r(t)$  menentukan distribusinya dan sebaliknya.

Secara khusus,  $\int_0^t r(x)dx$  disebut fungsi *cumulative hazard* atau fungsi *hazard*.

Jika *failure rate*  $r(t)$  adalah fungsi tidak menurun (*non-decreasing*), distribusi *lifetime*,  $F(t)$  disebut IFR (*Increasing Failure Rate*). Jika  $r(t)$  adalah fungsi yang tidak menaik (*non-increasing*), maka  $F(t)$  disebut DFR (*Decreasing Failure Rate*).

Secara umum, *failure rate* menurun (DFR) dalam fase awal (*infant phase*), hampir konstan dalam fase tengah

(*useful life phase*), dan menaik (IFR) dalam fase akhir (*wearout phase*). *Failure rate* ini jika digambarkan mirip dengan *bathtub*, sehingga disebut kurva *bathtub*.



Gambar 3.1 Kurva *Bathtub* dari *failure rate*

### 3.8. Fungsi Densitas Bersyarat

Misalkan  $T$  adalah variabel acak waktu kegagalan dan  $X$  adalah variabel acak lain yang berhubungan dengan kegagalan yang mempunyai fungsi densitas bersama  $f(t, x)$  dan fungsi densitas marginal masing-masing variabel acak adalah  $f_1(t)$  dan  $f_2(t)$ , maka fungsi densitas bersyarat dari variabel acak  $T$  dengan syarat  $X=x$  yang diberi notasi  $g(t|x)$  didefinisikan sebagai:

$$g(t|x) = \frac{f(t, x)}{f_2(x)} \quad f_2 \geq 0 \quad (3.8)$$

Fungsi densitas bersyarat tersebut memiliki sifat-sifat sebagai berikut:

1.  $g(t|x) \geq 0$
2.  $\int_{-\infty}^{\infty} g(t|x) dt = 1$

dengan adanya fungsi densitas bersyarat maka muncul pula fungsi distribusi, *survivor* dan *hazard* bersyarat yaitu  $G(t|x)$ ,  $S(t|x)$ ,  $h(t|x)$ . Masing-masing fungsi tersebut mempunyai hubungan sebagai berikut:

$$g(t|x) = h(t|x) \exp \left[ - \int_0^t h(z|x) dz \right] \quad (3.9)$$

$$G(t|x) = 1 - \exp \left[ - \int_0^t h(z|x) dz \right] \quad (3.10)$$

$$S(t|x) = \exp \left[ - \int_0^t h(z|x) dz \right] \quad (3.11)$$

### 3.9. Karakteristik Data Kegagalan

Biasanya data yang tersedia adalah data masa hidup yang dilaporkan dikarenakan klaim atau hasil pengujian dalam periode waktu tertentu. Tetapi tidak demikian untuk item yang masa hidupnya melebihi periode waktu yang ditetapkan dalam pengujian. Data seperti ini disebut data tidak lengkap (*incomplete data*). Data sensor termasuk data tidak lengkap. Lawless dalam Bintoro (2005) menyatakan bahwa jenis-jenis data sensor diantaranya adalah data sensor jenis I (*type I censoring*), data sensor jenis II (*type II censoring*), data sensor jenis II progresif (*progressive type II censoring*) dan sensor acak (*random censoring*).

#### 3.9.1. Data Sensor Jenis I

Eksperimen yang dilakukan terhadap sekelompok unit yang dilakukan sepanjang periode waktu yang ditetapkan,



maka dengan demikian masa hidup setiap unit hanya dapat diketahui secara tepat jika masa hidupnya kurang dari suatu waktu yang ditentukan sebelumnya. Data yang demikian merupakan data yang disensor dengan waktu, sensor jenis I (sensor waktu). Misalkan terdapat  $n$  buah unit yang diuji, dengan  $T_i$  adalah masa hidup unit ke- $i$  dan waktu penyensoran yang tetap,  $L_i$ .  $T_i$  diasumsikan saling bebas dan berdistribusi identik dengan fungsi densitas  $f(t)$  dan fungsi sensor  $s(t)$ . Masa hidup yang eksak  $T_i$  dari suatu unit akan teramati jika  $T_i \leq L_i$ . Data yang demikian dapat ditunjukkan melalui  $n$  buah pasang variabel acak  $(t_i, \delta_i)$ , dimana:

$$t_i = \min(T_i, L_i) \quad (3.12)$$

dan

$$\delta_i = \begin{cases} 1 ; & \text{jika } T_i < L_i \\ 0 ; & \text{jika } T_i > L_i \end{cases} \quad (3.13)$$

$\delta_i$  menunjukkan apakah masa hidup  $T_i$  disensor atau tidak, dan  $t_i$  sama dengan  $T_i$ , jika datanya terobservasi dan  $L_i$ , jika tidak.

Fungsi densitas bersama dari  $\delta_i$  dan  $t_i$  adalah:

$$L = \prod_{i=1}^n f(t_i)^{\delta_i} s(L_i)^{1-\delta_i} \quad (3.14)$$

### 3.9.2. Data Sensor Jenis II

Pengujian yang dilakukan terhadap sebuah sampel berukuran  $n$ , kemudian pengujian dihentikan jika terdapat  $r$  unit yang mengalami kegagalan ( $1 \leq r \leq n$ ). Dengan

demikian hanya  $r$  unit yang diketahui data eksaknya dari  $n$  unit yang diuji. Dalam situasi demikian, data tersebut disensor jenis II (sensor jumlah kegagalan). Secara umum data terdiri dari  $r$  buah masa hidup yang terkecil, yaitu  $T_{(1)} \leq T_{(2)} \leq \dots \leq T_{(r)}$  dari sebuah sampel berukuran  $n$ ;  $T_1, T_2, \dots, T_n$  dari sebuah distribusi tertentu. Jika  $T_1, T_2, \dots, T_n$  saling bebas dan berdistribusi identik, maka fungsi densitas bersama dari  $T_{(1)} \leq T_{(2)} \leq \dots \leq T_{(r)}$  yang juga merupakan fungsi kemungkinan, adalah:

$$\frac{n!}{(n-r)!} f(t_{(1)}) \dots f(t_{(r)}) [S(t_{(r)})]^{n-r} \quad (3.15)$$

### 3.10. Model Regresi *Proportional Hazard*

Fungsi hazard merupakan fungsi terbaik dan sering dipakai dalam menyatakan inti dari proses penuaan atau daur hidup. Hosmer dan Lomeshow dalam Bintoro (2005) menuliskan tentang memodelkan data waktu kejadian (*time to event*) dengan model regresi. Diagram pencar merupakan plot data yang dapat digunakan untuk menyusun model regresi, dimana *log survival time* mempunyai sistematis komponen yang linear dan nilai komponen *error* yang sangat kecil. Diasumsikan bahwa nilai kovariat,  $x$  adalah tetap dan tidak berubah dari waktu ke waktu, sehingga dapat dimodelkan sebagai berikut:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \sigma \varepsilon^* \quad (3.16)$$

dimana  $y = \ln(t)$  dan  $\varepsilon^* = \ln(\varepsilon)$

Menurut Wolstenholme dalam Bintoro (2005), kovariat atau variabel eksplanatori mempengaruhi model *lifetime* melalui fungsi reliabilitasnya dan diimplikasikan lewat fungsi *hazard*. Kovariat ini merupakan karakteristik yang menyebabkan variasi natural tetapi dapat juga dikontrol. Model regresi menjadi bentuk multiplikatif jika diekspresikan dalam bentuk skala waktu (*time scale*), sehingga persamaan (3.16) menjadi:

$$t = [\exp(\beta_0 + \beta_1 x)]^* \varepsilon \quad (3.17)$$

Seperti yang ditunjukkan persamaan (3.16) dan (3.17) *survival time* ditentukan dengan sistematis komponen  $(\beta_0 + \beta_1 x)$  dan komponen *error*. Dengan bentuk distribusi parametrik tertentu untuk komponen *error*, maka akan didapatkan struktur parametrik khusus untuk fungsi *hazard*. Misal jika  $\sigma = 1$  maka distribusi *error* menjadi distribusi eksponensial dengan parameter 1, sehingga fungsi *hazard* untuk subyek dengan kovariat,  $x$  menjadi:

$$h(t, x, \beta) = \exp(-(\beta_0 + \beta_1 x)) \quad (3.18)$$

Dua hal yang harus diingat, yang pertama yaitu bahwa fungsi *hazard* tidak tergantung waktu, nilainya ditentukan oleh kovariat,  $x$  dan parameter yang tidak diketahui,  $\beta_i$ , yang kedua fungsi *hazard* dan sistematis komponen dalam model regresi berhubungan terbalik (*inversely related*). Pada kasus  $\sigma \neq 1$ , distribusi *error* merupakan distribusi Weibull sehingga fungsi *hazard* untuk kovariat tunggal adalah sebagai berikut:

$$h(t, x, \lambda, \beta) = \frac{\lambda t^{\lambda-1}}{\exp(-(\beta_0 + \beta_1 x))^\lambda} \quad (3.19)$$

dimaan  $\lambda = \frac{1}{\sigma}$

Jika dimodelkan dengan *proportional hazard* atau *accelerated failure time* maka persamaan (3.19) menjadi:

$$h(t, x, \lambda, \beta) = \lambda t^{\lambda-1} \exp(-(\beta_0 + \beta_1 x)) \quad (3.20)$$

Jika nilai  $\sigma > 1$  maka fungsi *hazard* Weibull merupakan fungsi yang menaik dan sebaliknya jika  $\sigma < 1$  maka merupakan fungsi yang menurun.

### 3.11. Pemodelan Kegagalan Item Dua Dimensi

Di dalam kasus kebijakan kontrak perawatan dua dimensi, kegagalan item dapat dipandang sebagai bilangan acak yang terjadi sepanjang daerah dua dimensi. Dua pendekatan yang berbeda dapat digunakan untuk memodelkan kegagalan item tersebut. Pendekatan pertama adalah pendekatan satu dimensi (*one dimensional approach*) sementara pendekatan yang kedua adalah pendekatan dua dimensi (*two dimensional approach*).

#### 3.11.1. Pendekatan Satu Dimensi

Misalkan  $T$  dan  $X$  adalah peubah acak waktu dan jarak tempuh suatu item dalam periode tertentu kontrak perawatan. Dalam pendekatan satu dimensi, variabel acak  $X$  merupakan fungsi dari  $T$ . Hubungan ini menunjukkan bahwa pemakaian (jarak tempuh) suatu item sebagai sebuah fungsi dari umur item. Diasumsikan bahwa hubungannya linier, yaitu:

$$X = RT \quad (3.21)$$

dengan  $R$  adalah rata-rata pemakaian per satuan waktu atau *usage rate* (laju pemakaian), dan berbeda-beda untuk setiap pemakai. Untuk satu orang pemakai, laju pemakaian  $R$  adalah konstan sepanjang periode kontrak perawatan.

Model dari  $R$  sebagai sebuah variabel acak tak negatif, dinyatakan sebagai fungsi distribusinya adalah sebagai berikut:

$$G(r) = \text{Prob}\{R \leq r\} \quad (3.22)$$

dengan fungsi densitasnya adalah:

$$g(r) = \frac{\partial G(r)}{\partial r} \quad (3.23)$$

Kegagalan item dimodelkan oleh fungsi intensitas (*hazard function*) yang bergantung pada umur dan pemakaian item tersebut yang diberi notasi  $\lambda(t|r)$ .

### 3.11.2. Pendekatan Dua Dimensi

Di dalam pendekatan dua dimensi, kegagalan item ditunjukkan oleh fungsi distribusi dua dimensi. Misalkan  $(T_1, X_1)$  menunjukkan waktu dan pemakaian item pada saat kegagalan yang pertama. Maka  $(T_1, X_1)$  dimodelkan oleh fungsi distribusi dua variabel, yaitu:

$$F(t, x|\theta) \quad (3.24)$$

dimana  $\theta$  adalah parameter dari fungsi distribusi.

### 3.12. Model-Model Distribusi dalam Maintenance

#### 3.12.1. Distribusi Weibull

Distribusi Weibull merupakan distribusi yang paling populer, paling banyak dipakai sebagai distribusi kerusakan sistem dalam penelitian-penelitian.

##### a. Fungsi Densitas

Variabel acak  $T$  yang mengikuti distribusi Weibull dengan parameter  $\delta$ ,  $\gamma$  dan  $\beta$  memiliki fungsi densitas berikut:

$$f(t) = \frac{\beta}{\delta} \left( \frac{t-\gamma}{\delta} \right)^{\beta-1} e^{-\left( \frac{t-\gamma}{\delta} \right)^\beta} \quad t > \gamma$$
$$= 0 \quad \text{lainnya} \quad (3.25)$$

Untuk  $\delta > 0$ ,  $\beta > 0$ , dan  $(-\infty < \gamma < \infty)$

##### b. Fungsi Distribusi

Fungsi distribusi dari variabel acak  $T$  yang mengikuti distribusi Weibull dengan parameter  $\delta$ ,  $\gamma$  dan  $\beta$  adalah:

$$F(t) = 1 - e^{-\left( \frac{t-\gamma}{\delta} \right)^\beta} \quad t \geq \gamma \quad (3.26)$$

##### c. Fungsi Keandalan

Fungsi keandalan dari variabel acak  $T$  yang mengikuti distribusi Weibull dengan parameter  $\delta$ ,  $\gamma$  dan  $\beta$  adalah:

$$S(t) = e^{-\left( \frac{t-\gamma}{\delta} \right)^\beta} \quad t \geq \gamma \quad (3.27)$$

#### d. Fungsi Hazard

Fungsi hazard dari variabel acak  $T$  yang mengikuti distribusi Weibull dengan parameter  $\alpha$  dan  $\beta$  adalah:

$$h(t) = \alpha \beta t^{\beta-1} \quad (3.28)$$

$h(t)$  merupakan fungsi menaik terhadap  $t$  jika  $\beta > 1$ , dan fungsi menurun jika  $0 < \beta < 1$ . Untuk  $\beta = 1$ ,  $r(t)$  konstan terhadap  $t$ . Dengan demikian, distribusi Weibull bersifat IFR (*increasing failure Rate*) jika  $\beta > 1$ , dan DFR (*decreasing failure rate*) jika  $0 < \beta < 1$ .

#### e. Rata-rata dan varians

Rata-rata dan varians dari variabel acak  $T$  yang mengikuti distribusi Weibull dengan parameter  $\delta$ ,  $\gamma$  dan  $\beta$  masing-masing adalah:

$$\mu = \gamma + \delta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad (3.29)$$

dan

$$\sigma^2 = \delta^2 \left[ \Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)^2 \right] \quad (3.30)$$

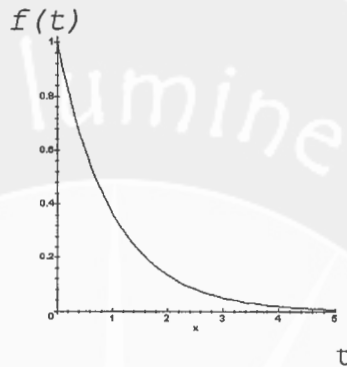
### 3.12.2. Distribusi Eksponensial

Distribusi eksponensial merupakan distribusi yang sering digunakan dalam penelitian-penelitian. Fungsi distribusi, fungsi keandalan (*survivor*), fungsi hazard, rata-rata dan varians dari distribusi eksponensial adalah sebagai berikut:

a. Fungsi Densitas

Variabel acak  $T$  yang mengikuti distribusi eksponensial dengan parameter  $\lambda$  memiliki fungsi densitas berikut:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad \text{untuk } \lambda > 0, \text{ dan } t \geq 0 \quad (3.31)$$

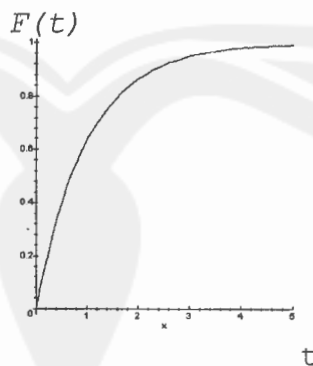


Gambar 3.2. Kurva fungsi densitas eksponensial

b. Fungsi Distribusi

Fungsi distribusi dari variabel acak  $T$  yang mengikuti distribusi eksponensial dengan parameter  $\lambda$  adalah:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (3.32)$$



Gambar 3.3. Kurva fungsi distribusi Eksponensial



c. Fungsi Keandalan

Fungsi keandalan dari variabel acak  $T$  yang mengikuti distribusi eksponensial dengan parameter  $\lambda$  adalah:

$$S(t) = e^{-\lambda t} \quad (3.33)$$

d. Fungsi Hazard

Fungsi hazard dari variabel acak  $T$  yang mengikuti distribusi Eksponensial dengan parameter  $\lambda$  adalah:

$$h(t) = \lambda \quad (3.34)$$

dapat dilihat bahwa distribusi eksponensial memiliki fungsi hazard yang konstan. Laju kerusakan sistem tidak cenderung naik ataupun turun bersama umur pemakaian. Sistem yang memiliki distribusi kerusakan eksponensial tidak bertambah tua bersama umur pemakaian.

e. Rata-rata dan varians

Rata-rata dan varians dari variabel acak  $T$  yang mengikuti distribusi eksponensial dengan parameter  $\lambda$  adalah masing-masing adalah:

$$\mu = \frac{1}{\lambda} \quad \text{dan} \quad (3.35)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2} \quad (3.36)$$

### 3.12.3. Distribusi Normal

Fungsi densitas, fungsi distribusi, fungsi keandalan (*survivor*), fungsi hazard, rata-rata dan varians dari distribusi normal adalah sebagai berikut:

a. Fungsi Densitas

Sebuah variabel random  $t$ , disebut mempunyai sebuah distribusi normal dengan rata-rata  $\mu (-\infty < \mu < \infty)$  dan varian  $\sigma^2 > 0$ , jika bentuk fungsi densitasnya adalah :

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2 \left( \frac{t-\mu}{\sigma} \right)^2}, \quad -\infty < t < \infty \quad (3.37)$$

b. Fungsi Distribusi

Fungsi distribusi dari variabel acak  $T$  yang mengikuti distribusi normal adalah:

$$F(t) = \int_{-\infty}^t \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2 \left( \frac{u-\mu}{\sigma} \right)^2} du \quad (3.38)$$

c. Fungsi Keandalan

Fungsi keandalan dari variabel acak  $T$  yang mengikuti distribusi normal adalah:

$$S(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt \quad (3.39)$$

d. Rata-rata dan Varians

Rata-rata dan varians dari variabel yang mengikuti distribusi normal masing-masing adalah:

$$E(t) = \mu \quad (3.40)$$

$$\text{dan } V(t) = \sigma^2 \quad (3.41)$$

#### 3.12.4. Distribusi Log Normal

Fungsi densitas, fungsi distribusi, fungsi keandalan (*survivor*), fungsi *hazard*, rata-rata dan varians dari distribusi log normal adalah sebagai berikut:

a. Fungsi Densitas

Sebuah variabel random  $t$ , disebut mempunyai sebuah distribusi log normal jika bentuk fungsi densitasnya adalah :

$$f(t) = \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log t - \mu_Y}{\sigma_Y}\right)^2} \quad t < 0 \quad (3.42)$$

= 0.                                  lainnya

b. Rata-rata dan Varians

Rata-rata dan varians dari variabel yang mengikuti distribusi log normal masing-masing adalah:

$$E(t) = \mu_t = e^{\mu_Y + (1/2)\sigma_Y^2} \quad (3.43)$$

Dan,

$$V(t) = \sigma_t^2 = e^{2\mu_Y + 2\sigma_Y^2} (e^{\sigma_Y^2} - 1) \quad (3.44)$$