BAB II

LANDASAN TEORI

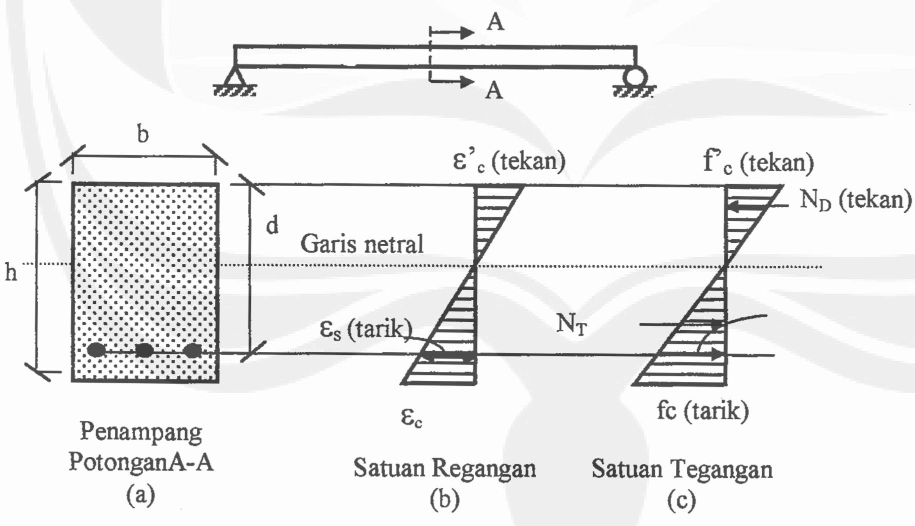
2.1. Lentur pada Balok

Beban-beban yang bekerja pada struktur, baik yang berupa beban gravitasi (berarah vertikal) maupun beban-beban lain, seperti beban angin (berarah horisontal), atau juga beban karena susut dan beban karena perubahan temperatur, menyebabkan adanya lentur dan deformasi pada elemen stuktur. Lentur pada balok merupakan akibat dari adanya regangan yang timbul karena adanya beban luar.

Apabila bebannya bertambah, maka pada balok terjadi deformasi dan regangan tambahan yang menyebabkan timbulnya (atau bertambahnya) retak lentur di sepanjang bentang balok. Bila bebannya semakin bertambah, pada akhirnya dapat terjadi keruntuhan elemen struktur, yaitu pada saat beban luarnya mencapai kapasitas elemen.Oleh karena itu perencanaan komponen struktur beton dilakukan sedemikian rupa sehingga tidak timbul retak berlebihan pada penampang sewaktu mendukung beban kerja, dan masih mempunyai cukup keamanan serta cadangan kekuatan untuk menahan beban dan tegangan lebih lanjut tanpa mengalami runtuh.

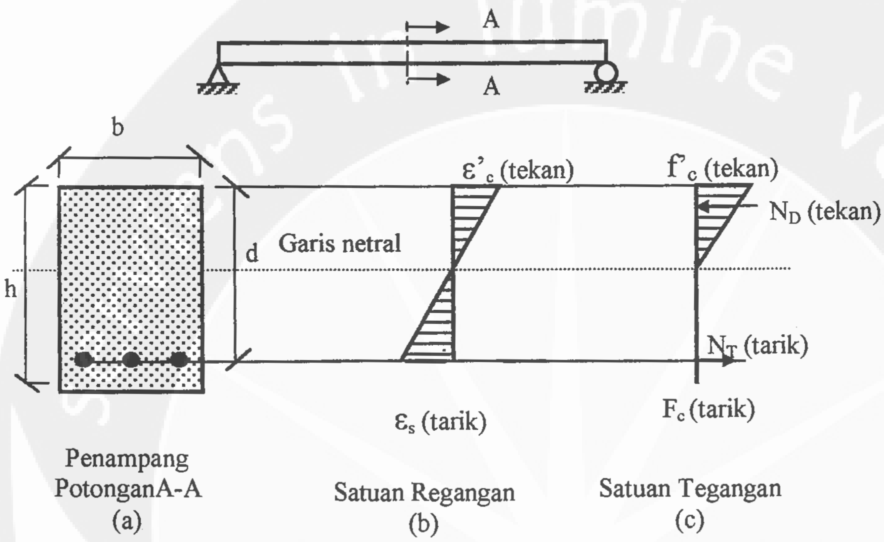
Timbulnya tegangan-tegangan lentur akibat terjadinya momen karena beban luar, dan tegangan tersebut merupakan faktor yang menentukan dalam menetapkan dimensi geometris penampang komponen struktur. Proses perencanaan atau analisis umumnya dimulai dengan memenuhi persyaratan terhadap lentur kemudian baru segi-segi yang lain, seperti kapasitas geser, defleksi, retak, dan panjang penyaluran, dianalisis sehingga keseluruhannya memenuhi syarat.

Pada beban kecil, dengan menganggap belum terjadi retak beton, secara bersama-sama beton dan baja tulangan bekerja menahan gaya-gaya dimana gaya tekan ditahan oleh beton saja. Distribusi tegangan akan tampak seperti gambar 2.1 dimana distribusi tegangannya linear, bernilai nol pada garis netral dan sebanding dengan regangan yang terjadi. Keadaan demikian ditemui bila tegangan maksimum yang timbul pada serat tarik masih cukup rendah, nilainya masih di bawah *modulus of rupture*, ialah tegangan tarik lentur beton yang timbul pada pengujian balok beton polos (tanpa tulangan), sebagai pengukur kuat tarik sesuai teori elastisitas.



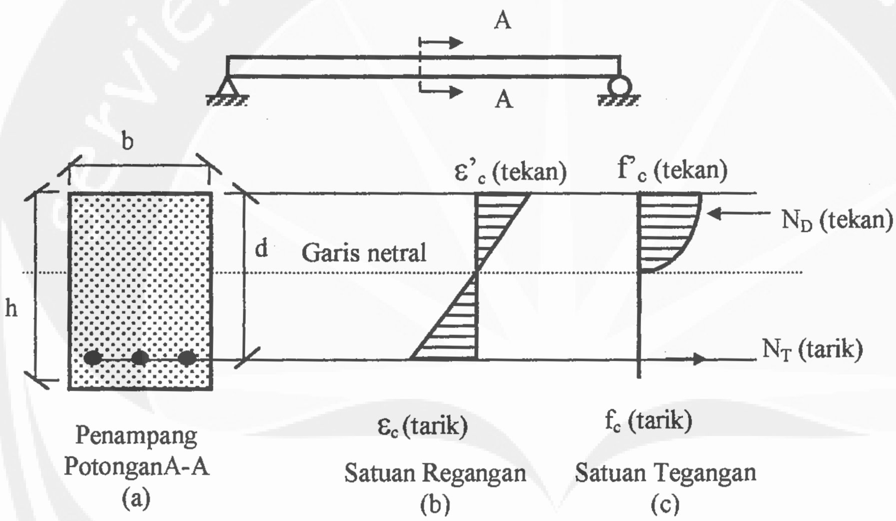
Gambar 2.1. Perilaku lentur pada beban kecil

Pada beban sedang, kuat tarik beton dilampaui dan beton mengalami retak rambut. Karena beton tidak dapat meneruskan gaya tarik melintasi daerah retak, karena terputus-putus, baja tulangan akan mengambil alih memikul seluruh gaya tarik yang timbul. Distribusi tegangan untuk penampang pada atau dekat bagian yang retak tampak seperti gambar 2.2, dan hal demikian diperkirakan akan terjadi pada nilai tegangan beton sampai dengan $1/2f_c'$. Pada keadaan tersebut tegangan beton tekan masih dianggap bernilai sebanding dengan nilai regangannya.



Gambar 2.2. Perilaku lentur pada beban sedang

Pada beban yang lebih besar lagi, nilai regangan serta tegangan tekan akan meningkat dan cenderung untuk tidak lagi sebanding antara keduanya, di mana tegangan beton tekan akan membentuk kurva nonlinier. Kurva di atas garis netral (daerah tekan) berbentuk sama dengan kurva tegangan-regangan beton seperti yang tergambar pada gambar 2.3. Pada gambar 2.3 dapat dilihat distribusi tegangan dan regangan yang timbul pada atau dekat keadaan pembebanan ultimit, di mana apabila kapasitas batas kekuatan beton terlampaui dan tulangan baja menjadi luluh, balok mengalami hancur. Komponen struktur telah retak dan tulangan baja meluluh, mulur, terjadi lendutan besar, dan tidak dapat kembali ke panjang semula. Bila komponen lain dari sistem mengalami hal yang sama, mencapai kapasitas ultimitnya, struktur secara keseluruhan akan remuk dalam strata runtuh atau setengah runtuh meskipun belum hancur secara keseluruhan. Walaupun dapat dijamin sepenuhnya untuk dapat terhindar dari keadaan tersebut, yaitu dengan menggunakan beberapa faktor aman maka tercapainya keadaan ultimit dapat diperhitungkan serta dikendalikan.



Gambar 2.3. Perilaku lentur dekat beban ultimit

Hal utama yang dialami oleh suatu balok adalah kondisi tekan dan tarik, yang antara lain karena adanya pengaruh lentur ataupun gaya lateral. Beton mempunyai kuat tarik yang sangat kecil dibandingkan kekuatan tekannya. Bahkan dalam problema lentur, kuat tarik ini sering tidak diperhitungkan. Sehingga, timbul usaha untuk memasang baja tulangan pada bagian tarik guna mengatasi kelemahan beton tersebut, menghasilkan beton bertulang.

Gaya luar yang bekerja pada struktur beton bertulangan ditahan oleh beton dan baja tulangan secara bersama-sama melalui gaya internal. Tidak ada slip atau gelincir antar beton dan tulangannya, sehingga regangan yang terjadi pada suatu serat beton akan sama dengan yang terjadi pada serat tulangan. Kondisi ini tidak saja berlaku selama beton belum mengalami retak, tetapi akan tetap berlaku walaupun terjadi beberapa retak pada bagian tarik.

2.2. Asumsi yang Digunakan untuk Analisis

Pada analisis digunakan asumsi sebagai berikut:

1. Regangan dalam tulangan beton harus berbanding langsung dengan jaraknya terhadap garis netral
2. Regangan maksimum yang dapat digunakan padaa serat beton tekan terluar sama dengan 0,003
3. Tegangan dalam tulangan di bawah kuat leleh yang ditentukan f_y untuk mutu tulangan yang digunakan harus diambil sebesar E_c dikalikan dengan regangan baja untuk regangan yang lebih besar dari regangan yang diberikan f_y, tegangan pada tulangan harus dianggap tidak tergantung pada regangan dan sama dengan f_y
4. Kekuatan tarik beton diabaikan dan tidak dipergunakan dalaam perhitungan
5. Hubungan antara distribusi tegangan tekan beton dan regangan beton dianggap berbentuk persegi
6. Distribusi tegangan beton persegi ekuivalen didefinisikan sebagai berikut:

a. Tegangan beton sebesar 0,85 f_c' harus diasumsikan terdistribusi secara merata pada daerah tekan ekuivalen yang dibatasi oleh tepi penampang daan suatu garis lurus yang sejajar dengan garis netral sejarak $a=\beta 1.c$ dari serat dengan tegangan tekan maksimum

b. Jarak c dari serat dengan regangan maksimum ke garis netral harus diukur dalam arah tegak lurus terhadap garis tersebut

c. Faktor β_1 haarus diambil sebesar 0,85 untu kuat tekan beton f_c' hingga atau sama dengan 30 MPa. Untuk kekuatan di atas 30 MPa, β_1 harus direduksi secara menerus sebesaaar 0,008 untuk kelebihan sebesar 1 MPa di atas 30 MPa, tetapi β_1 tidak boleh kurang daari 0,65. Ketentuan ini dapat didefinisikan sebagai berikut:

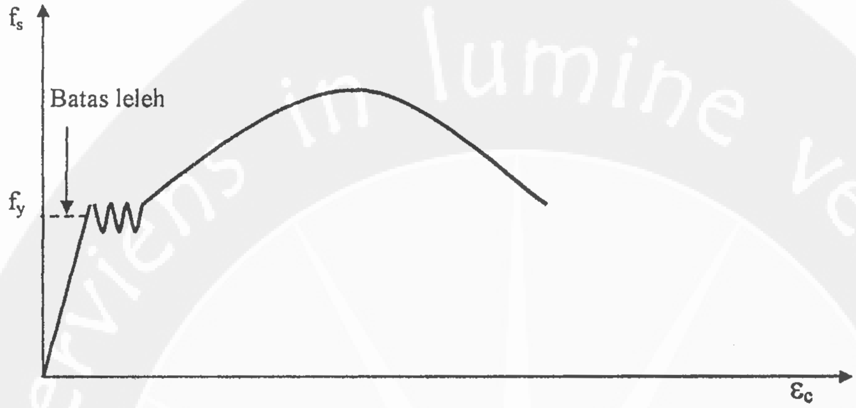
1. $f_c' < 30$ MPa $\quad \beta_1 = 0{,}85$ (2.1)
2. $30 < f_c' < 55$ MPa $\quad \beta_1 = 0{,}85 - 0{,}008\,(f_c'\text{-}30)$
3. $f_c' > 55$ MPa $\quad \beta_1 = 0{,}65$

Ketentuan mengenai diagram distribusi tegangan dan regangan serta keseimbangan gaya-gaya pada penampang beton dapat dilihat pada gambar 2.9.

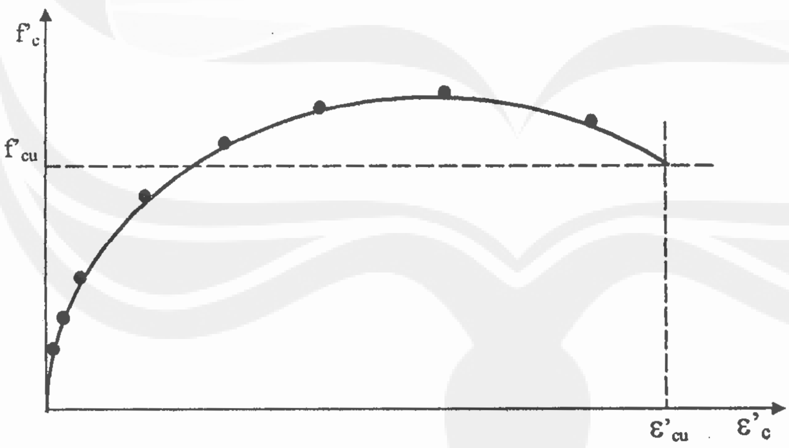
2.3. Hubungan Tegangan Regangan

Kuat tarik leleh adalah kuat leleh minimum yang diisyaratkan atau titik leleh dari bahan, dimana pada uji tarik baja tulangan telah menunjukkan kenampakan adanya pertambahan regangan sedangkan tegangannya boleh dikatakan konstan. Diagram tegangan-regangan seperti terlihat pada gambar 2.4.

Pada uji beton, nilai-nilai σ'_c dan ε_c yang didapat ternyata membentuk garis lengkung. Besarnya tegangan tekan ultimit σ'_c tergantung dari mutu beton. Makin tinggi mutu beton makin tinggi nilai maksimum σ'_c. Diagram tegangan-regangan seperti gambar 2.5.



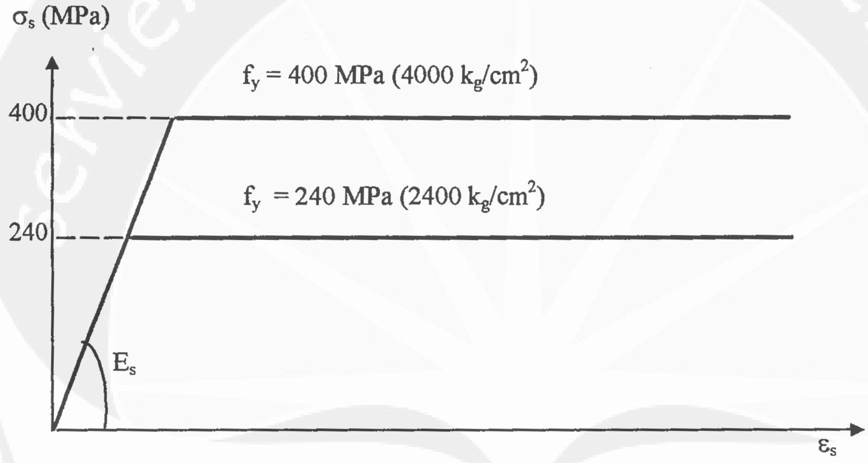
Gambar 2.4 Diagram tegangan-regangan baja



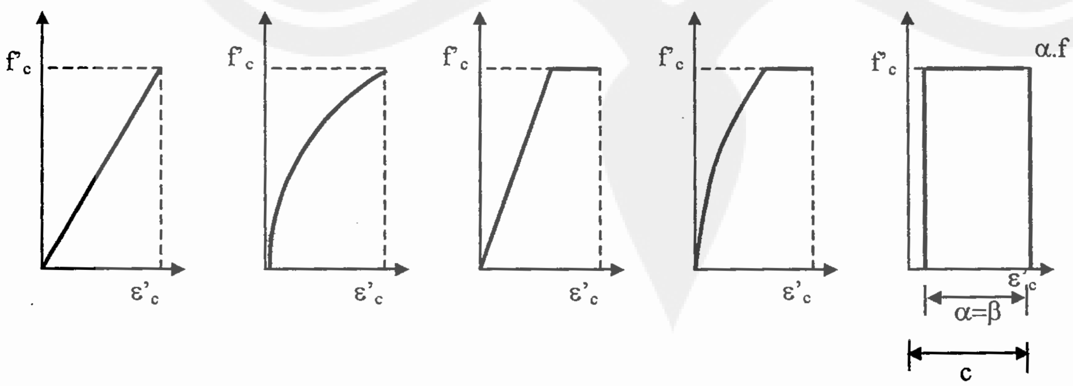
Gambar 2.5 Diagram tegangan-regangan beton

Hubungan tegangan baja σ_s dan regangan baja ε_s umumnya diskemakan sebagai dua garis lurus yang patah seperti yang disajikan pada gambar 2.6. Kemiringan awal dari kurva menyatakan modulus elastisitas baja beton besarnya adalah $E_s = 2.10^5$ MPa. Garis horisontal pada diagram ini ditentukan oleh tegangan leleh f_y atau batas leleh pada batas regangan 0,2 %.

Sedangkan hubungan σ'_c dan ε'_c yang diskematisasikan dengan berbagai cara seperti yang terlihat pada gambar 2.7.



Gambar 2.6 Diagram σ-ε baja yang diskematisasikan



Gambar 2.7 Diagram σ-ε beton yang diskematisasikan

2.4. Modulus Elastisitas

Modulus elastisitas adalah konstanta bahan yang mempunyai nilai tertentu untuk suatu bahan tertentu

$$E = \frac{tegangan}{regangan} = tg\alpha \quad \text{(hukum Hooke)}$$

Bila bahan elastis linier maka hubungan antara tegangan-regangan berbanding lurus sehingga modulus elastisitas mempunyai nilai yang konstan, dapat dilihat pada gambar 2.8.a.

Untuk tegangan yang tidak selalu berbanding lurus dengan regangan, seperti gamabr 2.8.b, bahan ini mempunyai diagram tegangan-regangan yang disebut elastis non linier. Bahan ini jelas tidak mengikuti hukum Hooke ($f = E.\varepsilon$), karena tidak mempunyai modulus elastisitas (E) yang konstan. Ini berarti perhitungan perencanaan untuk bahan demikian harus menggunakan rumus yang berbeda dengan bahan-bahan elastis linier.

Gambar 2.8.c. menunjukkan kemungkinan ketiga. Dalam hal ini kesebandingan tegangan-regangan terjadi untuk nilai rendah (di bawah f_2 pada diagram) dan pada tegangan tinggi bahan mempunyai kekakuan non linier (di atas f_2). Bahan ini mempunyai E yang tidak konstan.

Hubungan antara tegangan-regangan baik untuk baja maupun beton sebelum beton retak berlaku:

$$\varepsilon_s = \frac{f_s}{E_s} \quad \text{dan} \quad \varepsilon_c = \frac{f_c'}{E_c}$$

kemudian $\varepsilon_s = \varepsilon_c$ maka $\dfrac{f_s}{E_s} = \dfrac{f_c'}{E_c}$

tegangan baja yang terjadi: $f_s = \frac{E_s}{E_c} f_c'$

Perbandingan E_s/E_c dikenal sebagai besaran n atau disebut angka ekivalen sehingga untuk tegangan baja yang terjadi: $f_s = n.f_c'$

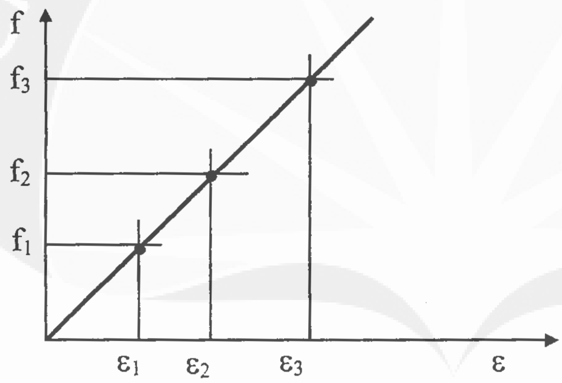
Modulus Elastisitas beton E_c ditentukan sebesar:

$E_c = 4700.\sqrt{f_c'}$ (untuk beton normal)

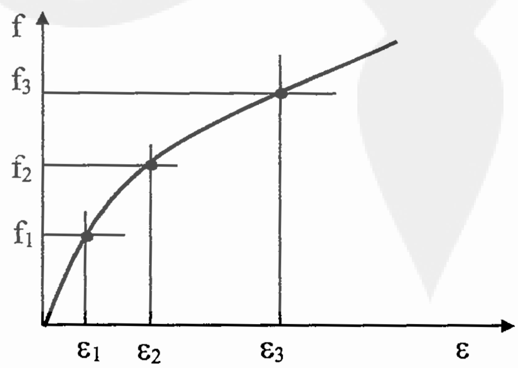
$E_c = (w_c)^{1,5}.0{,}043\sqrt{f_c'}$ (untuk nilai w_c di antar 1500-2500 kg/m^3)

Modulus Elastisitas baja (E_s) ditentukan sebesar:

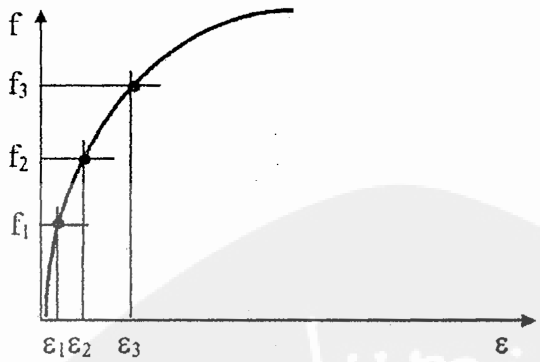
$E_s = 2.10^5$ MPa sesuai SK SNI pasal 3.1.5 ayat 2



Gambar 2.8a Diagram tegangan-regangan untuk bahan elastis linier



Gambar 2.8b Hubungan non linier antara tegangan-regangan



Gambar 2.8c Hubungan linier antara tegangan-regangan pada nilai tegangan yang rendah; hubungan ini tidak lagi linier pada tegangan yang lebih tinggi

2.5. Kuat Perlu/Kuat Ultimit/Kuat Batas

Agar supaya struktur dan komponen struktur memenuhi syarat kekuatan dan laik pakai terhadap beban-beban yang bekerja maka harus dipenuhi ketentuan faktor beban.

Kekuatan yang dibutuhkan atau yang disebut kuat perlu menurut SK SNI T-15-1991-03 tentang faktor beban suatu bangunan untuk beban mati dan beban hidup adalah:

$$U = 1{,}2\,DL + 1{,}6\,LL$$

2.6. Kuat Momen Nominal/Kuat Rencana

Struktur bangunan dan komponen-komponennya harus direncanakan untuk mampu memikul beban lebih di atas beban yang diharapkan bekerja. Kriteria dasar kuat rencana adalah sebagai berikut: kekuatan yang tersedia ≥ kekuatan yang dibutuhkan.

Kekuatan elemen struktur dihitung dengan menggunakan prosedur yang digunakan secara luas yang disebut kekuatan nominal. Kekuatan nominal ini harus direduksi dengan menggunakan faktor reduksi ϕ. Pemakaian faktor ϕ dimaksudkan untuk memperhitungkan kemungkinan penyimpangan terhadap kekuatan bahan, pengerjaan, ketidaktepatan ukuran, pengendalian dan pengawasan pelaksanaan. Kekuatan elemen yang direduksi ini disebut kekuatan desain elemen struktur. Faktor ϕ bermacam-macam bergantung pada perilaku maupun jenis elemen strukturnya.

Standar SK SNI T-15-1991-03 pasal 3.2.3 ayat 2 memberikan faktor reduksi kekuatan ϕ untuk berbagai mekanisma, antara lain sebagai berikut:

1. Lentur tanpa beban aksial = 0,80
2. Beban aksial dan beban aksial dengan lentur, (untuk beban aksial dengan lentur, kedua nilai kekuatan nominal dari beban aksial atau momen harus dikalikan dengan suatu nilai ϕ yang sesuai):
   a. aksial tarik dan aksial tarik dengan lentur = 0,80
   b. aksial tekan dan aksial tekan dengan lentur:
      - komponen struktur dengan tulangan spiral dan sengkang ikat = 0,70
      - komponen struktur dengan tulangan sengkang biasa =0,65
3. Tumpuan pada beton = 0,70
4. Geser dan puntir = 0,60
5. Tumpuan pada beton = 0,70
6. Panjang penyaluran tidak memerlukan faktor ϕ

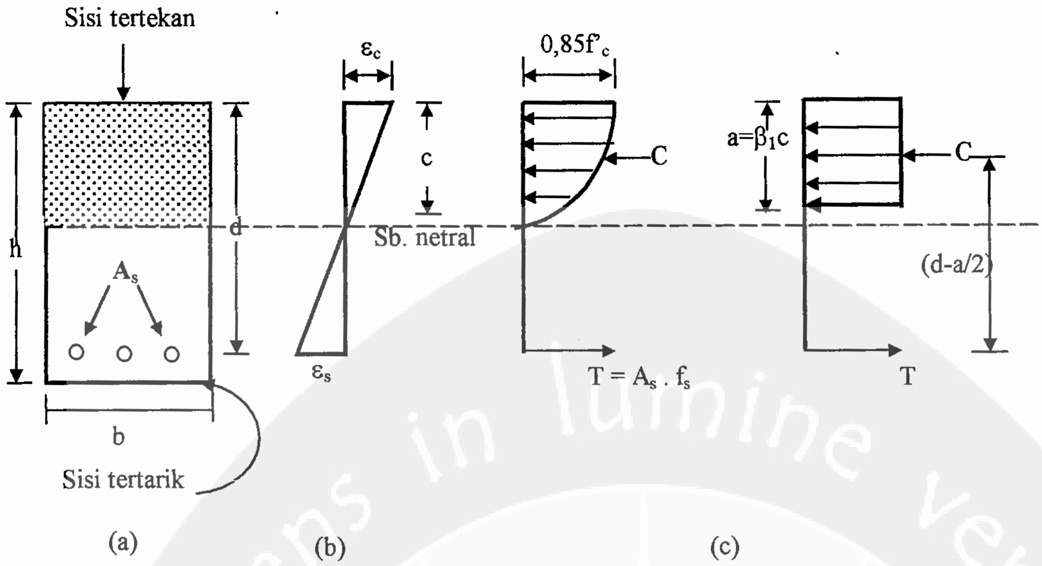
Dengan demikian dapat dinyatakan bahwa kuat momen yang digunakan M_R (kapasitas momen) sama dengan kuat momen ideal M_n dikalikan dengan faktor ϕ.

$$M_R = \phi M_n$$

2.7. Analisis Balok Bertulangan Tunggal

Beban luar akan menyebabkan balok melentur. Pada tingkat beban kecil, distribusi tegangannya adalah elastis linier, dan akan kembali ke posisi semula bila beban tersebut disingkirkan. Bila beban luar relatif besar, serat terluar akan lebih dulu mencapai tegangan karakteristik f_c' yang diikuti oleh serat sebelah dalam. Tegangan internal suatu serat penampang akan tetap sebesar tegangan karakteristiknya, dan retak pada serat atas tidak terjadi karena adanya distribusi tegangan ke serat sebelah dalamnya.

Distribusi tegangan pada kondisi ultimit yang sebenarnya berupa parabola dapat diidealisasi menjadi bentuk tegangan segiempat ekuivalen sebagaimana diusulkan oleh Whitney, yang dapat digunakan untuk menghitung gaya tekan tanpa harus kehilangan ketelitiannya yang berarti juga dapat digunakan untuk menghitung kekuatan lentur penampang. Keuntungannya adalah perencana tidak sulit menentukan letak garis netral atau sumbu regangan nol dibandingkan dengan bentuk trapesium maupun parabola. Distribusi tegangan-tegangan dan gaya-gaya dapat dilihat seperti gambar 2.9.



Gambar 2.9 Distribusi tegangan dan regangan pada penampang balok. (a) penampang melintang balok (b) regangan (c) blok tegangan ekuivalen yang diasumsikan

Agar keseimbangan gaya horizontal terpenuhi (H = 0) maka C = T. Distribusi tegangan aktual yang terjadi pada penampang untuk menpunyai bentuk parabola diperlihatkan pada gambar 2.9. Distribusi tegangan tekan aktual tersebut diasumsikan menjadi blok tegangan segiempat ekuivalen yang mempunyai tinggi *a* dan tegangan rata-rata sebesar 0,85 f_c' (β_1. f_c'). Besarnya β_1 didasarkan pada persamaan 2.1.

Resultante gaya tarik *T* pada baja tulangan dapat ditetapkan sebagai:

$$T = A_s f_s \qquad (2.2)$$

Pada beton:

$$C = 0{,}85 f_c' ab \qquad (2.3)$$

Kedua resultan gaya ini harus memenuhi keseimbangan horisontal, sehingga

$$T = C$$

$$A_s f_s = 0{,}85 f_c' ab \tag{2.4}$$

diperoleh tinggi blok tegangan tekan a sebagai:

$$a = \frac{A_s . f_s}{0{,}85 . f_c' . b} \tag{2.5}$$

Momen tahanan penampang, yaitu kekuatan nominal M_n, dapat ditulis sebagai:

$$M_n = (A_s f_s) j_d \tag{2.6}$$

atau

$$M_n = (0{,}85 f_c' ab) j_d$$

j_d adalah lengan momen internal, yaitu jarak antara resultante gaya tekan beton dengan gaya tarik di tulangan

$$j_d = (d - 0{,}5a) \tag{2.7}$$

Dengan demikian momen tahanan nominal dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$M_n = A_s f_s (d - 0{,}5a) \tag{2.8}$$

atau

$$M_n = 0{,}85 f_c' ab (d - 0{,}5a)$$

Jika prosentase tulangan dinyatakan $\rho = \frac{A_s}{bd}$ maka $a = \frac{\rho d f_s}{0{,}85 f_c'}$

Tergantung pada nilai f_s terdapat tiga keadaan yang mungkin terjadi, yaitu:

1. Keruntuhan tarik (*tension faluire*)

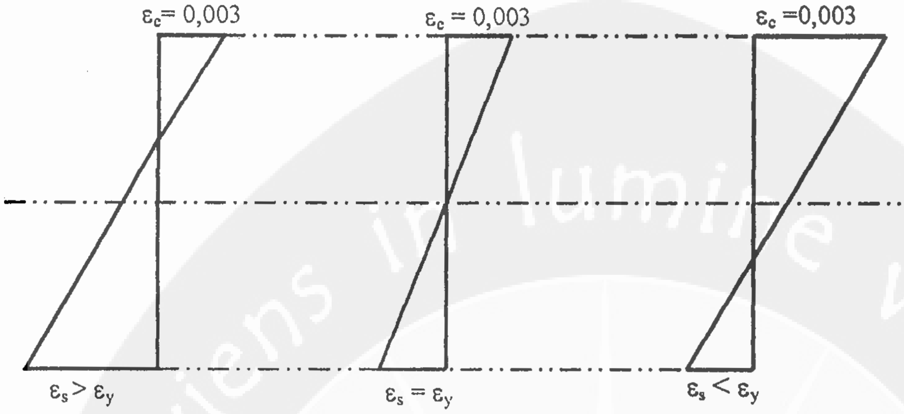
   Keruntuhan tarik akan terjadi bila prosentase baja tulangan suatu penampang balok relatif kecil sehingga tulangan ini lebih dulu mencapai tegangan lelehnya sebelum tegangan tekan beton mencapai maksimum. Peningkatan beban luar berikutnya akan memperbesar deformasi baja tulangan secara plastis, yang kemudian memperbesar retak pada daerah tarik beton. Penampang balok yang memiliki prosentase tulangan seperti ini disebut sebagai balok perkuatan kurang (*underreinforced beams*). Penampang akan mengalami deformasi plastis yang cukup besaa sehingga menimbulkan retak-retak pada daerah tarik yang merupakan tanda bahwa balok tersebut hancur. Keruntuhan inilah yang disebut keruntuhan tarik (*tension faluire*).

2. Keruntuhan imbang (*balance faluire*)

   Keadaan seimbang terpenuhi bila regangan pada tulangan tarik tepat mencapai regangan yang berhubungan dengan tegangan leleh yang ditentukan f_y daan pada saat yang sama, bagian beton yang tertekan mencapai regangan batas asumsi 0,003. Jika beton maupun baja tulangan mencapai tegangan maupun regangan maksimumnya secara bersamaan, keruntuhan penampang ini mungkin bukan keruntuhan struktur

3. Keruntuhan tekan (*compression faluire*)

   Keruntuhan tekan akan terjadi jika prosentase tulangan cukup besar sehingga tegangan di serat beton lebih dulu mencapai kapasitas maksimumnya sebelum tegangan pada baja tulangan meleleh. Keruntuhan ini ditandai dengan hancurnya beton yang tertekan yang terjadi secara tiba-tiba, bahkan sering ditandai dengan bunyi ledakan beton hancur dan sebelumnya tidak ada tanda-tanda berupa defleksi yang besar



Gambar 2.10 Distribusi regangan saat runtuh

a. keruntuhan tarik
b. keruntuhaan imbang
c. keruntuhan tekan

Keruntuhan tarik

Untuk kondisi keruntuhan tarik dipenuhi:

$$f_s = f_y \tag{2.9}$$

Sehingga, persamaan keseimbangan di atas menjadi:

$$0{,}85 f_c ab = A_s f_y \tag{2.10}$$

Lengan momen internal

$$a = \frac{A_s . f_y}{0{,}85 . f_c' . b} \tag{2.11}$$

Sehingga, momen ultimitnya menjadi

$$M_u = A_s f_y (d - 0{,}5a) \tag{2.12}$$

Jika nilai a disubstitusikan ke persamaan di atas, diperoleh:

$$M_u = A_s f_y \left(d - 0{,}5 \frac{A_s f_y}{0{,}85 f_c b} \right) \tag{2.13}$$

Keruntuhan tekan

Dengan mmngacu pada gambar 2.10c, dengan jarak sumbu netral c yang belum diketahui:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu} \left(\frac{d-c}{c} \right) \tag{2.14}$$

Dari persamaan keseimbangan $C = T$, diperoleh:

$$0{,}85 \beta_1 f_c bc = \rho \varepsilon_s E_s bd \tag{2.15}$$

Substitusi nilai ε_s di atas ke dalam persamaan ini, dan dengan menganggap $k_u = c/d$ diperoleh persamaan kuadrat dalam k_u sebagai berikut:

$$k_u^{\,2} + mpk_u - mp = 0 \tag{2.16}$$

dengan

$$\rho = {}^{A_s}\!/_{bd} \quad \text{dan} \quad m = \frac{E_s \varepsilon_{cu}}{0{,}85 \beta_1 f_c'}$$

maka,

$$k_u = -{}^{m\rho}\!/_{2} + \sqrt{m\rho + (m\rho / 2)^2} \tag{2.17}$$

Tinggi garis netral dapat ditentukan sebagai $c = k_u d$, dan tinggi blok tegangan $a = \beta_1 c$. Tegangan pada baja tulangan $f_s = E_s \varepsilon_s$, dengan ε_s diperoleh dari persamaan 2.14 dan dengan demikian kekuatan nominal balok ini adalah:

$$M_n = A_s f_s (d - a/2) \tag{2.18}$$

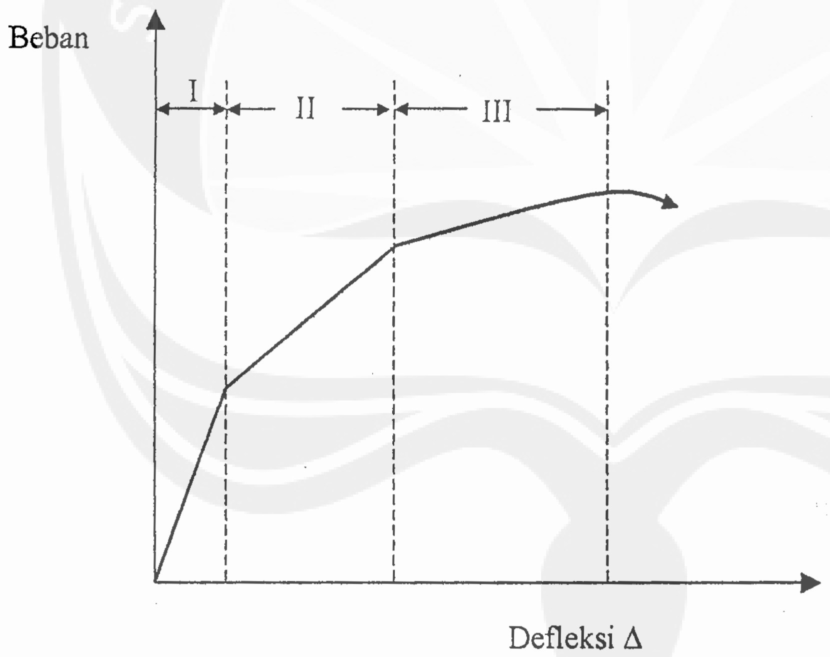
2.8. Perilaku Lendutan pada Balok

Grafik hubungan antara beban-lendutan pada balok beton bertulang dapat diidealisasikan menjadi bentuk trilinier dan dibagi atas tiga daerah.

Daerah I : Taraf praretak, di mana batang-batang strukturalnya bebas retak.

Daerah II : Taraf pascaretak, di mana batang-batang struktural mengalami retak-retak terkontrol yang masih dapat diterima, baik distribusinya maupun lebarnya.

Daerah III : Taraf post-*serviceability*, di mana tegangan pada tulangan tarik sudah mencapai tegangan lelehnya.



Gambar 2.11. Hubungan beban-lendutan pada balok. Daerah I, taraf praretak; daerah II, taraf pascaretak; daerah III, taraf pasca-*serviceability* (tulangan baja meleleh)

2.8.1. Taraf praretak : Daerah I

Segmen praretak dari kurva beban-lendutan pada dasarnya berupa garis lurus yang memperlihatkan perilaku elastis penuh. Tegangan tarik maksimum pada balok dalam daerah ini lebih kecil daripada kekuatan tariknya akibat lentur. Atau lebih kecil lebih kecil dari modulus *rupture* f_r beton. Kekakuan lentur EI balok dapat diestimasi dengan menggunakan modulus Young E_c dari beton dan momen inersia penampang beton bertulang tak retak.

Daerah praretak berhenti pada saat mulainya retak lentur pertama dimana tegangan beton mencapai kekuatan modulus *rupture* f_r. Untuk keprtluan desain, besarnya modulus tersebut untuk beton berbobot normal dapat diambil sebagai

$$f_r = 0{,}7\sqrt{f'_c} \qquad (2.19)$$

Momen inersia pada balok dibedakan menjadi dua macam:

1. Momen inersia penampang transformasi

   Untuk menghitung besarnya momen inersia , kontribusi luas tulangan baja juga diperhitungkan. Kontribusi ini dilakukan dengan cara mengganti luas baja dengan luas beton ekuivalen yang besarnya adalah $(E_s/E_c).A_s$.

   Tinggi pusat berat y dapat diperoleh dengan menggunakan momen luas pertama (statis momen), yaitu:

$$\left[bh + \left(\frac{E_s}{E_c} - 1\right)A_s\right]y = bh\frac{h}{2} + \left(\frac{E_s}{E_c} - 1\right)A_s d \qquad (2.20)$$

Terlihat di sini bahwa (E_s/E_c-1) digunakan sebagai pengganti E_s/E_c untuk memperhitungkan bagian beton yang ditempati baja tulangan karena n = perbandingan modulus (E_s/E_c) maka persamaan menjadi

$$y = \frac{\left(bh^2/2\right) + (n-1)A_s d}{bh + (n-1)A_s} \tag{2.21}$$

Apabila momen inersia tulangan baja terhadap sumbu pribadinya diabaikan maka

$$I_{transformasi} = \frac{bh^3}{12} + bh(y - 0{,}5h)^2 + (n-1)A_s(d-y)^2 \tag{2.22}$$

Jarak pusat berat penampang transformasi dari serat terluarnya adalah

$$y_t = h - y \tag{2.23}$$

Besarnya momen retak (M_{cr}) dapat dihitung:

$$M_{cr} = \frac{I_g f_r}{y_t} \tag{2.24}$$

2. Momen inersia penampang bruto

Untuk menghitung besarnya momen inersia, kontribusi luas tulangan baja terhadap kekakuan (EI) diabaikan. Sehingga untuk penampang persegi besarnya momen inersia bruto (I_g) adalah $\frac{bh^3}{12}$

Besarnya momen retak (M_{cr}) dapat dihitung:

$$M_{cr} = \frac{I_g f_r}{y_t} \tag{2.25}$$

Untuk penampang segiempat:

$$y_t = \frac{h}{2} \tag{2.26}$$

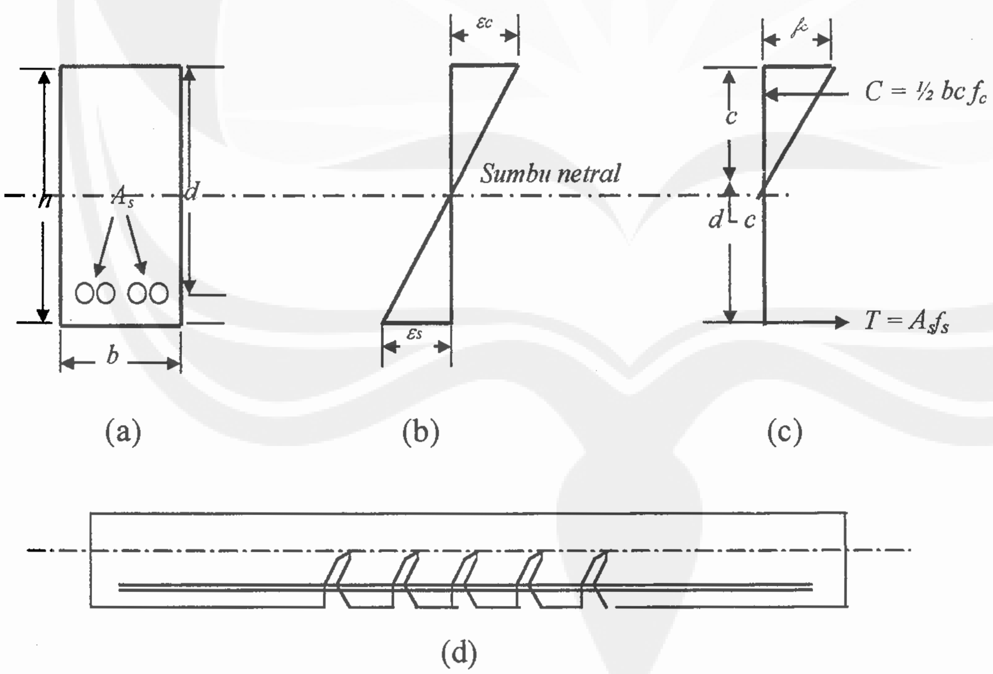
Dalam praktik, kontribusi luas tulangan baja terhadap kekakuan balok pada taraf praretak sangat kecil sehingga dapat diabaikan. Dengan demikian besarnya momen yang diperhitungkan untuk penampang persegi panjang dihitung sebagai $I_g = \dfrac{bh^3}{12}$

Gambar 2.12. Transformasi penampang melintang. (a) penampang lapangan; (b) penampang transformasi.

2.8.2. Taraf pascaretak : Daerah II

Daerah praretak diakhiri dengan dimulainya retak pertama dan mulai bergerak menuju daerah II pada diagram beban-lendutan. Hampir semua balok terletak pada daerah ini pada saat beban kerja. Suatu balok dapat mengalami berbagai taraf keretakan di sepanjang bentangnya sesuai dengan taraf tegangan dan lendutan pada masing-masing bagiannya. Dengan demikian, untuk suatu balok di atas tumpuan sederhana, retak akan semakin lebar dan semakin dalam pada lapangan, sedangkan pada tumpuan hanya terjadi retak rambut yang tidak lebar.

Apabila sudah terjadi retak lentur, kontribusi kekuatan tarik beton sudah dapat dikatakan tidak ada lagi. Ini berarti kekuatan lentur penampangnya telah berkurang sehingga kurva beban-defleksi di daerah ini akan semakin landai dibandingkan dengan taraf praretak. Semakin lebar retaknya, akan semakin berkurang kekakuannya hingga mencapai suatu harga yang berupa *lower-bound* (batas bawah) sehubungan dengan momen inersia penampang retak. Pada saat mencapai keadaan limit beban retak kerja, kontribusi beton tarik terhadap kekakuan dapat diabaikan. Momen inersia penampang retak disebut I_{cr} dan dapat dihitung dari prinsip-prinsip dasar mekanika.



Gambar 2.13. Distribusi tegangan dan regangan pada penampang beton bertulang yang retak dan transformasinya. (a) penampang melintang; (b) regangan; (c) tegangan elastis dan gaya; (d) beton retak sebelum terjadinya keruntuhan lentur.

Untuk menghitung momen inersia terlebih dahulu harus ditentukan tinggi garis netral c. Garis netral adalah garis yang membagi suatu penampang beton menjadi daerah tarik dan daerah desak. Elemen-elemen beton pada garis netral ini tidak mengalami tegangan tarik juga tegangan desak.

Besarnya keseimbangan gaya-gaya dalam, besarnya gaya tarik harus sama besar dengan gaya desak.

$$A_s f_s = bc\frac{f_c}{2} \tag{2.27}$$

Oleh karena tegangan baja $f_s = E_s\varepsilon_s$ dan tegangan beton $f_c = E_c\varepsilon_c$, maka persamaan dapat ditulis sebagai:

$$A_s E_s \varepsilon_s = \frac{bc}{2} E_c \varepsilon_c \tag{2.28}$$

Dari segitiga sebangun dalam gambar 2.13 (b):

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_s}{d - c} \tag{2.29}$$

atau

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c\left(\frac{d}{c} - 1\right) \tag{2.30}$$

Dari persamaan (2.28) dan (2.30)

$$A_s E_s \varepsilon_c\left[\frac{d}{c} - 1\right] = \frac{bc}{2} E_c \varepsilon_c \tag{2.31}$$

atau

$$\frac{A_s E_s}{E_c}\left(\frac{d}{c} - 1\right) = \frac{bc}{2} \tag{2.32}$$

Dengan menuliskan angka perbandingan modulus E_s/E_c sebagai *n*, maka persamaan (2.32) menjadi

$$\frac{bc^2}{2} + nA_s c - nA_s d = 0 \qquad (2.33)$$

besarnya c dapat diperoleh dengan memecahkan persamaan kuadrat (2.33)

Momen inersia I_{cr} dapat diperoleh dari

$$I_{cr} = \frac{bc^3}{3} + nA_s(d-c)^2 \qquad (2.34)$$

Dari rumus tersebut di atas dapat dilihat bahwa kontribusi luasan beton di daerah tarik (daerah di bawah garis netral) terhadap kekakuan balok diabaikan. Sebaliknya kontribusi luas tulangan baja terhadap kekakuan balok yang dilakukan dengan mengganti luas baja tulangan dengan luas beton ekuivalen $(E_s/E_c)A_s$ ikut diperhitungkan.

Pada kenyataanya bagian yang belum retak di bawah garis netral di sepanjang bentang balok mempunyai derajat kekakuan yang memberikan kontribusi terhadap kekakuan balok secara menyeluruh (lihat gambar 2.13 d) sehingga kekakuan lentur balok terletak antara penampang yang belum retak $(E_c I_g)$ dengan penampang yang telah retak $(E_c I_{cr})$.

Besarnya nilai tersebut bergantung pada:

1. banyaknya retak
2. distribusi pembebanan
3. kontribusi beton di antara retak yang terjadi

Branson telah mengembangkan suatu persamaan yang sederhana untul menghitung kekakuan efektif $E_c I_e$ yang diperlukan dalam disain. Persamaan

Branson yang telah terbukti dapat digunakan dalam banyak hal untuk beton bertulang maupun beton pratekan dan secara umum dapat digunakan dalam perhitungan lendutan.

Besarnya momen inersia efektif I_e adalah

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \leq I_g \tag{2.35}$$

Persamaan (2.35) juga dapat ditulis daalam bentuk:

$$I_e = I_{cr} + \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 \left(I_g - I_{cr}\right) \leq I_g \tag{2.36}$$

2.8.3. Taraf post-*serviceability*

Diagram beban-lendutan pada daerah ini jauh lebih datar daripada daerah-daerah sebelumnya. Ini diakibatkan oleh hilangnya kekakuan penampang karena retak yang cukup banyak dan lebar di sepanjang bentang. Jika bebannya terus-menerus bertambah, maka regangan pada tulangan pada sisi yang tertarik akan terus bertambah melebihi regangan lelehnya. Balok yang tulangan tariknya mulai leleh dikatakan telah runtuh secara stuktural.

2.9. Lendutan Jangka Panjang pada Balok

Selain mengalami lendutan sesaat, balok juga mengalami lendutan jangka panjang. Lendutan ini lebih besar dua atau tiga kali lipat lendutan elastis yang terjadi ketika beban tertahan (*sustained*) diberikan. Beban *sustained* adalah sebagian dari beban hidup yang dianggap bekerja secara terus-menerus selama usia pakai dari struktur.

Faktor-faktor prinsip yang mempengaruhi lendutan jangka panjang adalah:

1. tegangan dalam beton
2. jumlah tulangan desak dan tulangan tarik
3. dimensi batang
4. kondisi perawatan
5. temperatur
6. kelembaban relatif
7. umur beton pada waktu pembebanan
8. jangka waktu pembebanan

Faktor-faktor yang bergantung pada waktu dapat memperbesar lendutan terhadap bertambahnya waktu. Lendutan tersebut terutama disebabkan oleh sifat atau perilaku rayapan dan susut pada bahan beton, yang mengakibatkan bertambahnya regangan. Dengan sendirinya, bertambahnya regangan mengakibatkan perubahan distribuasi tegangan pada beton dan tulangan baja sehingga lendutan juga bertambah untuk beban yang bersifat menetap

Lendutan total jangka panjang diperhitungkan sebagai berikut:

$$\Delta_{LT} = \Delta_{LL} + \lambda(\infty)\Delta_{DL} + \lambda(t)\Delta_{SL} \tag{2.37}$$

di mana, Δ_{LT} = lendutan jangka panjang

Δ_{LL} = lendutan seketika akibat beban hidup

Δ_{DL} = lendutan seketika akibat beban mati

Δ_{SL} = lendutan akibat sebagian beban hidup yang menetap, nilainya tergantung pada besar dan lama waktu bekerjanya

$\lambda(\infty)$ = faktor pengali untuk beban menetap selama tak terhingga

$\lambda(t)$ = faktor pengali untuk beban menetap dalam waktu tertentu

dengan $\lambda = \dfrac{\xi}{1+50\rho'}$

di mana, ξ = konstanta ketergantungan waktu untuk beban tetap , ditetapkan sebagai berikut:

untuk 5 tahun atau lebih (∞)	$\xi = 2{,}0$
12 bulan	$\xi = 1{,}4$
6 bulan	$\xi = 1{,}2$
3 bulan	$\xi = 1{,}0$

2.10. Lendutan yang Diijinkan pada Balok

Karena pembatasan lendutan harus ada untuk suatu taraf beban kerja, maka struktur-struktur yang dirancang secara konservatif yaitu pengambilan tegangan ijin pada beton dan baja yang cukup kecil) tidak akan mempunyai masalah terhadap lendutan karena besarnya elemen yang dihasilkan. Akan tetapi, struktur-struktur pada masa sekarang dirancang dengan menggunakan prosedur kuat batas (ultimit), yaitu dengan memanfaatkan kuat tinggi baja dan beton sehingga diperoleh elemen-elemen struktur yang semakin langsing dan dalam hal demikian lendutan sesaat dan lendutan jangka panjang sangat perlu dikontrol.

Lendutan yang diijinkan pada sistem struktur sangat bergantung pada besarnya lendutan yang masih dapat ditahan oleh komponen-komponen struktur yang berinteraksi tanpa kehilangan penampilan estetis dan tanpa kerusakan pada komponen yang terlendut.

Penentuan besarnya lendutan merupakan fungsi dari beberapa faktor yang harus diperhitungkan, seperti: jenis bangunan, kepekaan peralatan atau sistem mekanikal yang ditumpu, jenis partisi, langit-langit, atau perlengkapan lainnya. Dengan demikian pembatasan tersebut dimaksudkan untuk melindungi terhadap kerusakan yang terjadi pada beberapa bagian dari sistem bangunan (baik komponen struktur maupun bukan) sebagai akibat lendutan yang berlebihan.

2.10.1. Metode empiris untuk evaluasi tebal minimum dengan kontrol lendutan

Tabel 2.1 Tebal minimum balok apabila lendutan tidak dihitung

Komponen struktur	Tebal minimum, h			
	Dua tumppuan	Satu ujung menerus	Kedua ujung menerus	Kantilever
	Komponen tidak mendukung atau menyatu denagnpartisi atau konstruksi lain yang akan rusak karena lendutan yang besar			
Pelat solid satu arah	$l/20$	$l/24$	$l/28$	$l/20$
Balok atau pelat jalur satu arah	$l/16$	$l/18.5$	$l/21$	$l/8$

*) Panjang bentang *l* dalam mm

Nilai yang diberikan harus digunakan langsung untuk komponen struktur dengan beton normal (w_c = 2300 kg/m^3) dan tulangan BJTD 40 . Untuk kondisi lain, nilai di atas harus dimodifikasikan sebagai berikut:

a. untuk struktur beton ringan dengan unit massa diantara 1500 – 2000 kg/m^3, nilaintadi harus dikalikan dengan (1,65 – 0,005 w_c) tidak kurang dari 1,09.

b. untuk f_y lain dari 400 MPa nilainya harus dikalikan dengan (0,4 + f_y/700)

Tabel 2.2 Lendutan Ijin Maksimum

Tipe komponen Struktur	Lendutan yang diperhitungkan	Batas lendutan
Atap datar tidak menahan atau ber hubungan dengan komponen nonstruktural yang mungkin akan rusak akibat lendutan yang besar	Lendutan akibat beban hidup	$l/180$
Lantai tidak menahan atau berhubungan dengan komponen nonstruktural yang mungkin rusak akibat lendutan yang besar	Lendutan akibat beban hidup	$l/360$
Konstruksi atap atau lantai yang menahan atau berhubungan dengan komponen nonstruktural yang mungkin rusak akibat lendutan yang besar	Bagian dari lendutan total yang terjadi setelah pema sangan komponen non struk tural (jumlah dari lendutan jangka panjang akibat dari semua beban yang bekerja dan lendutan seketika yang terjadi akibat penambahan sembarang beban hidup)	$l/480$
Konstruksi atap atau lantai yang menahan atau berhubungan dengan komponen nonstruktural yang mungkin tidak rusak akibat lendutan yang besar		$l/240$

2.10.2. Batas-batas yang diijinkan mengenai lendutan yang dihitung

Peraturan SNI T-15-1991-03 mensyaratkan bahwa lendutan yang dihitung pada balok harus mempunyai persyaratan *serviceability* mengenai lendutan yang diijinkan pada berbagai kondisi struktural seperti pada tabel 2.2 apabila tabel 2.1 tidak digunakan. Akan tetapi, efek-efek jangka panjang yang dapat menambah lendutan dengan bertambahnya waktu, juga dapat menyebabkan kelebihan tegangan pada baja maupun beton. Dengan demikian selalu disarankan agar menghitung lendutan total yang bergantung pada waktu Δ_{LT}, dengan menggunakan persamaan 2.37 dan merancang ukuran balok dengan menggunakan perbandingan bentang-lendutan yang diijinkan seperti pada tabel 2.2.

2.11. Perhitungan Lendutan

Lendutan batang-batang struktural merupakan fungsi dari panjang bentang, perletakan, atau kondisi-kondisi ujungnya (seperti tumpuan sederhana atau ada tahanan karena kesinambungan batang), jenis pembebanan (beban terpusat atau beban merata), dan kekakuan lentur dari elemen.

Persamaan umum lendutan maksimum Δ_{maks} pada balok elastis dapat diperoleh dari prinsip dasar mekanika, yaitu

$$\Delta_{maks} = K\frac{W(l_n)^3}{48E_cI_c} \tag{2.38}$$

di mana, W = beban total pada bentang

l_n = panjang bentang bersih

E_c = modulus elastisitas beton

I_c = momen inersia penampang

k = faktor tingkat kekakuan tumpuan dan kondisi pembebanan

Persamaan di atas dapat juga dinyatakan dalam momen lentur sehingga lendutan pada suatu titik pada balok adalah:

$$\Delta = k\frac{M(l_n)^2}{E_cI_e} \tag{2.39}$$

di mana, M = momen yang bekerja tepat pada penampang yang ditinjau

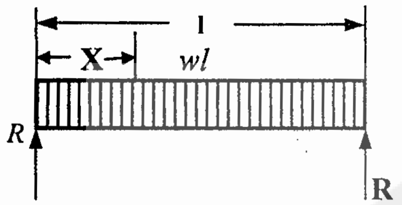
l_n = panjang bentang bersih

E_c = modulus elastisitas beton

I_e = momen inersia efektif

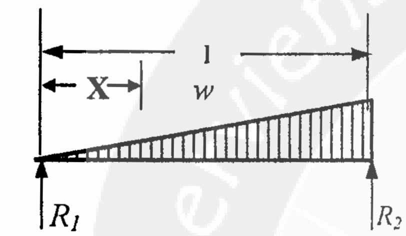
k = faktor tingkat kekakuan tumpuan dan kondisi pembebanan

Tabel 2.3 persamaan lendutan maksimum untuk kondisi tumpuan dan pembebanan



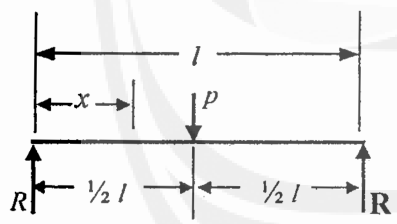
$$M_x = \frac{wx}{2}(l - x)$$

$$\Delta_{maks} = \frac{5wl^4}{384EI}$$



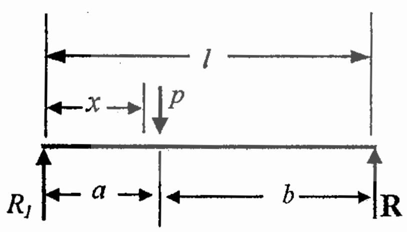
$$\Delta_{maks} = 0{,}01304\frac{wl^3}{EI}$$

$$\Delta_x = \frac{wx}{180EIl^2}(3x^4 - 10\,l^2x^2 + 7l^4)$$



$$\Delta_{maks} = \frac{Pl^3}{48EI}$$

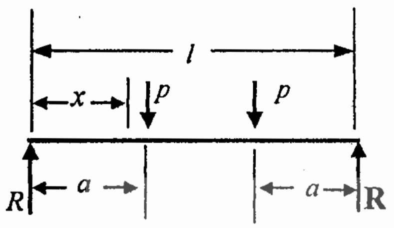
$$\Delta_x = \frac{Px}{48EI}(3l^2 - 4x^2)$$



$$\Delta_{maks} = \frac{Pab(a + 2b)\sqrt{3a(a + 2b)}}{27EIl}$$

$$\Delta_a = \frac{Pa^2b^2}{3EIl}$$

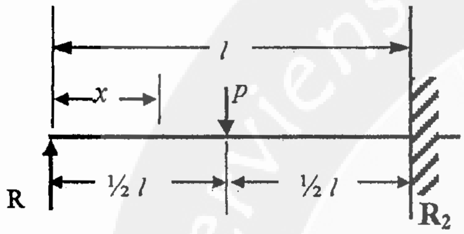
$$\Delta_x = \frac{Pbx}{6EIl}(l^2 - b^2 - x^2)$$



$$\Delta_{maks} = \frac{Pa}{24EI}\left(3l^2 - 4a^2\right)$$

$$\Delta_x \text{ (jika x <a)} = \frac{Px}{6EI}\left(3la - 3a^2 - x^2\right)$$

$$\Delta_x \text{ (jika x>a)} = \frac{Pa}{6EI}\left(3lx - 3x^2 - a^2\right)$$

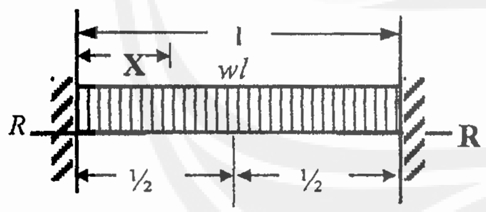


$$\Delta_{maks} = 0{,}009317\frac{Pl^2}{EI}$$

$$\Delta_x \text{ (di titik beban)} = \frac{7Pl^3}{768EI}$$

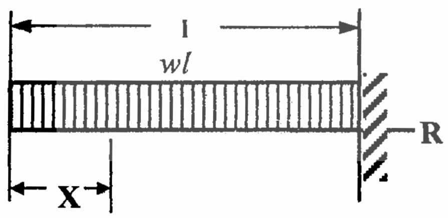
$$\Delta_x \text{ (jika x <} l/2) = \frac{Px}{96EI}\left(3l^2 - 5x^2\right)$$

$$\Delta_x \text{ (jika x >} l/2) = \frac{P}{96EI}(x-l)^2(11x - 2l)$$



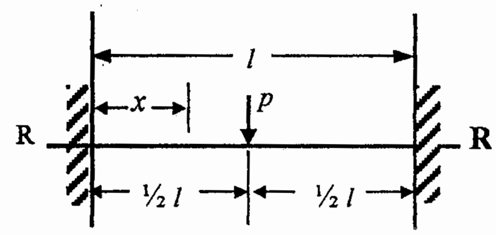
$$\Delta_{max}(ditengah) = \frac{wx^4}{24EI}(l-x)^2$$

$$\Delta_x = \frac{wx^2}{24EI}(l-x)^2$$



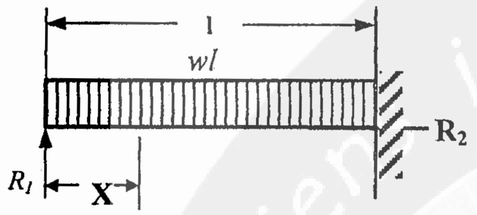
$$\Delta_{maks} = \frac{wl^4}{8EI}$$

$$\Delta_x = \frac{w}{24EI}\left(x^4 - 4l^3x + 3l^4\right)$$



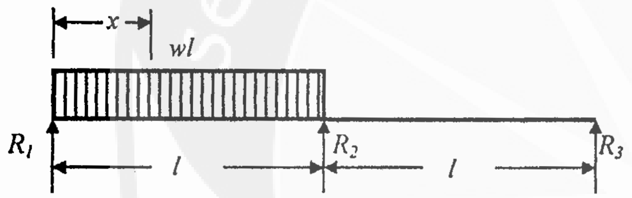
$$\Delta_{maks} = \frac{Pl^3}{192EI}$$

$$\Delta_x = \frac{Px^2}{48EI}(3l - 4x)$$

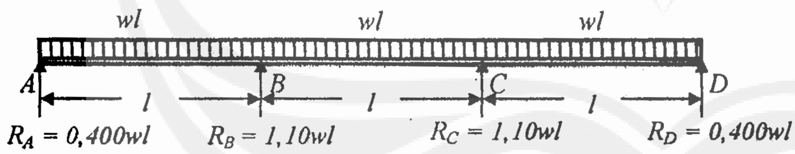


$$\Delta_{maks} = \frac{wl^4}{185EI}$$

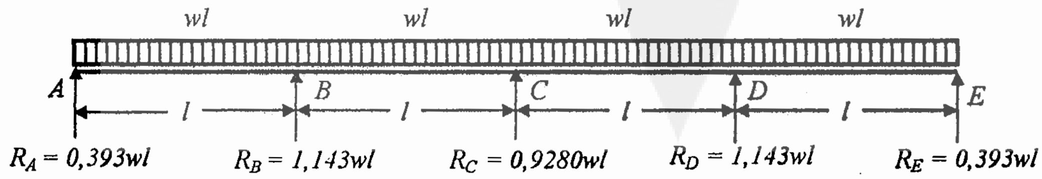
$$\Delta_x = 48\frac{wx}{EI}\left(l^3 - 3lx^2 + 2x^3\right)$$



$$\Delta_{maks} = \frac{0{,}0092wl^4}{EI}$$



$$\Delta_{maks} = \frac{0{,}0069wl^4}{EI}$$



$$\Delta_{maks} = \frac{0{,}0065wl^4}{EI}$$